

## **ALOCAÇÃO DE MEDIDORES DE QUALIDADE DE ENERGIA UTILIZANDO A P-MEDIANA**

**Lucimário Gois de Oliveira Silva**

UFPE - DEP

AV. Prof. Moraes Rego, 1235, Cidade Universitária, Recife-PE  
lucio\_gois@hotmail.com

**Albérico Antônio Pires da Silva Júnior**

Celpe

AV. João de Barros, 111, Boa Vista, Recife-PE  
albericopires@celpe.com.br

**Adiel Teixeira de Almeida Filho**

UFPE - DEP

AV. Prof. Moraes Rego, 1235, Cidade Universitária, Recife-PE  
adieltaf@googlemail.com

### **RESUMO**

A proposta desse trabalho consiste na alocação de medidores tendo como ponto de partida a importância da carga e a observabilidade de todas as correntes nas linhas e tensões nos barramentos. Como primeira etapa, através de um modelo já existente melhorado, obtém-se o menor número de medidores que garantem a observabilidade do sistema. Em seguida, é aplicado o modelo da P-mediana modificado com incorporação de restrições de observabilidade para alocação de medidores segundo a importância da carga. Para validação do procedimento, o mesmo foi testado em um sistema de distribuição real, evidenciando que o procedimento de localização em primeiro plano localiza os medidores, garantindo a observabilidade e, em seguida, localiza os medidores de acordo com o nível de importância da carga.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação Linear Inteira, P-mediana, observabilidade, Sistemas de distribuição, Alocação de medidores.

### **ABSTRACT**

The purpose of this work is the allocation meters taking as its starting point the importance of the load and the observability of all current in the lines and tensions in the buses of circuit. As a first step, the smaller number of meters, which guarantee the observability of the system, will be generated through improved model. Then, it is applied the P-median model with addition of restriction for allocation of meters second the importance of load. For validation of the procedure, the same has been tested in a real distribution system, evidencing that the localization procedure in the foreground is located meters, guaranteeing the observability and then locates the meters according to the level of importance of the load

**KEYWORDS.** Linear Integer Programming, P-Median, Observability, System of distribution, Meters Allocation.

## 1. Introdução

Em sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica, o monitoramento da qualidade da energia entregue é importante tanto do ponto de vista dos consumidores quanto das empresas de distribuição de energia elétrica. Do ponto de vista das empresas de distribuição, a qualidade de energia deve obedecer certos parâmetros que obedecem uma vigência legal, e ao mesmo tempo, o monitoramento permite que o sistema observe eventos adversos, permitindo uma ação mais rápida na correção do evento e evitando a aplicação de multas pelas agências reguladoras. Em relação aos consumidores industriais, sabe-se que eventos adversos como afundamento de tensão, sobre tensão e distorção harmônica causam elevado transtorno devido ao elevado número componentes eletrônicos que são susceptíveis a esses eventos (Almeida e Kagan, 2013). Esses aspectos juntos validam o uso de medidores de qualidade energia (MQE) para o monitoramento da rede.

Nesse sentido, como primeira abordagem, pode se pensar na localização de medidores em todos os pontos da rede o que garantiria o total monitoramento do sistema, permitindo assim a percepção de qualquer evento indesejado. No entanto, localizar os medidores em todos os barramentos é impraticável quando se leva em consideração o custo de tal monitoramento.

Assim, deve-se proceder um meio de localização que leve em consideração um número limitado de medidores e ao mesmo tempo garanta a total observabilidade do sistema. A observabilidade se baseia no monitoramento de todas as variáveis chaves para medição do sistema. Logo, o monitoramento do sistema está atrelado a observabilidade das tensões na barra e corrente nas linhas (Eldery et al, 2006).

Apesar dos modelos existentes contemplarem uma gama variada de problemáticas, nenhum dos modelos analisados leva em consideração a importância das cargas analisadas. Nesse sentido, muitos estudos técnicos de dimensionamento de circuitos elétricos e combate às perdas não técnicas (desvio de energia antes da medição de faturamento) são realizados com softwares que simulam o comportamento da rede de distribuição baseado apenas em medições existentes em um único ponto do alimentador, geralmente na conexão com a subestação, e com poucas informações confiáveis para estudos mais elaborados. Embora tenham resultados satisfatórios, tais sistemas computacionais poderiam ser melhorados com a implantação de medições setoriais “espalhadas” nos circuitos de média tensão, garantindo maior fidelidade à realidade da carga suprida por tais circuitos.

Logo, o presente artigo propõe a utilização do modelo da p-mediana para alocação de um conjunto de medição que servirá para determinar onde tais equipamentos devem ser instalados de forma a considerar a importância das demandas de energia ao longo do circuito monitorado. No entanto, o modelo da P-mediana sozinho não garante a observabilidade do sistema. Nesse sentido, é construído um modelo sequencial de programação linear Inteira (PLI) que leva em consideração a observabilidade do sistema.

Assim, o presente artigo é dividido em 6 seções além dessa introdução. Na segunda seção, é feita uma revisão da literatura acerca dos principais métodos empregados na localização de medidores. Na seção 3, é definido o problema do recobrimento que garante a observabilidade do sistema. Na seção 4, é apresentado o modelo da P-mediana combinado com o problema do recobrimento. Na seção 5, é apresentado um estudo de caso através de um circuito real de 16 barras. Por fim, tem-se a conclusão desse trabalho.

## 2. Revisão da Literatura

O número de artigos que trata da localização de medidores em sistemas de distribuição e transmissão de energia elétrica vem sofrendo um considerável aumento nos últimos anos. Através da observação da literatura, os métodos empregados podem ser classificados: Quanto ao tipo de medidores; quanto ao critério de otimização; número de critérios a serem otimizados; tipo de algoritmo utilizado e condição de operação.

Quanto ao tipo de medidores, basicamente os modelos contemplam o medidor MQE e o PMU (*Phasor Measurement Units*). Em relação aos critérios, dois ganham destaque especial, o custo associado a localização do medidor e o índice associado a redundância do sistema de medição. Enquanto o custo é associado ao número de medidores que garantem a observabilidade do sistema, um índice de redundância geralmente é associado ao número de vezes que determinada parcela do circuito, barra ou linha, é monitorado pelo conjunto de medição.

Quanto ao algoritmo utilizado, são encontrados desde a métodos tradicionais, como PLI, quanto métodos heurísticos de uso mais recente como o BPSO (*binary particle swarm optimization*). Em relação aos modelos de PLI, o modelo desenvolvido por Gómez e Ríos (2013) considera um modelo multiestágio dinâmico de otimização utilizando PLI para localização de medidores PMU. O modelo procura pelo menor número de medidores e sua localização onde, a cada estágio, diferentes critérios e cenários são considerados. No trabalho de Mahaei e Hagh (2012), é proposto uma nova metodologia de localização de medidores PMU. Primeiramente, é determinado o menor número de medidores que considera a total observabilidade do sistema. Em seguida, os medidores são localizados com o objetivo de maximizar um índice redundância. Em relação aos medidores MQE, os modelos desenvolvidos por Eldery et al (2006) e Reis et al (2008) consideram a utilização de um modelo PLI baseado no modelo do recobrimento. O objetivo é a minimização do custo garantido a observabilidade das variáveis de estado que são representadas pelas correntes nas linhas e tensões nos barramentos.

Os métodos exatos, como PLI, embora apresentem a solução ótima, apresentam problema para geração da solução quando o número de barras do circuito é elevado. Assim, o uso de heurísticas para solução do problema de localização de medidores é comum. Nesse sentido, o trabalho desenvolvido por Mahari e Seyedi (2013) utiliza o algoritmo conhecido como BICA (*Binary Imperialistic Competition Algorithm*) desenvolvido em um cenário de otimização multiestágio para garantir a observabilidade do sistema e a redundância. Assim, no primeiro estágio é garantido o menor número de medidores PMU que garantem a observabilidade enquanto no segundo é definido a localização que maximiza a redundância. O método desenvolvido por Abur e Mognago (1999) foca na montagem de um Sistema de medição que além de garantir a observabilidade do sistema também leva em consideração uma provável falha do sistema (*branch outages*). Nesse sentido, o método considera um número mínimo de medidores adicionais que garantem a total observabilidade do sistema contra falhas. Em relação aos medidores MQE, o método desenvolvido por Kazemi et al (2013) apresenta um método para determinação do número mínimo e localização de medidores para o monitoramento de sobre tensão. O método é baseado em um algoritmo genético amparado pelo método estatístico *Mallow's Cp*.

Os algoritmos heurísticos também têm sua utilização no cenário de otimização multiobjectivos. Nesse sentido, o trabalho desenvolvido em Jamuna e Swarup (2012) considera um algoritmo de otimização multiobjectivo MO-BBO (*multi-objective biogeography based optimization*) para localização ótima de medidores PMU. A otimização simultânea leva em consideração dois objetivos: O menor número de medidores que garante a observabilidade do sistema e a maximização de uma medida de redundância. A solução ótima de Pareto é obtida utilizando classificação não dominada e *crowding distance*. Para atingir uma solução compromisso, é utilizada uma abordagem baseada em lógica fuzzy. Ahmadi et al. (2011) apresenta uma metodologia baseada no algoritmo BPSO (*binary particle swarm optimization*) para localização de medidores PMU. Nesse sentido, a solução considera simultaneamente o menor número de medidores e maximiza uma medida de redundância.

Em relação aos medidores MQE, o trabalho desenvolvido por Ibrahim et al (2014) apresenta o algoritmo *quantum-inspired binary gravitational search algorithm* (QBGS) para alocação de medidores. O algoritmo envolve otimização multiobjetivo que leva em consideração observabilidade de qualquer falta que possa ocasionar uma queda de tensão no sistema. Como critérios de otimização, são desenvolvidos dois índices referentes às medidas de eventos indesejados. Ainda em relação aos medidores MQE, o artigo proposto por Branco et al (2015) propõe um método para solução de alocação de medidores em sistemas de transmissão. O método desenvolve um algoritmo multiobjectivo tendo como objetivo a minimização do custo e a maximização da redundância do sistema, considerando como restrição a observabilidade das

correntes e tensões do sistema de transmissão. Para solução do problema, é utilizado um algoritmo evolutivo multiobjetivo.

Diferentemente dos modelos otimização consagrados acima, outras metodologias são desenvolvidas considerando modelos heurísticos interativos. Por exemplo, Won e Moon (2008) apresentam um algoritmo para determinar o número ótimo de monitores de qualidade de potência para decidir a localização para um dado sistema de distribuição. Através da teoria dos grafos, a topologia do sistema é formulada em uma matriz de cobertura onde o grau de importância no sistema é definido por meio de pesos e o número ótimo de monitores e a localização são definidos por meio de uma rotina de otimização que leva em consideração os pesos e índices de ambiguidade. Já no trabalho desenvolvido por Roy et al (2012), a localização dos medidores é feita de forma interativa, onde é estabelecido um método de localização de medidores PMU dividido em três fases. O método considera inicialmente sensores em todos os barramentos. Na fase 1 e 2 é aplicado de forma interativa as seguintes rotinas: Localização menos importante de onde os sensores são eliminados e determinação estratégica onde os medidores são mantidos. No estágio três, o número de medidores é minimizado.

### 3. O Problema do Recobrimento

Nessa seção, é exposto o modelo recobrimento desenvolvido em Eldery et al (2006) que garante o total monitoramento das variáveis do sistema representadas pelas correntes nas linhas tensões nos barramentos. O monitoramento é garantido por um conjunto de restrições que são obtidos a partir da topologia da rede. Assim, em sua forma básica o problema do recobrimento pode ser escrito a partir da seguinte formulação clássica do problema de otimização combinatória:

$$\text{minimizar } f(x) = \sum c_i x_i = C^t \cdot X \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } D \cdot X \geq 1 \quad (2)$$

Onde:

C - representa o vetor linha dos n-custos do problema;

X- representa o vetor binário dos n elementos;

D - é uma matriz n x y chamada de Densidade cujos os coeficientes representam a condição de observabilidade do sistema.

Quando o problema de otimização, representado pelas equações 1 e 2, trata da localização de medidores, a matriz C representará o custo de cada medidor instalado enquanto o vetor X representará uma determinada configuração de medidores instalados em determinados barramentos. Assim, se o vetor X assumir o seguinte valor [1 0 1 0 1 0 1], significa que em um sistema com 7 barramentos os medidores são localizados nos barramentos 1, 3, 5 e 7. A matriz D, chamada densidade, irá garantir a total observabilidade do sistema através das correntes e tensões presentes nos barramentos.

Nesse sentido, o trabalho desenvolvido por Eldery et al (2006) estabelece a matriz D que garante que todas as variáveis de estado, corrente e tensão, serão observáveis. Os resultados obtidos por Eldery et al. (2006) se baseiam dois lemas que suportam o desenvolvimento da matriz D. O primeiro Lema tem-se que (i) se a tensão em uma barra e a corrente através da linha que sai dela são observáveis, então a tensão na outra barra (barra remota) também é observável; no segundo Lema é garantido que (ii) se a tensão nos extremos da linha é observável, então a corrente através da linha é observável.

A partir destes resultados obtidos por Eldery et al. (2006) pode-se definir uma matriz de conectividade, A. Esta matriz é usada como uma matriz auxiliar na construção da matriz de densidade, D, e é necessária para representar a observabilidade das variáveis de estado que correspondem as tensões nas barras. A dimensão da matriz A é definida pelo número total de variáveis de estado, m, e pelos possíveis locais de instalação (número de barras), n, portanto A é uma matriz (mxn). A coluna k representa o conjunto de medição instalado na barra k e a linha r representa a variável de estado, podendo ser tensão na barra ou corrente na linha.

Cada elemento da matriz  $A_{mxn}$  é definido como:

$$a_{rk} = \begin{cases} 1, & \text{se a variável } r \text{ é observada pelo conjunto de medição } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3)$$

A partir das matrizes  $A$  e  $D$ , considera-se o vetor de observabilidade,  $U$  (Eldery et al., 2006). Este vetor indica quantas vezes cada tensão é observada, ou seja, quantas vezes ela é medida ou calculada por um conjunto de medição. Desta forma, pode-se representar cada elemento deste vetor como:

$$u_r = \sum_{k=1}^n a_{rk} x_k \quad (4)$$

Onde  $u_r$  é o resultado da multiplicação da matriz de conectividade  $A$  pelo vetor de localização  $X$ . Se o valor de  $u_r$  é  $T$ , isto indica que a tensão na barra  $r$  é observada por  $T$  medidores (Eldery et al., 2006).

A partir do lema (ii), Eldery et al (2006) define a matriz de co-conectividade  $B$ . Esta matriz  $B$  é usada como uma outra matriz auxiliar na construção da matriz de densidade  $D$  sendo necessária para representar a observabilidade das variáveis que correspondem às correntes nas linhas. Na verdade, ela é dividida em duas outras matrizes,  $Bj_r$  e  $Bk_r$ , que representam a necessidade de observar as tensões nas barras  $j$  e  $k$  genéricas, considerando-as interconectadas. Com isso, é possível garantir que o sistema será observável. A dimensão das matrizes é  $(m \times n)$ , a mesma da matriz  $A$ . Sua coluna  $p$  representa o conjunto de medição instalado na barra  $p$  e sua linha  $r$  representa a variável  $r$  referente à corrente na linha,  $i_{jk}$ . Cada elemento dessas matrizes é formado a partir dos vetores  $a_j$  e  $a_k$  que são vetores correspondentes às linhas  $j$  e  $k$  da matriz de conectividade  $A$  como pode ser observado na equação 5 e 6.

$$Bj_r = \begin{cases} a_j, & \text{se } r \text{ representa } i_{jk} \text{ e as barras } k \text{ e } j \text{ são conectadas} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

$$Bk_r = \begin{cases} a_k, & \text{se } r \text{ representa } i_{jk} \text{ e as barras } k \text{ e } j \text{ são conectadas,} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

Definem-se dois vetores de observabilidade,  $w_j$  e  $w_k$ , relativos às restrições decorrentes do lema 2. Eles são vetores auxiliares no cálculo do vetor  $w$ , que indica quantas vezes cada corrente é observada, ou seja, quantas vezes ela é medida ou calculada por um conjunto de medição. Ambos são definidos pela multiplicação das matrizes de co-conectividade ( $B$ ) pelo vetor de localização ( $X$ ). O vetor  $w$  é então dado por:

$$w = w_j^t \cdot w_k \quad (7)$$

Onde  $w_j^t$  é o transposto do vetor  $w_j$ .

Na montagem das matrizes auxiliares,  $Bj_r$  e  $Bk_r$ , as  $n$  primeiras linhas referentes as tensões nas barras serão nulas uma vez que essas matrizes são referentes as correntes na linhas. Já para a montagem da matriz  $A$ , as variáveis de estado do sistema devem ser escritas na seguinte ordem: tensão nas barras em ordem crescente de numeração das mesmas e correntes com os índices em ordem crescente.

A matriz de densidade,  $D$ , terá uma dimensão igual ao número de barras ou variáveis de tensão,  $n$ , mais duas vezes o número de linhas,  $2L$ , para representar as variáveis de corrente que dependem da tensão em dois brramentos,  $j$  e  $k$ , genericamente. Portanto, a dimensão da matriz de densidade será  $((n+2L) \times n)$  sendo representada pela equação 8:

$$D = \begin{bmatrix} A_{(1:n)xn} \\ A_{(L:m)xn} + B_j_{(L:m)xn} \\ A_{(L:m)xn} + B_k_{(L:m)xn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde  $A_{(1:n)xn}$  é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas  $1$  até  $n$  e todas as colunas,  $A_{(L:m)xn}$  é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas  $L$  até  $m$  e todas as colunas,  $B_j_{(L:m)xn}$  e  $B_k_{(L:m)xn}$  são as submatrizes obtidas a partir das matrizes de conectividade das linhas  $L$  até  $m$  e todas as colunas.

Para entender melhor a relação entre as matrizes descritas na equação (8), a matriz  $A$  pode ser decomposta em duas sub matrizes. Uma sub matrizes gerada a partir da observabilidade das tensões presentes em cada barramento,  $A_{n \times n}^v$ , e uma sub matriz gerada a partir da observabilidade das correntes presente nos barramentos,  $A_{l \times n}^i$ . Logo,  $A$  pode ser reescrita da seguinte forma:

$$A = \begin{bmatrix} A_{n \times n}^v \\ A_{l \times n}^i \end{bmatrix} \quad (9)$$

É claro que por esse raciocínio tem-se que  $A_{l \times n}^i = A_{(L:m)xn}$  e  $A_{n \times n}^v = A_{(1:n)xn}$ .

Assim, os elementos pertencentes  $A_{n \times n}^v$  são definidos na equação 10 abaixo.

$$A_{n \times n}^v = \begin{cases} a_{ij} = 1; \text{ Se o barramento } i \text{ está ligado no barramento } j \\ a_{ij} = 0; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

Assim, pela definição em (5) e (6), as linhas pertencentes as matrizes  $B_j_{(L:m)xn}$  e  $B_k_{(L:m)xn}$  são repetições das linhas da matriz  $A_{n \times n}^v$ . Em relação à matriz  $A_{l \times n}^i$ , cada linha dessa matriz será definida pelos vetores linhas  $a_r^i$  associados a observabilidade de cada corrente  $r = i_{jk}$ .

$$a_{r=i_{jk}}^i = \begin{cases} a_{rx}^i = a_{jx}^v; \text{ Para } x = j \\ a_{rx}^i = a_{jx}^v; \text{ Para } x = k \\ a_{rx}^i = 0; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (11)$$

A partir da definição em (11), percebe-se claramente que os elementos da matriz  $A_{l \times n}^i$  estão diretamente ligados aos elementos da matriz  $A_{n \times n}^v$ . Agora, podemos definir os elementos pertencentes as matrizes  $A_{(L:m)xn} + B_j_{(L:m)xn}$  e  $A_{(L:m)xn} + B_k_{(L:m)xn}$  pelos vetores  $b_r^j$  e  $b_r^k$  onde  $r$  representa a corrente  $i_{jk}$ . Como  $A_{l \times n}^i = A_{(L:m)xn}$ , então:

$$b_{r=i_{jk}}^j = \begin{cases} b_{rx}^j = 2a_{jx}^v; \text{ Para } x = j \\ b_{rx}^j = 2a_{jx}^v; \text{ Para } x = k \\ b_{rx}^j = a_{jx}^v; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (12)$$

$$b_{r=i_{jk}}^k = \begin{cases} b_{rx}^k = 2a_{kx}^v; \text{ Para } x = j \\ b_{rx}^k = 2a_{kx}^v; \text{ Para } x = k \\ b_{rx}^k = a_{kx}^v; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (13)$$

De acordo com as análises acima e considerando os vetores linhas genéricos,  $a^v = [a_1^v, a_2^v, \dots, a_i^v, \dots, a_n^v]$ , que representam as linhas da matriz  $A_{n \times n}^v$ , os vetores  $b_r^j$  e  $b_r^k$  podem ser reescritos em função dos componentes de  $a^v$  através das seguintes formulações:

$$b_r^j = [k_1^j \cdot a_1^v, k_2^j \cdot a_2^v, \dots, k_i^j \cdot a_i^v, \dots, k_n^j \cdot a_n^v] \quad (14)$$

$$b_r^k = [k_1^k \cdot a_1^v, k_2^k \cdot a_2^v, \dots, k_i^k \cdot a_i^v, \dots, k_n^k \cdot a_n^v] \quad (15)$$

Onde  $k_i^j$  e  $k_i^k$  assumem os valores 1 ou 2 de acordo com as condições evidenciadas em 12 e 13. Dadas as relações mostradas em 14 e 15, o teorema 1 e corolário abaixo irão demonstrar que para a condição de observabilidade é necessário apenas a definição da matriz  $A_{n \times n}^v$ .

**Teorema 1** – Dado  $d_i \geq 1$  e  $c_i \geq 1$  e  $x_i$  binário, a restrição  $\sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \geq 1$  é redundante em relação à restrição  $\sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \geq 1$  quando os vetores  $d = [d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n]$  e  $c = [c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n]$ , possuem a seguinte relação:  $[d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n] = [k_1 c_1, k_2 c_2, \dots, k_i c_i, \dots, k_n c_n]$  com  $k_i \geq 1$ .

**Prova:** Dado que  $k_i \geq 1$ , então tem-se que  $k_i c_i \geq c_i$  para todo  $i$ . Logo,  $\sum_{i=1}^n k_i c_i \cdot x_i \geq \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i$ , mas como  $\sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \geq 1$  tem-se  $\sum_{i=1}^n k_i c_i \cdot x_i \geq 1$  o que significa  $\sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \geq 1$ .

**Corolário 1** – É condição necessária e suficiente para observabilidade do sistema que a seguinte restrição seja obedecida:

$$A_{n \times n}^v \cdot X \geq 1 \quad (16)$$

**Prova:** A restrição  $D \cdot X \geq 1$  pode ser reescrita com o auxílio dos vetores  $a^v$ ,  $b_r^j$  e  $b_r^k$  para todas as restrições e correntes presentes no barramento da seguinte forma:

$$a^v \cdot X \geq 1 \quad (17)$$

$$b_r^j \cdot X \geq 1 \quad (18)$$

$$b_r^k \cdot X \geq 1 \quad (19)$$

Onde  $r$  representa a corrente  $i_{jk}$ . Dada as relações expressas em (14) e (15), tem-se que os vetores  $b_r^j$  e  $b_r^k$  possuem a mesma relação indicada pelo **teorema 1** com os vetores  $a^v$ . Assim,

as restrições representadas em 18 e 19 são redundantes a restrição 17.

Assim, o corolário estabelece que a representação em (8) é redundante. Logo, o número de restrições do problema é substancialmente diminuído a medida que a dimensão dos sistemas de distribuição e transmissão aumenta.

Dado que a formulação na equação 1 tende a gerar mais do que uma solução ótima, a escolha da melhor solução pode recair em um índice que meça a redundância do circuito. Assim, Eldery et al. (2006) define um fator de redundância (FRD), equação 18, que indica quantas vezes em média a variável de estado será medida.

$$FRD = \frac{\sum_{p=1}^m u_p + w_p}{n + l} \quad (18)$$

#### 4. O Modelo da P-Mediana Modificado

Diferentemente do modelo do recobrimento, o modelo da P-mediana procura a localização dos medidores de acordo com a importância das cargas (nível de potência) e a distância entre os medidores. Assim, o problema pode ser escrito a partir da seguinte formulação envolvendo PLI binário (Revelle e Swain, 1970):

$$\min c = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i d(v_i, v_j) x_{ij} \quad (19)$$

$$\text{Sujeito: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (21)$$

$$x_{jj} \geq x_{ij}, \forall i, j = 1, \dots, n \quad (22)$$

Para  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  com  $i \neq j$ , seja  $x_{ij}$  uma variável de ligação tal que  $x_{ij} = 1$ , se o cliente  $v_i$  é ligado ao equipamento  $v_j$ , e  $x_{ij} = 0$ , caso contrário. Se no vértice  $v_j$  é localizado um equipamento, então  $x_{jj} = 1$ , caso contrário  $x_{jj} = 0$ .

A proposta do trabalho considera o uso de um modelo de otimização sequencial dividido em dois estágios. No primeiro estágio, o problema do recobrimento discutido em (1) e (16) é usado para determinar o menor número de medidores. Para obtenção do menor número de medidores  $p^*$ , os custos representados na equação 1, foram considerados iguais em todos os barramentos, uma vez que os custos referentes as diferentes localizações são desprezíveis em relação aos custos individuais dos medidores. Após a garantia do número de medidores mínimos, o modelo da p-mediana é utilizado com o objetivo de garantir a medição das cargas mais importantes. A figura 1 mostra a sistemática do modelo empregado.



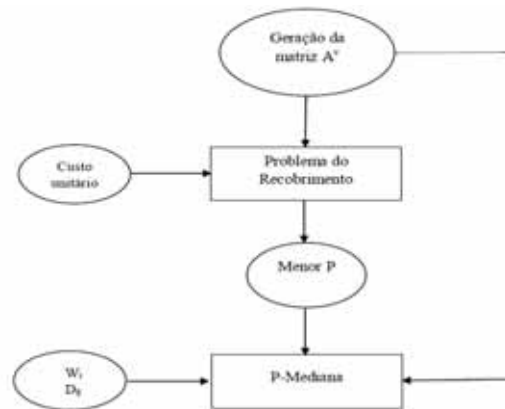


Figura 1 – Modelo de dimensionamento e alocação de medidores

Logo, o modelo será reescrito através da seguinte notação:

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i d(v_i, v_j) x_{ij} \quad (23)$$

$$\text{Sujeito: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = P^* \quad (25)$$

$$A_{nm}^v \cdot X \geq 1 \quad (26)$$

$$x_{jj} \geq x_{ij}, \forall i, j = 1, \dots, n \quad (27)$$

Onde na equação acima  $p^*$  representa o número mínimo de medidores que garantem a cobertura de todas as variáveis da rede. Além de  $p^*$  adicionado ao problema da P-mediana, também foi adicionado a restrição  $A_{nm}^v \cdot X \geq 1$  que garante a observabilidade do sistema.

A ideia geral desse modelo de otimização é garantir uma maior previsibilidade do sistema, garantindo a observabilidade do sistema e ao mesmo tempo localizando os medidores próxima aos centros de carga mais importante como, por exemplo, cargas industriais mais susceptíveis a eventos adversos.

## 5. Estudo de Caso

Para demonstração do modelo, será utilizado um sistema real de 16 barras pertencentes a Celpe que é a empresa responsável pela distribuição de energia elétrica no estado de Pernambuco, Brasil. As distâncias entre os postes (aqui chamada de vão) em circuitos deste tipo (urbano e de média tensão) são padronizadas em 40 (quarenta) metros. É fácil perceber que não existem transformadores em todos os postes, mas a quantidade de vão irá definir a distância entre os equipamentos de transformação. Para análise dos resultados, três situações serão consideradas: O modelo da P-mediana sem garantia da observabilidade, o modelo de recobrimento e a junção dos dois modelos.

Para o estudo em questão, foi escolhido a região de prazeres que é um bairro da região metropolitana do Recife.

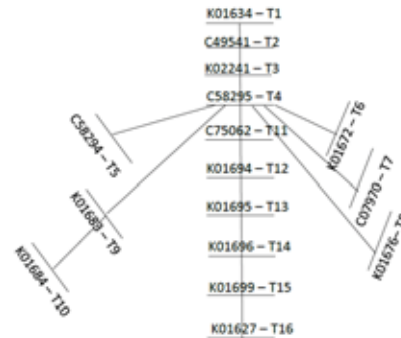


Figura 2 – Localização física com a Topologia do circuito

Na tabela 1 é mostrada as potências dos transformadores que no presente estudo serão utilizadas como demanda das cargas por simplificação. Já a tabela 2 mostra as respectivas distâncias entre os transformadores.

Tabela 1 – Transformadores do circuito PZR – 01P5

Terminologia	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16
Potência (KVA)	1750	3000	1375	75	75	150	225	450	75	225	300	20000	112,5	75	2500	375

Tabela 2– Matriz das distâncias (16 barras)

TRAFOS	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16
T1	0	420	784	900	970	990	1110	1300	1660	1690	1880	2150	2210	2390	2590	2730
T2	420	0	364	480	550	570	690	880	1240	1270	1460	1730	1790	1970	2170	2310
T3	784	364	0	470	585	630	670	870	1240	1260	1400	1700	1620	1950	2230	2350
T4	900	480	470	0	70	80	215	370	710	740	940	1240	1310	1550	1750	1870
T5	970	550	585	70	0	55	230	340	690	720	900	1200	1270	1500	1710	1825
T6	990	570	630	80	55	0	210	330	650	680	880	1150	1250	1480	1690	1800
T7	1110	690	670	215	230	210	0	540	880	910	1110	1380	1480	1700	1810	1980
T8	1300	880	870	370	340	330	540	0	580	610	810	1110	1180	1300	1620	1730
T9	1660	1240	1240	710	690	650	880	580	0	30	420	720	840	1060	1270	1390
T10	1690	1270	1260	740	720	680	910	610	30	0	450	750	870	1090	1300	1420
T11	1880	1460	1400	940	900	880	1110	810	420	450	0	300	420	640	850	970
T12	2150	1730	1700	1240	1200	1150	1380	1110	720	750	300	0	70	300	510	630
T13	2210	1790	1620	1310	1270	1250	1480	1180	840	870	420	70	0	230	440	560
T14	2390	1970	1950	1550	1500	1480	1700	1300	1060	1090	640	300	230	0	210	330
T15	2590	2170	2230	1750	1710	1690	1810	1620	1270	1300	850	510	440	210	0	120
T16	2730	2310	2350	1870	1825	1800	1980	1730	1390	1420	970	630	560	330	120	0

Ao utilizar o modelo do recobrimento para definir o menor número de medidores que garante a observabilidade do sistema, teve-se como resultado um total de 5 medidores. Considerando apenas a aplicação do modelo do recobrimento, o resultado gerado, tendo como auxílio a função bintprog do MATLAB, considerou a alocação de medidores nos seguintes barramentos: T1, T4, T9, T12 e T15.

Para fins comparativos, foi feita a simulação do método da P-Mediana sem garantia da observabilidade considerando a existência de cinco conjuntos de medição. Três resultados são iguais (barras 1, 12 e 15) e dois resultados diferentes (barras 2 e 8). Em termos técnicos, a alocação de um conjunto de medição na barra 2 não se mostra uma solução de boa prática, visto que existe um conjunto instalado na barra imediatamente anterior. A indicação de localizar medições nas

barras T2 e T8 reflete a preocupação com a carga, mas não representa uma boa solução do ponto de vista da observabilidade. As barras T4 e T9 são barras localizadas em derivações da parte central do alimentador e possuem cargas menores que as barras T2 e T8, mas mesmo assim são indicadas pelo método do Recobrimento para instalação de conjuntos de medição em virtude de ocuparem local de difícil estimativa de valores de tensão e corrente justamente pela posição em relação ao tronco do alimentador.

O fato da solução sugerida pelo método da P-Mediana não convergir advém principalmente da alocação na barra 2. Observando-se a topologia do circuito e a distribuição de cargas é possível verificar que a instalação de dois conjuntos de medição em estruturas subsequentes (sem a existência de derivações ou cargas) dificulta bastante o monitoramento por completo deste circuito, problema ainda mais potencializado pela instalação em estruturas muito próximas da subestação (início do fluxo de energia). Torna-se mais interessante, portanto, a utilização do método do Recobrimento, que garantirá cobertura a todos os trechos do circuito, inclusive nas ramificações que possuem cargas menores e que não seriam contempladas no método da P-Mediana.

Quando os dois problemas são combinados, dado que o problema da P-mediana não converge, a solução combinada mantém o medidor em T4, T12 e T15 da solução do recobrimento. A medição em T4 é mantida, pois o mesmo é localizado em uma derivação estando ligado com 7 outros barramentos. Ao analisarmos os barramentos T12 e T15, observa-se que a escolha do modelo combinado é devido ao maior nível de potência em relação aos outros barramentos. No entanto, a solução combinada substitui os barramentos T1 e T9 do problema do recobrimento pelos barramentos T2 e T10. Do ponto de vista técnico, a substituição pode ser entendida a partir do momento em que os níveis de carga são levados em consideração, pois os barramentos T2 e T10 possuem maior potência em relação aos barramentos T1 e T9 respectivamente. Em contrapartida a vantagem na observação direta de cargas com maior nível de potência, o modelo combinado tem a desvantagem de diminuir o fator de redundância (FRD) como indicado na tabela 3.

Tabela 3 – Comparação entre os resultados dos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o circuito FEN-01C2

MÉTODO	NÚMERO DE MEDIÇÕES	LOCAL DE INSTALAÇÃO	FUNÇÃO OBJETIVO - P-MEDIANA	FUNÇÃO OBJETIVO - RECOBRIMENTO	FATORA DE REDUNDÂNCIA
P-Mediana	5	T1, T2, T8, T12 e T15	1.064.125	Não converge	Não converge
Recobrimento	5	T1, T4, T9, T12 e T15	2.844.625	5	1,9677
Recobrimento + P-mediana	5	T2, T4, T10, T12 e T15	1.628.500	5	1,7477

## 6. Conclusão

O principal foco desse artigo foi na geração de um modelo de alocação de medidores MQE que leve em consideração a importância e a distância relativa das cargas. Nesse sentido, utilizou-se a P-mediana que considera a minimização da distância ponderada pela demanda que nesse trabalho foi substituída pela potência dos transformadores. No entanto, o modelo da P-mediana deve ser modificado em sua estrutura uma vez que o mesmo não leva em consideração a observabilidade.

Constatou-se, através dos estudos de caso, que o modelo combinado (P-mediana + recobrimento), apesar de diminuir o fator redundância do circuito, aumenta a potência das cargas observadas diretamente. Logo, tem-se como conclusão que modelo combinado escolhe como solução, dentre as soluções viáveis, aquela que monitora a maior peso ponderado associado a carga.

## Agradecimentos

A realização desse trabalho teve apoio parcial do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e da Celpe.

## Referências

- Ahmadi, A., Alinejad-Beromi, Y., Moradi, M.**, "Optimal PMU placement for power system observability using binary particle swarm optimization and considering measurement redundancy," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, pp. 7263-7269, Jun. 2011.
- Abur, A., Magnago, F.H.**, "Optimal meter placement for maintaining observability during single branch outages," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol.14, no.4, pp.1273, 1278, Nov,1999. doi: 10.1109/59.801884
- Almeida, C. F. M., Kagan N.**, "Harmonic State Estimation through Optimal Monitoring Systems," *IEEE Transactions on Smart Grid*, Vol 14, no. 1, March 2013.
- Branco, H.M.G.C., Oleskovicz, M., Delbem, A. C. B., Coury, D. V., Silva, R. P.M.** "Optimized allocation of power quality monitors in transmission systems: A multiobjective approach," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 64, pp. 156-166, Jan. 2015.
- Won D. J., Moon S. M.**, "Optimal Number and Locations of Power Quality Monitors Considering System Topology, Power Delivery, *IEEE Transactions on*, vol. 23, no.1 pp. 288 - 295, Jan. 2008.
- Eldery M, El-Saadany E, Salama M, Vannelli A.** A novel power quality monitoring allocation algorithm. *IEEE Trans Power Delivery*; 21(2):768–77 2006.
- Ibrahim, A. A., Mohamed, A., Shareef, H.**, "Optimal power quality monitor placement in power systems using an adaptive quantum-inspired binary gravitational search algorithm," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* , vol. 57, pp. 404-413, May. 2014.
- Jamuna, K., Swarup K. S.**, "Multi-objective biogeography based optimization for optimal PMU placement," *Applied Soft Computing*, vol. 12, pp 1503-1510, May. 2012.
- Kazemi, A., Mohamed, A., Shareef, H., Zayandehroodi, H.** "Optimal power quality monitor placement using genetic algorithm and Mallow's Cp," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 53, pp. 564-575, Dec. 2013.
- Mahaiei, S.M., Hagh, M. T.** "Minimizing the number of PMUs and their optimal placement in power systems," *Electric Power Systems Research*, vol. 83(1), pp. 66-72, Jan. 2012.
- Mahari, A., Seyedi, H.** "Optimal PMU placement for power system observability using BICA, considering measurement redundancy," *Electric Power Systems Research*, vol. 103, pp. 78-85, Oct. 2013.
- Gómez, O., Ríos, M.A.** "ILP-based multistage placement of PMUs with dynamic monitoring constraints," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 53, pp. 1273-1278, Dec. 2013.
- Reis D, Villela P, Duque C, Ribeiro P.** Transmission systems power quality monitors allocation. In: 2008 IEEE Power and energy society general meeting conversion and delivery of electrical energy in the 21st century; p. 1–7, 2008.
- Roy B. K. S., Sinha, A.K., Pradhan, A.K.** "An optimal PMU placement technique for power system observability," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 42(1), pp. 71-77, Nov. 2012.
- Revelle, C.; Swain, R.**, Central facilities location. *Geographi Anal* 2, pp. 30-42, 1970.