

SA-LTF: UM ALGORITMO BASEADO EM *SIMULATED ANNEALING* PARA DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS EM UM LAMINADOR DE TIRAS A FRIO

Maxwell Rodrigo Silva Oliveira

Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática Computacional
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)
e-mail: maxwellrsoliveira@gmail.com

Marcone Jamilson Freitas Souza

Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto
Campus Universitário, CEP 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil
e-mail: marcone@iceb.ufop.br

RESUMO

A Laminação a Frio em *tandem* de uma tira de aço é um processo complexo não linear multivariável com elevado nível de desafio em seu controle. As inúmeras variáveis envolvidas são inerentes à natureza dos diferentes tipos de aço processado, do equipamento em si e dos insumos utilizados, como os cilindros de laminação. Um dos principais parâmetros do processo que influencia diretamente na qualidade do material produzido é a força de laminação aplicada sobre os cilindros em contato direto com a tira de aço em processo. O cálculo das forças de laminação envolve equações e parâmetros não lineares, tornando o cálculo direto uma tarefa complexa. O objetivo deste trabalho é propor um método de cálculo e distribuição equilibrada das forças de laminação entre as cadeiras do laminador utilizando a metaheurística *Simulated Annealing* e o método do Gradiente para refinar as soluções encontradas.

PALAVRAS-CHAVE: Distribuição de Forças na Laminação a Frio, *Simulated Annealing*, Metaheurísticas.

ABSTRACT

The Tandem Cold Rolling of steel strip is a complex nonlinear multivariable process with a high control challenge. Variables associated to the process are due to nature of rolled steel, the mill by itself and consumables as mill cylinders. One main process parameter highly associated to the quality of finished product as the rolling load applied on work rolls in direct contact with rolled strip. Calculation of these loads uses nonlinear equations and parameters, which makes a direct calculation a complex task. This work aims to propose a method of rolling load calculation and equilibrate distribution among rolling stands based on *Simulated Annealing* metaheuristic and the Gradient method to refine the solutions.

KEYWORDS: Tandem cold rolling force distribution, *Simulated Annealing*, Metaheuristics.

1 Introdução

O processo de laminação do aço consiste basicamente na redução da espessura de uma tira de aço a uma espessura previamente definida. É essencial que a espessura de saída apresente a menor variação possível, bem como as perdas no início e fim do processamento do material sejam mínimas. Na laminação a frio, a tira de aço é submetida à elevada pressão resultante da força aplicada sobre os cilindros de trabalho do laminador, entre os quais a tira é tracionada. Os cilindros de trabalho são montados em estruturas denominadas cadeiras. Um laminador a frio típico possui quatro ou cinco cadeiras dispostas em *tandem*, que possibilitam a redução parcial da espessura do material em cada cadeira, até que seja atingida a espessura final desejada.

Neste trabalho propõe-se um algoritmo heurístico cujo objetivo é obter a melhor distribuição das forças de laminação entre as cadeiras, dadas as características do material processado e os parâmetros desejados do produto acabado. O algoritmo proposto combina os procedimentos *Simulated Annealing* e Método do Gradiente. O primeiro foi usado devido ao seu sucesso na resolução de vários problemas não lineares, como o da Competição Internacional de *Timetabling* (da Fonseca *et al.*, 2014). O segundo é usado para refinar periodicamente as melhores soluções geradas durante o processo de busca do primeiro.

O restante deste trabalho está assim organizado. Na seção 2 o problema é descrito. Na seção 3 é apresentada a modelagem matemática do Laminador, e na seção 4 a modelagem heurística e o detalhamento do algoritmo proposto. Na seção 5 são apresentados os resultados computacionais. A seção 6 conclui o trabalho e apresenta sugestões para trabalhos futuros.

2 Descrição do Problema

O processo de laminação a frio ocorre após o processo de laminação a quente, onde blocos de aço, aquecidos em fornos ou produzidos por lingotamento contínuo, sofrem a conformação mecânica a quente, originando tiras de aço, as quais, por sua vez, são enroladas em bobinas. As bobinas são então desenroladas e a tira resultante é decapada para a remoção do óxido de ferro resultante do processo de laminação a quente e oxidação natural do material durante o armazenamento. A tira decapada pode ser novamente bobinada ou submetida à laminação a frio, onde o material sofre novamente conformação mecânica, sendo preservada a largura, reduzida a espessura e proporcionalmente aumentado o comprimento do material. Em um laminador de tiras a frio típico, a tira passa entre quatro ou cinco pares de cilindros de trabalho com motorização independente, cada qual suportado em cilindros de apoio de diâmetro elevado.

À medida que a tira de aço avança entre os pares de cilindro de trabalho, sua espessura é sucessivamente reduzida. A redução na espessura é causada pela elevada força de compressão aplicada em uma pequena região entre os rolos de trabalho. Nesta região, o metal sofre deformação plástica e há um escorregamento entre a tira de aço e a superfície dos rolos de trabalho. A força de compressão necessária é fornecida por cilindros hidráulicos que atuam sobre os cilindros de apoio, que por sua vez, pressionam os cilindros de trabalho sobre a tira. A força aplicada é medida em células de carga instaladas em cada cadeira. A tensão aplicada entre cada cadeira, bem como a tensão de entrada são medidas por tensiômetros instalados entre cadeiras. A espessura da tira é medida continuamente na entrada do laminador, após a primeira cadeira e normalmente após a última cadeira. A espessura entre as demais cadeiras é estimada pelo sistema de controle considerando a velocidade angular dos motores de cada cadeira, diâmetro dos cilindros de trabalho e o escorregamento estimado (parâmetro de controle).

A Tabela 1 apresenta as características de um Laminador de Tiras a Frio de quatro cadeiras em *tandem*. A Tabela 2 apresenta os padrões de redução de espessura de três produtos distintos, como exemplo. Estes parâmetros variam para cada tipo de laminador, do material processado e do padrão de redução desejado.

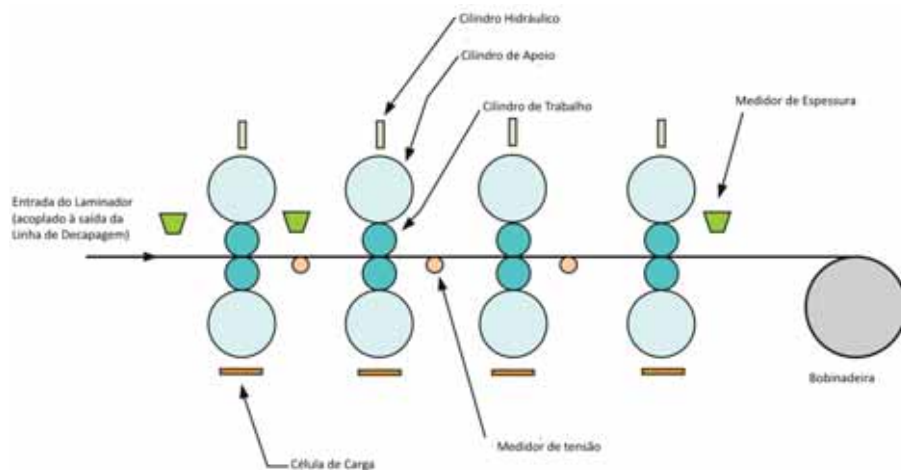


Figura 1: Laminador de Tiras a Frio – Configuração Contínua. Fonte: Udomphol (2007)

Tabela 1: Parâmetros de um Laminador de Tiras a Frio

Parâmetro	Dimensão
Número de cadeiras	4
Largura da tira (mm)	750 a 1875
Espessura de entrada (mm)	1,2 a 5,3
Espessura de saída	0,24 a 2,25
Redução Global (%)	49 a 99
Distância entre cadeiras (mm)	4500
Diâmetro do cilindro de trabalho (mm)	444.8 a 521
Diâmetro do cilindro de apoio (mm)	1250 a 1400
Força de laminação (t)	100 a 3000
Tensão absoluta (t)	5 a 75

Tabela 2: Esquemas de laminação de um Laminador de Tiras a Frio

Parâmetro	Esquema de Laminação		
	1	2	3
Espessura de entrada (mm)	2,833	3,650	3,470
Espessura de saída cadeira 1 (mm)	1,736	2,006	1,932
Espessura de saída cadeira 2 (mm)	1,064	1,153	1,170
Espessura de saída cadeira 3 (mm)	0,735	0,749	0,738
Espessura de saída cadeira 4 (mm)	0,720	0,730	0,720
Força de laminação cadeira 1 (t)	1131	1248	1359
Força de laminação cadeira 2 (t)	942	1013	1155
Força de laminação cadeira 3 (t)	842	874	935
Força de laminação cadeira 4 (t)	1251	1514	1521

3 Modelagem Matemática

Uma tira de metal com uma espessura h_0 é introduzida entre os cilindros a uma velocidade v_0 . A tira passa então na abertura entre os cilindros e sai com a espessura reduzida h_f a uma velocidade v_f . A Figura 2 ilustra esta operação.

Em apenas um ponto da superfície de contato entre o rolo e a tira, duas forças atuam sobre o metal: uma força radial P_r e uma força de fricção tangencial F . Se a velocidade superficial do cilindro v_r é igual a velocidade da tira, este ponto é chamado de ponto neutro ou ponto sem escorregamento (ex: ponto N na). Entre o plano de entrada XX e o ponto neutro, a tira move-se com velocidade inferior a superfície do cilindro e a força de fricção tangencial atual no sentido de puxar o metal na direção do cilindro. No plano de saída YY, a tira move-se com velocidade superior a superfície do cilindro e neste caso, o sentido da força de fricção tangencial é inverso ao plano de entrada, opondo-se ao movimento de saída da tira dentre os cilindros.

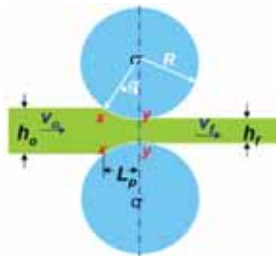


Figura 2 – Plano de Laminação. Fonte Udomphol (2007)



Figura 3: Ponto neutro ou de fricção nula. Fonte Udomphol (2007)

A componente vertical P da força radial P_r é denominada força de laminação, ou seja, a força com a qual os cilindros pressionam a tira. A pressão específica de laminação p é obtida a partir da força de laminação e a área de contato entre a tira e os cilindros, definida pela Eq. (1):

$$p = \frac{P}{bL_p} \quad \text{Eq. (1)}$$

sendo b a largura da tira e L_p o comprimento projetado do arco de contato do cilindro com a tira. O arco de contato pode ser obtido pela aplicação da Eq. (2):

$$L_p = \left[R(h_0 - h_f) - \frac{(h_0 - h_f)^2}{4} \right]^{1/2} \approx [R(h_0 - h_f)]^{1/2} \approx \sqrt{R\Delta h} \quad \text{Eq. (2)}$$

Na Eq. (2), R é o raio do cilindro, h_0 a espessura de entrada da tira, h_f a espessura de saída. Como o raio do cilindro de trabalho (ex: 450 mm) é muito maior que a diferença de espessura (ex: 2 mm), o termo $(h_0 - h_f)^2/4$ pode ser desprezado.

Quando as forças de laminação são transmitidas para a área da tira em contato com os cilindros, dois tipos de deformação elástica ocorrem: 1) os cilindros tendem a fletir ao longo de seu comprimento uma vez que a área da tira pressionada exerce igual força no sentido contrário à força de laminação ao mesmo tempo em que são comprimidos em suas extremidades e 2) os cilindros sofrem um achatamento na região em contato com a tira em processo, resultando no aumento do raio de curvatura dos cilindros. De acordo com Udomphol (2007) e Gudur *et al.* (2007), esse processo foi estudado por Hitchcock e modelado pela Eq. (3)

$$R' = R \left[1 + \frac{CP'}{b(h_0 - h_f)} \right] \quad \text{Eq. (3)}$$

em que C é uma constante obtida de acordo com a Eq. (4) e P' é a força de laminação baseada no raio do cilindro achatado.

$$C = 16 \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} = 2.16 \times 10^{-11} \text{Pa}^{-1} \quad \text{Eq. (4)}$$

A seguir, é realizada uma análise simplificada do processo de laminação com o objetivo de apresentar o equacionamento necessário à resolução do problema proposto neste trabalho: o cálculo e distribuição da força de laminação entre as cadeiras do Laminador de Tiras a Frio. As principais variáveis envolvidas no processo de laminação são: (i) o diâmetro dos cilindros; (ii) a resistência de deformação do material, variável em função do processo metalúrgico, temperatura e a taxa de deformação; (iii) a fricção entre os cilindros e a tira e (iv) a presença de tensões na entrada e saída no sentido do plano de laminação da tira. Considerando a condição de fricção normal, a pressão de laminação média poder ser calculada pela Eq. (5):

$$\bar{p} = \frac{\bar{\sigma}_0}{Q} (e^Q - 1) \quad \text{Eq. (5)}$$

sendo $Q = \mu L_p / \bar{h}$ e \bar{h} a espessura média de entrada e saída da tira entre os cilindros, que pode ser obtida pela Eq. (6). O coeficiente de fricção μ varia em função da força de laminação, a quantidade e composição da emulsão aplicada durante a laminação e desgaste dos cilindros sendo de difícil obtenção. Assim, é considerado um parâmetro do modelo variável entre 0,03 a 0,07 na laminação a frio.

$$\bar{h} = \frac{h_o - h_f}{2} \quad \text{Eq. (6)}$$

O fator $\bar{\sigma}_0$ é calculado por meio da curva de deformação do aço, obtida a partir de uma amostra do aço submetida a testes de tração em laboratório. Essa curva pode ser aproximada pela Eq. (7), sendo α , β , γ e τ parâmetros de ajuste da curva.

$$\sigma = \alpha \left(\gamma + \log \left(\frac{h_o}{h_f} \right) \right)^\beta + \tau \quad \text{Eq. (7)}$$

Considerando o efeito do achatamento do raio do cilindro em contato com a tira durante a laminação, Q pode ser obtido pela E. (8):

$$Q = \frac{\mu L_p}{\bar{h}} = \frac{\mu \sqrt{R' \Delta h}}{\bar{h}} \quad \text{Eq. (8)}$$

A força laminação é obtida pelo produto da pressão de laminação p e a área de contato do cilindro e a tira, ou seja:

$$P = \sigma \left[\frac{1}{Q} (e^Q - 1) b \sqrt{R \Delta h} \right] \quad \text{Eq. (9)}$$

Quando a tira em processo de laminação é submetida a tensões no plano de laminação, a força de laminação é reduzida. A tensão na entrada da cadeira de laminação é obtida através do controle da velocidade de entrada do laminador ou da cadeira precedente. A tensão na saída da cadeira pode ser obtida pelo aumento da velocidade de laminação da cadeira seguinte ou no caso da última cadeira, pelo aumento da velocidade da bobinadeira. De acordo com Udomphol (2007), a aplicação de tensão sobre a tira na entrada da cadeira de laminação é duas vezes mais efetiva que a aplicação na saída e o efeito da tensão aplicada sobre a tira na redução da pressão de laminação pode ser obtida pela Eq. (10), em que σ_h é a tensão horizontal sobre a tira:

$$p = \sigma'_0 - \sigma_h = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 - \sigma_h \quad \text{Eq. (10)}$$

Objetivando a simplificação do modelo utilizado, a Eq. (10) foi utilizada no desenvolvimento deste trabalho.

4 Modelagem Heurística do Problema

4.1 Representação de uma Solução

A força de laminação em uma cadeira pode ser obtida a partir da Eq. (9), de maneira simplificada, se forem conhecidos: a curva de deformação do aço de origem da tira a ser laminada; a espessura de entrada e saída desejada do material na cadeira de laminação; a largura do material, considerada constante durante o processo; o diâmetro dos cilindros do trabalho, além das características mecânicas e elétricas do laminador, como a força de laminação que pode ser aplicada no material sem causar a deformação na estrutura da cadeira ou ruptura mecânica dos cilindros entre outros danos ao equipamento.

A espessura de entrada h_o e saída h_f da tira em cada cadeira determinam a força de laminação, conhecidos os demais parâmetros. A espessura de saída da cadeira n é a espessura de entrada da cadeira $n+1$ e assim por diante, até a saída do laminador. A relação

$h = (h_0 - h_f) / h_0$ determina o fator de redução da tira quando a força de laminação p é aplicada entre os cilindros.

A solução do problema pode ser representada como um vetor de n posições, sendo n o número de cadeiras do laminador. A espessura de entrada no laminador ocupa a primeira posição do vetor e as espessuras de saída de cada cadeira as posições seguintes. A Figura 4 ilustra a representação de uma solução para o problema envolvendo quatro cadeiras.

s	Espessura da tira (mm)				
	Entrada	Saída Cadeira 1	Saída Cadeira 2	Saída Cadeira 3	Saída Cadeira 4
	2,680	1,322	1,158	0,852	0,700

Figura 4: Exemplo de Solução do Problema

4.2 Estrutura de Vizinhança

Dada uma solução s , para se encontrar s' , onde s' é um vizinho de s , é aplicado o seguinte movimento: alteração da espessura de saída de uma cadeira. A alteração consiste em:

1º - Escolha de uma cadeira, entre 1 e $n-1$ onde n é o número de cadeiras do laminador. A última cadeira nunca pode ter sua espessura de saída alterada, pois é um requisito do produto final.

2º - Definição de uma espessura a ser somada ou subtraída da cadeira. O passo a ser utilizado é definido como $\Delta r = rand[0,1] \times \varepsilon$, sendo ε um parâmetro do problema.

3º - Definição da operação soma ou subtração a ser aplicada: um número aleatório $z \in [0,1]$ é gerado. Se $z \geq 0,5$, a soma é selecionada; do contrário, a operação subtração é escolhida.

4º - Aplicação do movimento. Como exemplo, aplicando-se o movimento de adição com um passo de 0,2 mm na saída da cadeira 2, o novo vetor de espessuras é dado pela Figura 5.

s'	Espessura da tira (mm)				
	Entrada	Saída Cadeira 1	Saída Cadeira 2	Saída Cadeira 3	Saída Cadeira 4
	2,680	1,322	1,178	0,852	0,700

Figura 5: Exemplo de aplicação de movimento

4.3 Função de Avaliação

A melhor distribuição da força de laminação é obtida quando a variância v das forças de laminação, dada pela Eq. (11), é mínima.

$$v(p) = \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2 \quad \text{Eq. (11)}$$

Por sua vez, a força de laminação em uma cadeira é limitada em uma faixa de operação. As restrições de força de laminação podem ser modeladas pela Eq. (12).

$$r_{força} = \sum_{i=1}^n \min\left(\frac{|p_i - p_{min_{h_i}}|}{p_{max_{h_i}} - p_{min_{h_i}}}, 0\right) \times \alpha_1 + \sum_{i=1}^n \max\left(\frac{|p_i - p_{max_{h_i}}|}{p_{max_{h_i}} - p_{min_{h_i}}}, 0\right) \times \alpha_2 \quad \text{Eq. (12)}$$

Assim, para uma faixa de operação de 0 a 30000 KN, uma força de laminação de 32000 KN encontrada em uma cadeira resulta na aplicação da penalidade $[(32000 - 30000) / 30000] \times \alpha_2$ à função definida pela Eq. (12).

A última cadeira do laminador normalmente utiliza cilindros de maior rugosidade que as demais com o objetivo de imprimir uma superfície na tira, permitindo o acabamento superficial do material em processos subsequentes, como a pintura. Assim, sua contribuição na redução da espessura da tira é limitada em uma faixa restrita (ex: entre 2 e 4%), determinada para cada tipo de material laminado. Faixas de operação para a redução também podem ser aplicadas às demais cadeiras. Estas restrições podem ser modeladas como:

$$r_{\text{redução}} = \sum_{i=1}^n \min(|h_i - l_{\min_{h_i}}|, 0) \times \alpha_3 + \sum_{i=1}^n \max(|h_i - l_{\max_{h_i}}|, 0) \times \alpha_4 \quad \text{Eq. (13)}$$

sendo h_i , $l_{\min_{h_i}}$ e $l_{\max_{h_i}}$, respectivamente: a redução desejada e os limites mínimo e máximo de redução da cadeira i . Os fatores α_3 e α_4 são fatores de penalização. A penalização de uma redução fora de faixa é proporcional ao erro. Exemplo: para uma redução desejada de 10% e faixas de operação entre 2% e 4%, a penalização será: $(0,10 - 0,04) \times \alpha_4$. Esta restrição é aplicada como penalidade à função objetivo dada pela Eq. (11).

A contribuição da redução da espessura da tira em uma cadeira também é limitada pelo torque disponível na motorização dos cilindros de trabalho e faixas de operação determinadas pela operação. O torque necessário para realizar a redução desejada é calculado pela Eq. (14)

$$M_T = \mu p R' \quad \text{Eq. (14)}$$

Faixas de operação de torque podem ser usadas como restrições e cálculo de penalidades, como realizada para as forças e reduções. Neste trabalho, por simplificação, as faixas de torque não foram utilizadas como restrições.

Para alcançar a melhor distribuição de forças de laminação, considerando as restrições impostas pelas faixas de operação de redução e força de laminação, o algoritmo de otimização deve ser capaz de minimizar a função $f(p) = \min v(p)$ sujeito a $r_{\text{força}}$, $r_{\text{redução}}$.

A função de avaliação utiliza as reduções obtidas para cada cadeira e as forças de laminação calculadas. O objetivo é obter a melhor distribuição da força de laminação, atendendo as restrições impostas pelas faixas de redução e forças permitidas para cada cadeira. A função f a ser minimizada neste trabalho, pode ser, então, representada pela Eq. (15):

$$f(p, r) = \beta_1 \left(\sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})^2 \right) + \beta_2 \left(\sum_{i=1}^n \min \left(\frac{|p_i - p_{\min_{h_i}}|}{p_{\max_{h_i}} - p_{\min_{h_i}}}, 0 \right) \times \alpha_1 + \sum_{i=1}^n \max \left(\frac{|p_i - p_{\max_{h_i}}|}{p_{\max_{h_i}} - p_{\min_{h_i}}}, 0 \right) \times \alpha_2 \right) + \beta_3 \left(\sum_{i=1}^n \min(|h_i - l_{\min_{h_i}}|, 0) \times \alpha_3 + \sum_{i=1}^n \max(|h_i - l_{\max_{h_i}}|, 0) \times \alpha_4 \right) \quad \text{Eq. (15)}$$

Esta função é obtida a partir das equações (11), (12) e (13). Os parâmetros β_1 , β_2 e β_3 definem os pesos da variância da força de laminação, as restrições de força e redução, respectivamente.

4.4 Geração da Solução Inicial

A solução inicial é obtida calculando-se as forças de laminação necessárias à redução da espessura do material. Dada a espessura de entrada h_0 e saída h_f do laminador, é calculada a redução total pela equação $h = (h_0 - h_f) / h_0$. Um número aleatório entre 0 e 1 é obtido e multiplicado pelo fator de redução h , sendo o resultado utilizado com fator de redução para a primeira cadeira. A espessura de saída obtida é utilizada como espessura de entrada da próxima cadeira. Igualmente, um novo número aleatório é gerado e determinada a redução da cadeira. Este processo é repetido até a penúltima cadeira, sendo a redução restante imposta para a última cadeira. A Tabela 3 apresenta um exemplo de distribuição de reduções para a geração da solução inicial considerando um laminador composto por quatro cadeiras.

Tabela 3: Exemplo de distribuição de reduções para geração de uma solução inicial

Cadeira	Espessura de Entrada (mm)	Espessura global de saída (mm)	Redução necessária (%)	Número aleatório entre 0 e 1	Redução (%)	Espessura de Saída (mm)
1	2,680	0,750	72%	0,704	51%	1,322

2	1,322	0,750	43%	0,286	12%	1,158
3	1,158	0,750	35%	0,751	26%	0,852
4	0,852	0,750	12%		12%	0,750

4.5 Simulated Annealing

Simulated Annealing – SA (Pereira e Vasconcelos, 2012) é uma metaheurística inspirada no processo físico de recozimento de um sólido para obtenção de estados de baixa energia na área da física da matéria condensada. O método permite transições de piora na solução para escapar de ótimos locais. Seu pseudocódigo é mostrado na Fig. 6.

procedimento SA

1. Seja s_0 uma solução inicial, T_0 a temperatura inicial, ξ a taxa de resfriamento e S_{max} o número máximo de iterações para se atingir o equilíbrio térmico;
 2. $s \leftarrow s_0$; {Solução corrente}
 3. $s' \leftarrow s$; {Melhor solução obtida até então}
 4. $T \leftarrow T_0$; {Temperatura corrente}
 5. $IterT \leftarrow 0$; {Número de iterações na temperatura T}
 6. enquanto ($T > 0$) faça
 7. enquanto ($IterT < S_{max}$) faça
 8. $IterT \leftarrow IterT + 1$; Gere um vizinho qualquer $s' \in N(s)$;
 9. $\Delta = f(s') - f(s)$;
 10. se ($\Delta < 0$)
 11. então
 12. $s \leftarrow s'$; se $f(s') < f(s^*)$ então $s^* \leftarrow s'$;
 13. senão
 14. Tome $x \in [0,1]$; se $x < e^{-\Delta/T}$ então $s \leftarrow s'$;
 15. fim-se;
 16. fim-enquanto;
 17. $T \leftarrow \xi \times T$; $IterT \leftarrow 0$;
 18. fim-enquanto;
 19. Retorne s^* ;
- fim SA;**

Figura 6: Pseudocódigo do Algoritmo *Simulated Annealing*

No SA parte-se de uma solução qualquer e de uma temperatura T . O procedimento principal consiste em um laço em que são geradas soluções vizinhas à solução atual por S_{max} iterações e em seguida a temperatura é reduzida. O laço principal termina quando há o congelamento do sistema, ou seja, quando $T = 0$. A cada iteração na mesma temperatura, a solução vizinha gerada é comparada com a solução corrente e se ela for melhor que esta, ela a substitui. Se a solução for de piora, ainda assim ela poderá ser aceita, desde que um número aleatório entre 0 e 1 seja menor que $e^{-\Delta/T}$. O termo Δ em $e^{-\Delta/T}$ representa uma quantidade equivalente à piora da melhor solução comparada à solução vizinha gerada. À medida que a temperatura é reduzida, a chance de soluções piores serem aceitas é reduzida quase a zero.

4.6 Temperatura Inicial

A temperatura T determina a probabilidade de aceite de soluções de piora do algoritmo. Neste trabalho, a temperatura inicial é definida por simulação, tal como em Souza (2012). Assim, dada uma temperatura e uma solução inicial quaisquer, um laço de S_{max} iterações é executado, sendo calculada a cada iteração um valor Δ entre a melhor solução e uma solução vizinha gerada aleatoriamente. Caso a solução seja de melhora, ela é aceita; caso contrário, ela pode ser aceita com a probabilidade $rand(0,1) \times e^{-\Delta/T}$. Se em S_{max} iterações forem aceitas $\gamma \times S_{max}$ soluções de melhora, a temperatura obtida é retornada como temperatura inicial; caso contrário, a temperatura é elevada por um fator δ , tal que a nova temperatura seja $T \leftarrow T \times \delta$ e o laço é reiniciado. Os parâmetros γ e δ foram fixados nos valores 0,90 e 1,1, respectivamente. Desta forma, a temperatura inicial é aquela na qual 90% dos movimentos realizados são aceitos, o que está em harmonia com o processo de recozimento, que exige uma temperatura inicial alta.

4.7 Método do Gradiente

Este método consiste em calcular o gradiente da função objetivo associada à solução corrente e, em seguida, reavaliar a função objetivo considerando o deslocamento da solução corrente em direção oposta ao do gradiente encontrado, multiplicado por um fator β . Um novo gradiente é calculado, então, a partir da nova solução obtida até que não seja possível uma melhora na função ou que o número máximo de iterações tenha sido alcançado. O pseudocódigo deste procedimento é mostrado na Figura 7.

procedimento *Gradiente*

1. $k \leftarrow 0$
2. enquanto (critério de parada não atingido)
3. $g_k \leftarrow \text{gradiente}(f(\cdot), x_k)$; $d_k \leftarrow -g_k$;
4. $\mu_k \leftarrow \beta f(x_k + \mu d_k)$;
5. $x_{k+1} \leftarrow x_k + \mu_k d_k$; $k \leftarrow k + 1$;
6. fim-enquanto

fim *Gradiente*

Figura 7: Pseudocódigo do Método do Gradiente

O fator β determina o tamanho do deslocamento dado no sentido oposto ao do gradiente da função. Em Takahashi (2007) um método de otimização unidimensional é utilizado para determiná-lo. Neste trabalho, no entanto, um método simples é aplicado: Inicialmente, parte-se de um valor pequeno para β . A função objetivo é, então, calculada e seu valor comparado com o da função objetivo corrente. Caso seja melhor, β é multiplicado por 10 e a função objetivo é calculada novamente até que haja uma piora na solução encontrada. O valor β imediatamente anterior à piora é utilizado no cálculo do gradiente.

4.8 Algoritmo proposto SA-LTF

O algoritmo *Simulated Annealing* aplicado à Laminação de Tiras a Frio, nomeado SA-LTF, utiliza a metaheurística *Simulated Annealing* para busca do mínimo global e o método do gradiente para refinar periodicamente a melhor solução encontrada ao final de cada laço de iterações numa mesma temperatura. A solução inicial é gerada de acordo com a Seção 4.4 e a temperatura inicial é definida por simulação de acordo com a Seção 4.6. Em seguida, o método *Simulated Annealing* (Seção 4.5) é utilizado para a busca da melhor solução. Ao término do ciclo de avaliação da temperatura atual, o método do gradiente (Seção 4.7) é usado para refinar a melhor solução encontrada. A melhor solução (espessuras de saída de cada cadeira) é retornada, bem como as reduções e forças de laminação obtidas para cada cadeira.

5 Resultados Computacionais

O algoritmo SA-LTF foi codificado na linguagem C# usando o compilador Visual Studio 2010 e testado em um computador Intel Core i7 de 2,7 GHz, com 16 GB de RAM e sistema operacional Windows 7. Apenas um núcleo de processamento foi utilizado para executá-lo.

Para testar o algoritmo SA-LTF foram usados valores de parâmetros reais de um laminador de tiras a frio de quatro cadeiras. Os dados originais não são apresentados por serem confidenciais. Os parâmetros do algoritmo foram calibrados em uma bateria preliminar de testes, sendo adotados para a definição da temperatura inicial os seguintes valores: $\delta = 1,10$, $\gamma = 0,9$ e $S_{max} = 1000$. Para o SA-LTF foram usados: $\xi = 0,98$, $S_{max} = 1000$. Para o método do gradiente foram usados: $\Delta = 10^{-8}$, $\beta = 10^{-8}$ a 1^3 , critério de parada = 100 iterações sem melhora e erro máximo de 10^{-8} . A solução inicial foi determinada usando o método descrito na Seção 4.4. Para geração da vizinhança, foi usado como passo de alteração da espessura o valor 0,05. Para a função objetivo, foram adotados os seguintes pesos: distribuição de força $\beta_1 = 10000$, penalidade de força fora de faixa $\beta_2 = 100$, α_1 e $\alpha_2 = 1$, penalidade de redução fora de faixa β_3 , α_3 e $\alpha_4 = 100$.

Foram utilizados 100 conjuntos de dados de bobinas (tiras) disponíveis, bem como os diâmetros dos cilindros de trabalho usados na laminação e a curva de deformação do aço.

Para cada bobina foram executados 50 cálculos da distribuição da força de laminação, limitando a redução da última cadeira (a quarta) entre 2% e 4%.

A utilização do método do gradiente como único método de minimização mostrou-se ineficiente em função de sua característica de busca local, resultando em distribuições de força irregulares. Já o algoritmo *Simulated Annealing* permitiu a obtenção de forças de laminação equilibradas entre as cadeiras que puderam ser refinadas pela aplicação do método do gradiente, ao término de cada laço de mesma temperatura, em caso de melhora na solução obtida. A evolução da função objetivo é mostrada para uma bobina com a aplicação do algoritmo *Simulated Annealing* isolado e com o refinamento pelo método do gradiente na Figura 8.

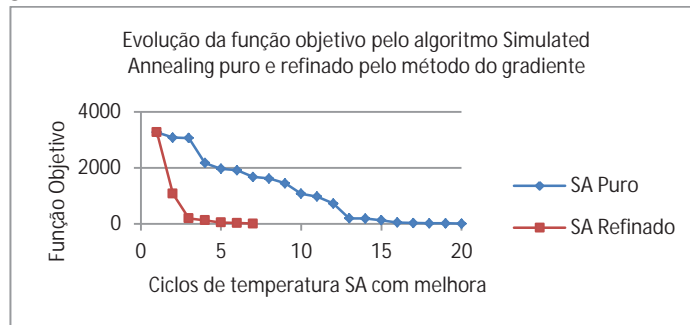


Figura 8: Evolução da fo. pelo algoritmo *Simulated Annealing* puro e refinado pelo método do gradiente

As forças de laminação obtidas para uma tira são mostradas na Figura 9. O desvio padrão sobre a distribuição das forças de laminação calculadas para uma tira em 50 execuções do algoritmo SA-LTF são mostrados na Figura 10.

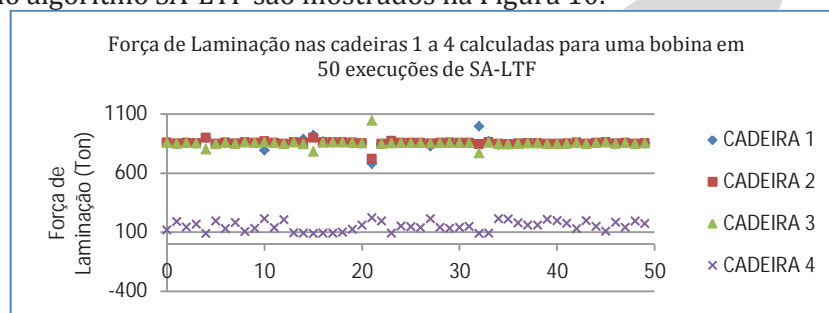


Figura 9: Força de Laminação nas cadeiras 1 a 4 calculadas pelo SA-LTF em 50 execuções

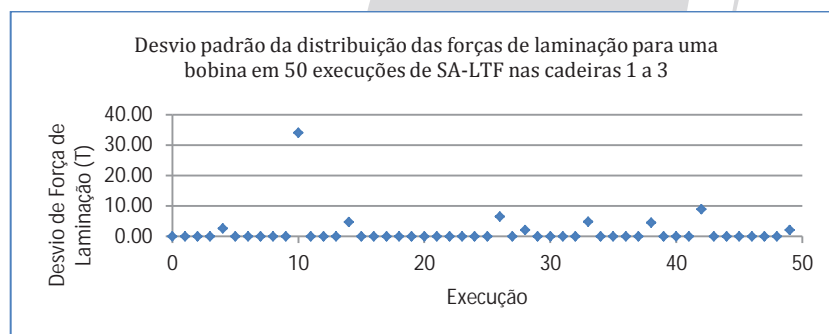


Figura 10: Desvio padrão da distr. das forças de laminação de uma bobina em 50 execuções de SA-LTF

Como pode ser observado na Figura 9, a distribuição das forças de laminação entre as três cadeiras do laminador com faixas de redução livres apresentou excelente uniformidade na maioria dos testes realizados. O desvio padrão apresentado na Figura 10 refere-se ao mesmo conjunto de dados e em 82% dos testes foi da ordem de 10^{-12} . Quando

analisado em relação à força de laminação, para forças da ordem de 900 toneladas, o desvio máximo encontrado neste caso foi de 35 toneladas ou 3,8% em relação à média, sendo este desvio facilmente absorvido pelo sistema de controle quando utilizado em um laminador real. O desvio padrão médio e máximo da distribuição das forças de laminação nas cadeiras 1 a 3 para 100 tiras é mostrado na Figura 11.

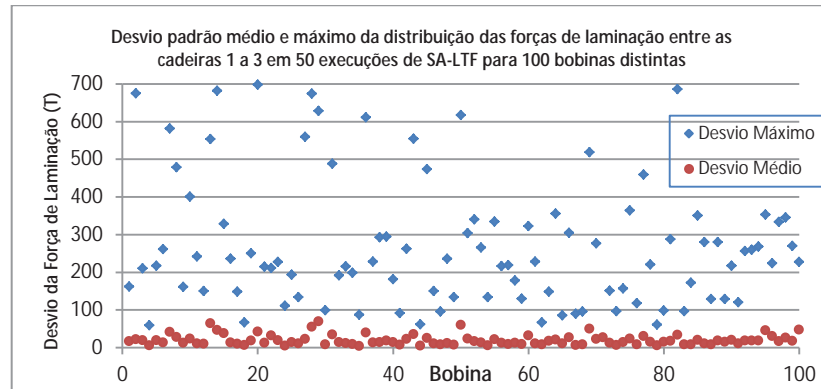


Figura 11: Desvio padrão médio e máximo da distribuição das forças de laminação de uma tira em 50 execuções de SA-LTF para 100 bobinas distintas.

O tempo de execução de 50 testes em 100 bobinas é apresentado na Tabela 4. Os resultados foram comparados com dados reais para a verificação qualitativa das soluções. Não foi possível uma comparação quantitativa, pois o laminador usado como referência opera objetivando a melhor distribuição de redução em detrimento à distribuição das forças de laminação.

Tabela 4: Tempo de execução do algoritmo SA-LFT em milissegundos

Mínimo (ms)	Máximo (ms)	Médio (ms)	Desvio Padrão (ms)
2153	4499	2298	483

A força de laminação da última cadeira apresentou valores muito baixos e incoerentes com as forças utilizadas em um laminador real. Conforme Gudur *et al.* (2007), o modelo utilizado para a determinação da superfície de contato do cilindro de laminação com a tira em processo, desenvolvido por Hitchcock é incapaz de estimar a deformação do cilindro e falha para pequenas reduções. Como esquemas de laminação exigem uma redução média de 30% nas demais cadeiras e no máximo 4% de redução na última cadeira, utilizada para acabamento do material, o modelo para o cálculo da força de laminação desta cadeira deve ser aprimorado. O código-fonte do modelo matemático do laminador tomado como referência foi analisado e verificou-se que a força nessa última cadeira utiliza uma tabela de coeficientes de força específica para cada tipo de material processado, organizada em bandas de largura, espessura e redução desejada. Como o fator de redução é praticamente fixo nesta cadeira, poucos valores são tabelados.

O desvio padrão médio da força de laminação apresentado na Figura 11 mostra que o SA-LTF apresenta boa estabilidade quando os parâmetros de entrada são alterados. Foram utilizados dados de 100 bobinas distintas, com diferentes configurações de espessura de entrada e saída, além de dados de cilindros e curvas de deformação do aço distintos. Para os desvios máximos observados muito acima do desvio médio, foi verificado que a solução inicial gerada era muito distante da melhor solução e o passo aplicado para gerar o vizinho não permitia movimentos que varressem mais amplamente o espaço de busca. Foram testadas diversas configurações de parâmetros, como o aumento do número de iterações do *Simulated Annealing* e a mudança do valor desse passo na tentativa de reduzir essas discrepâncias. No entanto, essas alterações resultaram em piora no desvio médio das reduções e foram desconsideradas. Como alternativa, uma nova solução inicial pode ser gerada e o algoritmo reexecutado. Caso seja encontrada uma solução pior que a atual, o

algoritmo deve ser executado novamente por um número máximo de vezes ou até que uma solução de melhora seja aceita. Esta proposta foi testada e considerada a mais viável. Como o processo de laminação contínua requer pelo menos 120 segundos para processar uma bobina, o algoritmo SA-LTF pode ser executado várias vezes para buscar uma solução melhor quando ocorrer um desvio acentuado.

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi apresentado um algoritmo baseado em *Simulated Annealing*, nomeado SA-LTF, para calcular a distribuição das forças de laminação em um Laminador de Tiras a Frio. O objetivo é alcançar a uniformidade do processo e a melhor utilização da potência instalada.

Os resultados obtidos mostraram que o SA-LTF apresenta boa estabilidade e eficiência quando utilizados diferentes esquemas de laminação e materiais. Ressalta-se, entretanto, que a força de laminação obtida para a última cadeira foi muito inferior à força real utilizada no processo. De acordo com Gudur *et al.* (2007), a equação desenvolvida por Hitchcock para cálculo do raio do cilindro achatado é incapaz de estimar a deformação dos cilindros para a laminação de tiras finas e de dureza elevada particularmente para baixas reduções. Considerando que a última cadeira do laminador é utilizada nessas condições, um modelo mais preciso para a determinação da deformação dos cilindros é necessário, como proposto por Fleck *et al.* (1992). Assim, para a utilização do algoritmo proposto em um processo real, torna-se necessária a correção da força de laminação obtida para a última cadeira. Um modelo adaptativo baseado no histórico de bobinas laminadas pode ser desenvolvido, segregando os resultados reais por tipo de aço e faixas de redução utilizadas. Ainda, um modelo para pequenas reduções pode ser implementado e utilizado em conjunto com o modelo proposto.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG e ao CNPq pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- Fleck, N., Johnson, K. L., Mear, M. E., & Zhang, L. C. (1992). Cold Rolling of foil. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, p. 119 a 131.
- Gudur, P., Salunkhe, M., & Dixit, U. (27 de Junho de 2007). A theoretical study on the application of asymmetric rolling for the estimation of friction. Acesso em 2014, disponível em Science Direct: <http://www.fem.unicamp.br/~sergio1/pos-graduacao/IM324/gudur.pdf>
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C., & Vecchi, M. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, pp. 671-680, vol 220, No. 4598.
- Skiena, S. S. (2008). *The Algorithm Design Manual*. In: S. S. Skiena, *The Algorithm Design Manual* (pp. 254-258). Springer.
- Souza, M. J., & Araújo, F. C. (s.d.). Um método híbrido, baseado em Simulated Annealing e o Método da Descida, para resolver o problema de seleção de projetos mineiros concorrentes. Acesso em 06 de Fevereiro de 2015, disponível em Inteligência Computacional para Otimização (CIC272): <http://www.decom.ufop.br/marcone/Disciplinas/InteligenciaComputacional/InteligenciaComputacional.htm>
- Takahashi, R. H. (Janeiro de 2007). *Notas de Aula - Otimização Escalar e Vetorial*. Belo Horizonte.
- Udomphol, T. (Jan-Mar de 2007). *Rolling of Metals - Chapter 3*. Acesso em Dezembro de 2014, disponível em http://eng.sut.ac.th/metal/images/stories/pdf/03_Rolling_of_metals.pdf.