

## EXTENSÃO ÓTIMA DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO ELÉTRICA UTILIZANDO MODELOS DE REDES DE ACESSO LOCAL

**Paulo Wagner Lopes da Silva**

Instituto Federal de Alagoas

Rua Engenheiro Godilho de Castro, 36, Centro, Arapiraca/AL. CEP: 57300-100

pauloifal@gmail.com

**Henrique Pacca Loureiro Luna**

Universidade Federal de Alagoas

Av Lourival Melo Mota, s/n Campus A. C. Simões - Maceió/AL CEP: 57072-900

pacca@ic.ufal.br

### RESUMO

O objetivo deste artigo é investigar qual a extensão ótima para uma nova rede de distribuição, utilizando modelos matemáticos computacionais de otimização topológica de redes de utilidade pública. Os modelos utilizados prezam pelo equilíbrio entre o custo de investimento inicial (fixo) e os custos decorrentes da transferência de energia elétrica (variável). Verificou-se que a relação entre o custo fixo  $\beta$  e o custo variável  $\gamma$  exerce influência determinante na configuração ótima de uma rede de distribuição. Valores elevados de  $\beta/\gamma$ , conduzem a solução para uma árvore geradora mínima (AGM). No entanto, essa relação não é o único fator que determina a configuração da rede, outros parâmetros como extensão, demanda dos nós, caráter heterogêneo dos valores das demandas e quantidade de possíveis arcos influenciam de forma significativa na solução.

**PALAVRAS CHAVE.** Configuração de redes de distribuição. Árvore geradora mínima. Modelos de otimização.

**Área Principal:** (TAG - Teoria e Algoritmos em Grafos e EN - PO na Área de Energia)

### ABSTRACT

The objective of this paper is to investigate which is the optimal tree for a new distribution network. For this purpose, it applies computational optimization mathematical models of an optimal local access network design problem. Applied models seek for the balance between fixed costs and variable costs. It was found that the relationship between fixed costs and variable costs influences the optimal configuration of the distribution network in such a way that a high value of the quotient between fixed costs and variable costs contributes to a minimum length spanning tree. However, others parameters must be considered to determine the network configuration such as extension, arches demand, heterogeneity of demand values, and quantity of arches.

**KEYWORDS.** Distribution networks configuration. Minimum length spanning tree. Optimization model.

**Main Area:** (TAG - Theory and Algorithms in Graphs and EN - OR in Energy)

## 1. Introdução

A energia elétrica se tornou a principal fonte de luz, calor e força utilizada no mundo moderno. Atividades simples como assistir à televisão, realizar uma ligação, enviar um e-mail ou navegar na internet não seriam possíveis se a energia elétrica não chegasse às residências. Grande parte dos avanços tecnológicos alcançados pela humanidade deve-se à energia elétrica.

Obtida a partir de diversos tipos de energia, a eletricidade é transportada e chega aos consumidores no mundo inteiro por meio de sistemas elétricos complexos, compostos de três etapas: geração, transmissão e distribuição. Um dos componentes mais complexos é a distribuição, devido aos diversos níveis de tensão, sua extensão e aos diversos tipos de consumidores atendidos (KAGAN et al., 2010).

O objetivo deste artigo é contribuir com os debates sobre qual a configuração ótima para uma nova rede de distribuição, a fim de mostrar que uma possível solução da árvore ótima desta rede será uma árvore geradora mínima (AGM). As redes de distribuição estudadas são do tipo aérea radial primária protegida (ARPP) com nível de tensão em 13,8 kV.

As justificativas estão na possibilidade de utilizar modelos simples que prezam pelo equilíbrio entre os custos de construção e operação da rede, proporcionando economia de recursos. Outro interesse no tema está na realização de experimentos computacionais com exemplos de redes realistas para analisar a qualidade do modelo e possibilidade de utilização como sistemas de recomendação para projetos de rede de distribuição.

## 2. Fundamentação Teórica

O processo de modelagem de sistemas elétricos, visando sua simulação e otimização, baseia-se na representação matemática das redes, conhecida como grafos, que permitem a aplicação de algoritmos de simulação e otimização da configuração.

A rede de energia elétrica é uma rede de utilidade pública ou rede de acesso local. Uma rede de utilidade pública é um sistema de atendimento a usuários distribuídos espacialmente, com caráter público e com função de transferir energia entre pontos dispersos pela rede. Representando o sistema elétrico como um grafo, pode-se modelá-lo utilizando diversos modelos existentes na literatura para redes de acesso local (LUNA, 20013).

### 2.1. Teoria dos grafos

A necessidade de representar um sistema complexo, como redes elétricas, através de uma forma mais amigável e tratável é a simplificação. A melhor representação, possivelmente, é através de grafos. Esse ramo da matemática discreta surgiu por volta de 1736, quando Leonard Euler resolveu o problema das “Sete pontes de Königsberg”, utilizando uma estratégia de representar as ilhas por pontos e as pontes por linhas conectando as ilhas. Mais tarde essa estratégia ficou conhecida como Teoria dos Grafos (BERGE, 1964).

Um grafo é uma estrutura de abstração bastante útil na representação e solução de diversos tipos de problemas. Um grafo  $G = G(N, E)$  é uma estrutura entre  $N$  e  $E$ , sendo  $N$  um conjunto discreto finito e não vazio, e  $E$  uma relação binária sobre  $N$ . Os elementos de  $N$  são representados por pontos. O par ordenado  $(v, w) \in E$ , onde  $v$  e  $w \in N$ , é representado por uma linha ligando  $v$  a  $w$  (GOLDBARG e GOLDBARG, 2012 e FEOFILOFF et al., 2011).

Os elementos do conjunto  $E$  são denominados de arestas, linhas ou arcos do grafo, e em geral, são representados pelas letras minúsculas  $a, b, c, d$ , ou  $e_i, e_j$ . Os elementos do conjunto  $N$  são denominados de vértices, pontos ou nós do grafo, e em geral, são representados pelas letras minúsculas  $u, v, w$ , ou  $v_i, v_j$  ou por números 1, 2, 3 e sucessivamente (FEOFILOFF et al., 2011).

Os grafos são classificados segundo os conceitos presentes neles, assim, um grafo que possui laços ou arestas paralelas é denominado **multigrafo**. Quando um grafo não possui laços nem arestas paralelas ele é denominado de **grafo simples**. O grafo simples em que cada par de vértices são adjacentes chama-se **grafo completo** (SINHA e GUPTA, 2012 e LUCCHESI, 1979).

## 2.2. Modelos de otimização de redes de acesso local

Dijkstra (1959) foi um dos primeiros a levantar problemas de configuração de redes. Em seu trabalho, são apresentadas algumas notas que orientam quanto a solução de dois problemas, o primeiro é como construir uma *Minimum Spanning Tree* ou árvore geradora mínima (AGM). O segundo é encontrar o caminho de comprimento total mínimo entre dois nós quaisquer de um grafo. Antes de Dijkstra já existiam algoritmos para solucionar o problema da árvore geradora mínima, esses algoritmos ficaram conhecidos pelos nomes dos respectivos desenvolvedores Kruskal (1956) e Prim (1957).

Luna et al. (1987) discutem sobre o problema da topologia das redes de telefonia urbanas, com a finalidade de minimizar o custo total das estruturas necessárias para ligar centrais telefônicas aos seus clientes, conhecido como o Problema da Rede Central de Comutação Telefônica, ou *The Telephonic Switching Center Network Problem*. Eles mostraram através de embasamento teórico e de experiências computacionais que o algoritmo de Dijkstra (1959), conduz a uma solução satisfatória para o problema apresentado.

Em 2001, Randazzo e Luna compararam modelos de projetos de redes de acesso local, os quais otimizam redes com nós de passagem, ou nós *Steiner*. Já em Luna (2013) é feita uma avaliação do papel da distância em redes de acesso local. Ele confronta duas extensões de árvores, a árvore de caminhos mínimos (ACM) e a AGM, e propõe um modelo que determina qual a estrutura com menor custo para uma rede. O artigo menciona diversas aplicação para o modelo, como redes de computadores e redes elétricas.

## 2.3. Redes de distribuição

Os sistemas elétricos de potência têm a função precípua de fornecer energia elétrica aos usuários, grandes ou pequenos, com qualidade adequada, no instante em que for solicitada. Assim, o sistema elétrico possui a função de produtor, transformando as diversas formas de energia em energia elétrica, e de distribuidor, fornecendo a energia ao consumidor no instante em que for requerida (KAGAN et al., 2010).

O sistema de potência brasileiro é composto por três etapas, cujas funções são: a **geração** perfaz a função de transformar energia hidráulica, mecânica, térmica, eólica, e outras formas em energia elétrica; a **transmissão** é responsável pelo transporte da energia elétrica dos centros de produção aos de consumo; e a **distribuição** possui a função de distribuir a energia aos clientes de grande, médio e pequeno porte (KAGAN et al., 2010).

Segundo o Instituto ABRADÉE (2013) existem quatro tipos de rede de distribuição primárias de energia, sendo três aéreas e o subterrâneo. Os três tipos de rede aérea são convencional, compacta (ou protegida) e isolada.

A Eletrobras Distribuição Alagoas (2012) definiu que o padrão mínimo para rede de distribuição primária para atendimento urbano deve ser do tipo **protegida**. Assim, os projetos de construção de nova rede de distribuição ou expansão de alimentadores em áreas urbanas, possivelmente, serão de redes compactas (protegidas). Deste modo, os levantamentos realizados nesse estudo foram limitados as redes de distribuição aéreas radiais primárias protegidas (ARPP) com nível de tensão em 13,8 kV.

## 3. Experimentos Computacionais

O presente tópico mostra e menciona as características dos modelos de otimização topológica de rede de acesso local, além de determinar o custo fixo e variável.

### 3.1. Modelos de otimização

O problema de configuração pode ser apresentado da seguinte forma: dado um conjunto de pontos no plano bidimensional, qual a rede de ligação que conecta o nó de origem a todos os nós de demanda e apresenta o menor custo total, utilizando apenas as linhas que unem pares de pontos a partir do conjunto dado e forneça o fluxo de demanda requisitado por cada nó? O custo total da rede é representado pela soma dos custos fixos (estruturais) e variáveis (operacionais) (LUNA, 2013).

A árvore de custo mínimo é dada ao longo do grafo  $G(N, E)$ , onde  $N$  é o conjunto de  $n + 1$  vértices do grafo, e  $E$  é o conjunto de  $m$  arestas, salvo indicação, o grafo é completo, com um número de  $m = n(n + 1)/2$  arestas (LUNA, 2013).

Um dos parâmetros dos modelos é a matriz  $D$  quadrada de ordem  $n + 1$ , simétrica, que indica a distância entre os nós, onde  $d_{ij}$  é elemento da matriz  $D$ , que representa a distância do nó  $i$  para o nó  $j$ , sendo  $d_{ii} = 0$  e, para efeito de cálculo, quando  $i$  e  $j$  não são adjacentes  $d_{ij} = \infty$ .

Além da matriz  $D$ , os modelos possuem os seguintes parâmetros: o vetor de demanda  $q$  dos vértices com ordem  $n$ ; o escalar de custo fixo  $\beta$  por unidade de distância; e o escalar de custo variável  $\gamma$  de transferência de unidade de fluxo por unidade de distância.

O modelo possui dois conjunto de variáveis. O primeiro é formado por variáveis binárias representadas por  $x_{(ij)}$ , para  $i = 0, 1, \dots, n$  e  $j = 0, 1, \dots, n$ , que indicam se a aresta  $(i, j)$  existe ou não na rede ótima. O segundo grupo é formado por variáveis  $f_{ij}$ , para  $i = 0, 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, n$  com  $i \neq j$ , contínuas e não-negativas que indicam a quantidade de fluxo do nó  $i$  para o nó  $j$  (RANDAZZO e LUNA, 2001), assim:

### Modelo para redes apenas com nós de demanda

O artigo de Luna (2013) descreve um modelo para determinação da árvore ótima que conecte todos os nós de demanda ao nó de origem. Ele utiliza Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para solucionar o problema. Seu modelo resolve problemas de extensão em árvore, cujos nós são todos de demanda, com exceção do nó de origem, que fornece a demanda aos demais pontos.

A formulação de fluxo em PLIM para o problema de configuração da rede de acesso local proposta por Luna (2013) é

$$\min \beta \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_{(ij)} + \gamma \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} f_{ij}, \quad (1)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n x_{(ij)} = n, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n f_{0j} = \sum_{h=1}^n q_h, \quad (3)$$

$$\sum_{h=0}^n f_{hi} - \sum_{j=1}^n f_{ij} = q_i, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

$$f_{0j} \leq \left( \sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(0j)}, \quad \forall (0j) \in E, \quad (5)$$

$$f_{ij} \leq \left( \sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(ij)}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (6)$$

$$f_{ji} \leq \left( \sum_{h=1}^n q_h \right) x_{(ij)}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (7)$$

$$x_{(ij)} \in \{0, 1\}, \quad \forall (ij) \in E, \quad (8)$$

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall i = 0, \dots, n, j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

O modelo é composto pela função objetivo (1) e mais oito restrições (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8) e (9). Em alguns casos (4),  $\dots$ , (9) a expressão matemática da restrição representa um

conjunto de restrições. Por exemplo, a expressão (4) representa, matematicamente, um conjunto de  $n$  restrições, indicando que para cada nó  $i$  a soma dos fluxos que chegam menos a soma dos fluxos que saem são iguais à demanda do nó  $i$ .

O objetivo de cada restrição e da função objetivo do modelo é descrito por Luna (2013) e pode ser explicado da seguinte maneira:

**Função objetivo (1)** é composta de dois termos, são eles:

**1º termo:**  $(\beta \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n d_{ij} x_{(ij)})$  fornece o valor do custo fixo total de construção dos arcos utilizados na rede escolhida;

**2º termo:**  $(\gamma \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} f_{ij})$  fornece o custo total de passagem do fluxo através dos arcos.

**Restrição (2)** estabelece que o número total de arcos selecionados deve ser igual a  $n$ , esse é o número mínimo necessário para conectar todos os nós de demanda ao nó de alimentação;

**Restrição (3)** assegura que o fluxo que emerge do nó de origem ou de alimentação seja igual à soma de todas as demandas dos demais nós;

**Restrição (4)** impõe que o fluxo que chega ao nó  $i$  menos o fluxo que sai do nó  $i$  seja igual à demanda do nó  $i$  ( $q_i$ );

**Restrição (5)** garante que o fluxo que sai do nó de alimentação 0 para um nó  $j$  qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ( $\sum q_h$ );

**Restrição (6)** estabelece que o fluxo que passa em qualquer nó  $i$  para um nó  $j$  qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ( $\sum q_h$ );

**Restrição (7)** impõe que o fluxo que passa em qualquer nó  $j$  para um nó  $i$  qualquer seja menor ou igual à demanda total de todos os nós de consumo ( $\sum q_h$ );

**Restrição (8)** define as variáveis  $x_{(i,j)}$  como binárias;

**Restrição (9)** estabelece que o fluxo através de um arco não seja negativo.

### Modelo para rede com nós de passagem

Um dos modelos matemáticos propostos para resolver o problema de configuração de redes de utilidade pública que possua nós de passagem é apresentado em Randazzo e Luna (2001).

Os parâmetros e variáveis do modelo de Luna (2013) são mantidos no modelo de Randazzo e Luna (2001), no entanto, devido às características do problema, alguns parâmetros e subconjuntos extras são necessários. O subconjunto  $K$  do conjunto dos nós  $N$  contém todos os nós de demanda  $k$ , assim o número de nós de demanda é determinado por  $|K|$ . O modelo de Randazzo e Luna (2001) está descrito a seguir:

$$\min \beta \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} x_{(i,j)} + \gamma \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} f_{ij}, \quad (10)$$

sujeito às restrições

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{(i,j)} \geq |K|, \quad (11)$$

$$\sum_{(0,j) \in E} f_{0j} = \sum_{k \in K} q_k, \quad (12)$$

$$\sum_{(i,k) \in E} f_{ik} - \sum_{(k,j) \in E} f_{kj} = q_k, \quad \forall k \in K, \quad (13)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{(j,l) \in E} f_{jl} = 0, \quad \forall j \in N - K - \{o\}, \quad (14)$$

$$f_{ij} \leq \left( \sum_{k \in K} q_k \right) \cdot x_{(i,j)}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad (15)$$

$$x_{(i,j)} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i,j) \in E, \quad (16)$$

$$f_{ij} \geq 0, \quad \forall (i,j) \in E. \quad (17)$$

Comparando os dois modelos percebe-se que a diferença entre as duas estruturas matemáticas é relativa à restrição que determina o número de aresta da árvore e à restrição que garante a conservação do fluxo em nós de *Steiner*. No modelo para problemas apenas com nós de demanda, a restrição 2 estabelece que o número de arcos deve ser igual ao número de nós de demanda. A restrição 11 do modelo para árvores com nós de passagem estabelece que o número de arcos da árvores deve ser maior ou igual ao número de nós de demanda.

### 3.2. Custos fixo e variável

O custo fixo e o custo variável são parâmetros fundamentais dos modelos. Eles são responsáveis por influenciar de forma direta e determinante a solução apresentada.

O valor do custo fixo adotado nesse estudo tomou como base os valores apresentados por Baquero (2012) e convertidos para real (R\$), utilizando a cotação do dia 2 de novembro do ano de 2014 (R\$ 2,50). O valor do custo fixo é de 75 mil R\$/km.

Segundo Randazzo e Luna (2001) o custo variável é o valor total por unidade de comprimento referente a transferência de uma unidade do fluxo. Ou seja, é o custo total necessário para transferir uma unidade de fluxo através de uma unidade de comprimento da linha, ao longo da vida útil da rede. Em termos de redes elétricas, o custo variável apresenta-se como uma forma de agrupamento dos custos referentes as perdas técnicas, ou extravio de energia.

A ideia do custo variável é conhecer de forma simplificada o comportamento do custo total da rede, a fim de determinar qual característica, entre a distância e o fluxo de potência, apresenta maior impacto no custo da rede ao longo da vida útil.

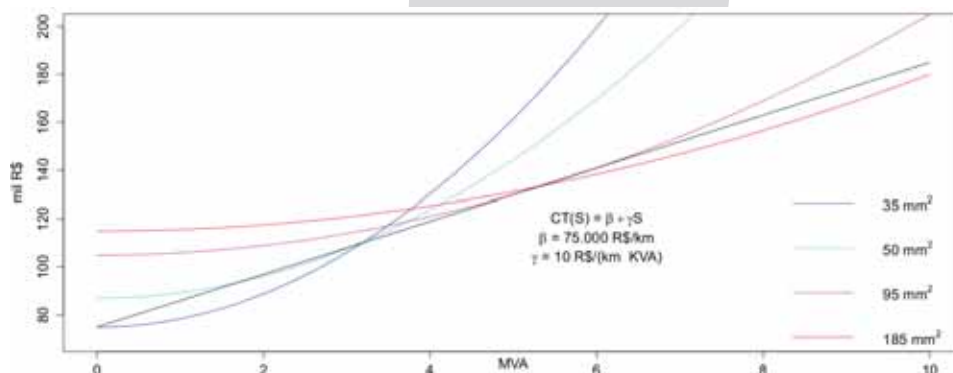


Figura 1: Representação do custo fixo e do custo variável.

Assim, o valor total de uma rede de distribuição pode ser representado pela curva de custo (fig. 1) onde o custo inicial  $\beta$  representa o custo fixo. A curva de custo em função da potência aparente  $S$  representa o custo variável.

Cada seção de cabo possui uma curva diferente, deste modo é possível identificar qual o melhor cabo para uma dada potência aparente  $S$ , em kVA (BAQUERO, 2012). Para efeito de simplificação, o custo variável pode ser representado como a inclinação da reta que melhor se ajuste as curvas de custo dos cabos que são ser utilizados na rede. Assumindo que a reta seja  $CT_h = 75000 + 10 \cdot S$ , o custo variável dessa rede é 10 R\$/(km·kVA).

#### 4. Dados dos Experimentos

Nesta seção será apresentada a metodologia do estudo, a caracterização do problema e informações sobre os sistemas utilizados nos experimentos computacionais, por fim será apresentado o método de análise dos resultados.

##### 4.1. Metodologia

A estratégia utilizada para solucionar o problema de pesquisa seguiu algumas etapas. A primeiro é a revisão bibliográfica das áreas do conhecimento relacionadas com o objetivo do estudo. Outras tarefas que compõem essa etapa são a delimitação do tema, apresentação das justificativas, definição do problema e dos objetivos.

Foram escolhidos nove exemplos de sistemas de distribuição para realização dos experimentos computacionais. Para cada exemplo de sistema elétrico utilizado nos experimentos foram encontradas as árvores ACM e a AGM. Os algoritmos utilizados para encontrar as árvores ACM e AGM foram, respectivamente, os do menor caminho de Dijkstra (1959) e o de Prim (1957). Em problemas de configuração de redes de utilidade pública as árvores ACM e a AGM representam as soluções extremas (LUNA, 2013).

Durante a revisão bibliográfica foram analisados diversos trabalhos sobre planejamento de redes de distribuição e sobre comparação entre custos de diferentes tipos de redes. O objetivo do levantamento foi obter um conjunto de informações que proporcionasse a determinação dos custos da rede de distribuição (BAQUERO, 2012; VELASCO, 2003; FÁTIMA, 2005 e BRITO e CASTRO, 2007).

Foram escolhidos dois modelos, um para redes apenas com nós de demanda, o de Luna (2013) e outro para redes com nós de passagem, o de Randazzo e Luna (2001). Os dois modelos escolhidos são de programação linear inteira mista (PLIM) e possuem o objetivo de encontrar a árvore de menor custo.

A implementação dos modelos foi feita em linguagem GAMS (*General Algebraic Modeling System*). O software GAMS utilizado nos testes foi o do Laboratório de Sistemas de Separação e Otimização de Processos (LASSOP) da Universidade Federal de Alagoas (UFAL). O solver utilizado para resolver o modelo de programação matemática foi o CPLEX. Ele é um dos mais poderosos solver comerciais e é capaz de usar várias CPUs em cálculos paralelos (CPLEX, 2007).

Cada exemplo de rede foi submetido a testes com valores diferentes da relação  $\beta/\gamma$ . Foi observada a configuração resultante para cada relação de custos e comparada com as árvores ACM e a AGM do respectivo exemplo. Deste modo, foi determinado se, para uma dada relação dos custos, a configuração é ACM, AGM ou uma intermediária, essa última árvore foi denominada MISTA.

Para execução dos testes foi utilizado um notebook Dell Inspiron N4030, com o sistema operacional Windows 7 Profissional 32 bits instalado. A descrição do hardware é a seguinte: processador Intel(R) Core(TM) i3 CPU M 380 2.53GHz; memória RAM de 3GB SDRAM DDR3 a 1333 MHz - 2 DIMM e Chipset 5 Series/3400 Series Chipset 6 port SATA AHCI Controller.

##### 4.2. Caracterização do problema

O nó de alimentação ou nó de origem (rotulado com 0) representa a subestação de distribuição de energia. Já os arcos, links ou arestas dos grafos representam o conjunto de equipamentos compreendidos entre a subestação de distribuição e as estações transformadoras. Os arcos são representados por linhas.

Os nós de passagem ou nós de *Steiner* são um tipo especial de vértices. Eles não consomem demanda. Em redes de distribuição, os nós de *Steiner* aparecem em ambientes como derivação de uma avenida para uma rua, derivação para alimentar um consumidor privado, bifurcação de ruas, derivações entre ruas e entre avenidas. Os nós de demanda ou nós de consumo representam as estações transformadoras e são indicados por círculos ou triângulos preenchidos.

A figura 2 mostra um grafo representando uma rede de distribuição primária. A subestação é indicada pelo quadrado com o símbolo *SE* no interior, as linhas tracejadas indicam quais os possíveis caminhos (arcos) que podem ser escolhidos para compor a rede.

Os nós de passagem são indicados pelos círculos brancos. Já os nós de demanda que representam as estações transformadoras são mostrados na figura por triângulos preenchidos na cor azul. O problema é encontrar quais os melhores trajetos, dentre os possíveis caminhos, que alimentem todos os nós de demanda e possuam o menor custo total.

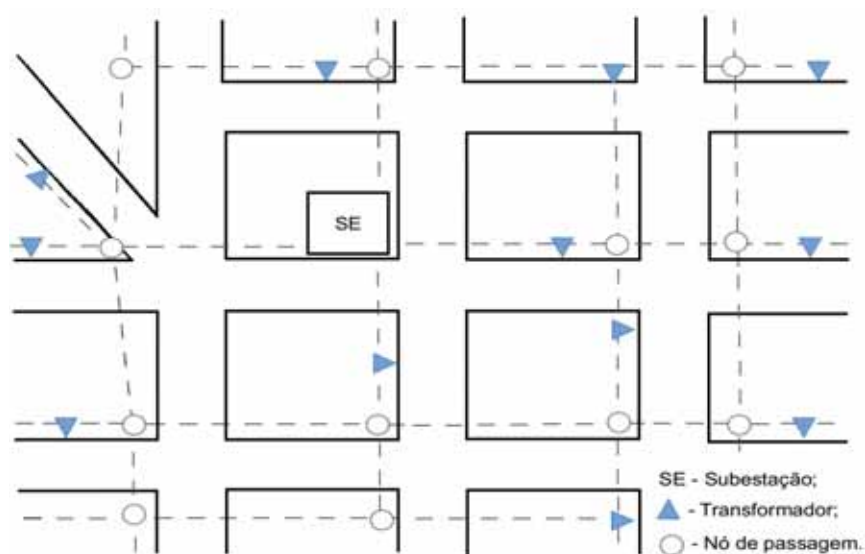


Figura 2: Exemplo de rede com nós de passagem.

#### 4.3. Exemplos de sistemas teste

Foram utilizados nove exemplos de redes de distribuição nos experimentos computacionais. Os sistemas de 1 ao 8 são redes fictícias inspiradas em sistemas utilizados em trabalhos relevantes da literatura. Na maioria dos sistemas foram mantidas as distâncias e, sempre que possível, a demanda. Em algumas casos, porém, as demandas foram geradas aleatoriamente utilizando o software R (2014).

Já o exemplo 9 é uma rede realista de um sistema primário encontrado na literatura (RAMIREZ-ROSADO e BERNAL-AGUSTIN, 1998; LUCERO, 2003 e COSSI, 2008). Todas as características desse sistema foram mantidas, ou seja, as distâncias dos possíveis arcos e as demandas dos nós. O objetivo desse sistema é verificar a robustez do modelo, visto que o exemplo possui 225 possíveis arcos e 202 nós, sendo o nó de alimentação (subestação), 35 nós de passagem e 166 nós de demanda.

A demanda total do sistema 9 é 15.241 kVA, algo muito próximo de muitas cidades Alagoanas, como: Campestre (12.275 kVA), Maragogi (13.327 kVA), Matriz do Camaragibe (12.224 kVA), Murici (10.327 kVA), Pilar (13672 kVA) e Porto Calvo (15.772 kVA). As informações da potência instalada das subestações de cada cidade acima citada são referentes ao terceiro trimestre de 2014, os dados foram obtidos da ANEEL (2014).

Os sistemas foram divididos em dois grupos. O primeiro grupo possui redes de pequeno porte (redes 1, 2, 3, 4, 5 e 6) e o segundo grupo possui redes de porte intermediários (redes 7, 8 e



9). O primeiro grupo serve para dar uma visão da configuração em sistemas pequenos como, por exemplo, parques industriais, fábricas e universidades. Já os exemplos do último grupo possuem características de redes realistas de médio porte.

#### 4.4. Análise dos resultados

Os modelos utilizados apresentam como solução o valor da função objetivo  $Z$ . Entretanto, é a variável  $x_{(i,j)}$  que define qual a configuração da solução. Deste modo, o foco da análise não é o valor de  $Z$ , mas sim o valor de  $x_{(i,j)}$ .

Para cada sistema de teste, inicialmente, foram determinadas a ACM  $G(N, E^s)$  e a AGM  $G(N, E^t)$ . Os valores da distância total da AGM ( $\delta^t$ ) e da ACM ( $\delta^s$ ) de cada exemplo foram registrados e comparados a distância total de cada resultado ( $\delta^*$ ). Assim foi categorizadas as árvores como AGM, ACM ou mista. Ou seja:

$$Se \delta^* = \begin{cases} \delta^t & \text{a solução ótima é uma AGM;} \\ \delta^s & \text{a solução ótima é a ACM;} \\ \delta^t < \delta^* < \delta^s & \text{a solução ótima é uma árvore mista.} \end{cases}$$

Para facilitar a identificação da configuração recorrente nas proximidades do valor da relação dos custos foi gerado um gráfico utilizando o software R (2014). O objetivo do gráfico é proporcionar uma rápida verificação da ocorrência do tipo de configuração em relação a  $\beta/\gamma$ .

#### 5. Resultados e Discussões

A primeira avaliação tem o objetivo de determinar quais os valores do custo fixo  $\beta$  e do custo variável  $\gamma$ . É importante mencionar que devido à grande diversidade de características de uma rede de distribuição ao adotar um valor para representar o custo fixo e o custo variável haverá sempre uma margem de variação significativa.

Para reduzir os efeitos desta variação, neste estudo foi utilizado nos testes um valor para o custo variável  $\gamma = 10 \text{ R\$/km}\cdot\text{kVA}$ , já para o custo fixo  $\beta$  foram utilizados três valores: 50; 75 e 100 mil R\$/km. Deste modo, os testes compreendem um intervalo significativo do valor real da relação de  $\beta/\gamma$ .

As informações da implementação de cada exemplo bem como a demanda total da rede e as distâncias da AGM e ACM de cada instância são mostradas na tabela 1. Os valores apresentados na tabela 1 são gerais ao exemplo, ou seja, para qualquer valor dos parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  essas informações se mantêm. Porém, características como o número de iterações, o número de variáveis, tempo de execução e o valor de  $Z$  variam conforme  $\beta$  e  $\gamma$  (tab. 2). É importante salientar que as instâncias com nós de passagem foram resolvidas utilizando o modelo de Randazzo e Luna (2001), enquanto as instâncias apenas com nós de demanda foram resolvidas com o modelo de Luna (2013).

O gráfico de barras da figura 3 mostra o número de ocorrência das configurações ACM, mista e AGM em função do valor de  $\beta/\gamma$  para os nove exemplos utilizados nos testes. De modo geral, a maioria dos exemplos possui uma configuração ótima AGM. As exceções foram os exemplos 8 e 9 para os valores de  $\beta/\gamma$  iguais a 5 e 7,5 mil. Para o valor de 10 mil apenas o sistema 9 permaneceu uma rede mista (fig. 3).

Não é difícil notar o porquê do experimento com o sistema realista resistir em apresentar a solução ótima como uma AGM, mesmo com uma relação elevada dos custos. Observando a configuração AGM (fig. 4(a)), nota-se o trajeto feito pela demanda até chegar ao nó 158 (linha vermelha), embora este nó esteja próximo ao nó de alimentação. Isso mostra, também, a importância da utilização de modelos que considerem os custos fixos e o custo variável em problemas de configuração de redes de distribuição.

O problema de percorrer um longo caminho para alimentar um nó de demanda que pode estar próximo do nó de alimentação não ocorre quando o modelo equilibra os custos de construção

Tabela 1: Características dos exemplos

Itens	Sistemas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	4	6	9	10	8	20	17	54	201
E	5	9	16	17	13	37	22	67	225
s	0	0	0	0	4	13	0	10	32
$d(G)$	0,83	0,60	0,45	0,38	0,46	0,19	0,16	0,04	0,01
$\sum_{j=1}^n q_j$	135	345	585	697,5	217,5	465	870	2475	15241,1
$\delta^t$	10	6	26	10	18	35	118	71,57	41,2
$\delta^s$	12	8	34	12	20	41	118	81,53	47,131

|s| - número de nós de passagem

$\sum_{j=1}^n q_j$  - Demanda total da rede

$\delta^t$  - Distância da AGM

$\delta^s$  - Distância da ACM

$d(G)$  - Densidade do grafo

 Tabela 2: Alguns valores para a relação  $\beta/\gamma$ 

$\beta/\gamma = 7500$	Sistemas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Z	758	460	1.980	763	1.374	2.671	9.099	5.713	4.075
$Z^s$	906	609	2.574	911	1.520	3.113	9.103	6.297	4.138
$Z^t$	758	460	1.980	763	1.374	2.671	9.099	5.876	4.094
Iterações	10	16	32	46	234	2744	127	4286	6683
$t$ (s)	0,259	0,182	0,182	0,189	0,123	0,143	0,178	0,194	1,598
VD	16	36	81	100	64	400	289	2916	40401
VC	29	67	154	191	121	781	562	5779	80602
Nº equações	18	38	83	102	66	402	291	2918	40403

VD - número de variáveis discretas

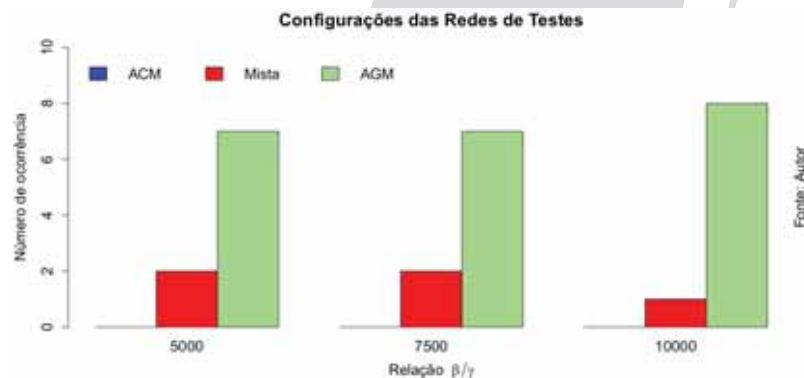
$Z^s$  - custo da ACM, em mil R\$

VC - número de variáveis contínuas

$Z^t$  - custo da AGM, em mil R\$

$t$  - tempo de execução do algoritmo

Z - Valor ótimo da função objetivo, em mil R\$


 Figura 3: Configurações das redes teste em função da relação  $\beta/\gamma$ .

e de transmissão da demanda, como por exemplo a solução apresentada nos testes realizados no exemplo realista (fig. 4(b)).

Para uma rede de pequeno porte, com um grau de esparsidade elevado e uma relação  $\beta/\gamma = 7500$ , a configuração ótima tem grande possibilidade de ser uma árvore geradora mínima.

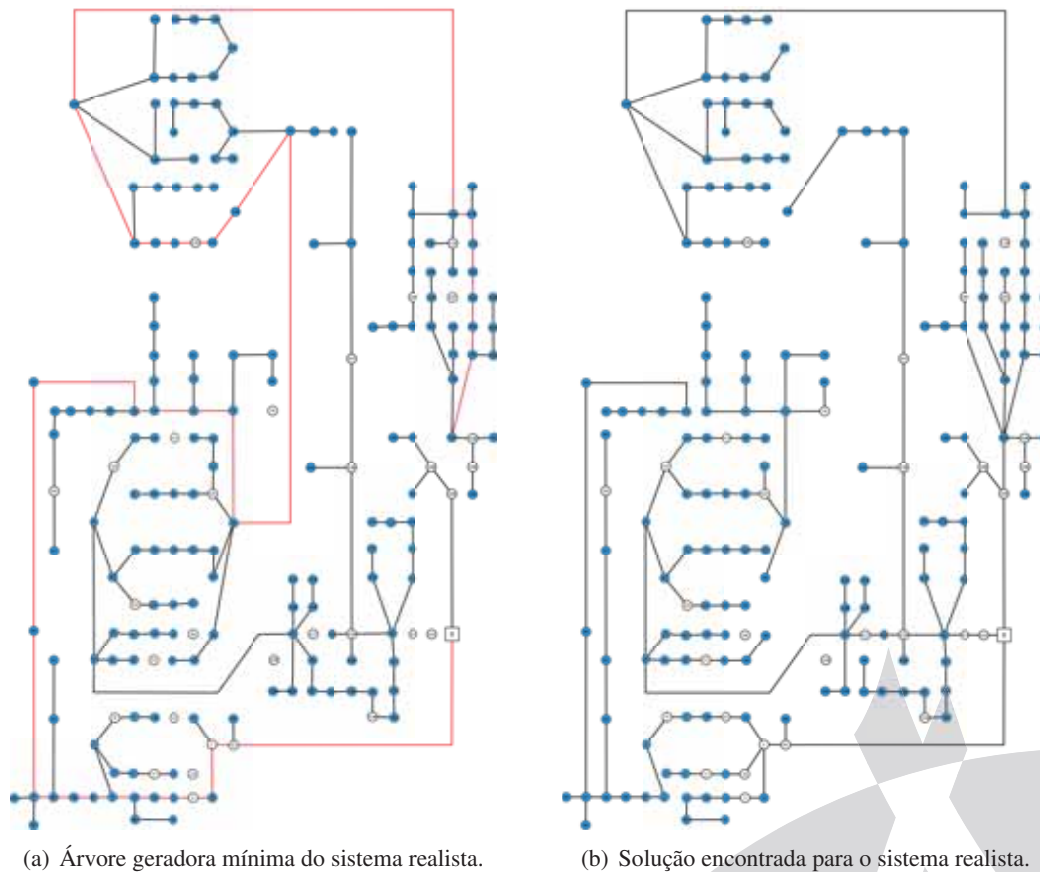


Figura 4: Soluções para o exemplo de rede realista.

Exemplos desse tipo de redes são indústrias de grande porte e fábricas. Porém, para redes de médio e grande porte, com um grau de esparsidade muito baixo e mesmo valor de  $\beta/\gamma$ , é provável que sua configuração seja mista.

Para todos os casos, os modelos apresentados servem como sistema de recomendação, onde o projetista insere os dados referentes a rede de interesse e o modelo retorna uma configuração com um bom equilíbrio entre os principais custos da rede. A solução do modelo pode ser analisada conforme critérios técnicos adequados, assim a solução pode ser descartada ou reformulada.

## 6. Conclusões

A relação entre o custo fixo  $\beta$  e o custo variável  $\gamma$  exerce influência determinante na configuração ótima de uma rede de distribuição aérea radial primária protegida. Entretanto, a relação  $\beta/\gamma$  não é o único parâmetro que determina a configuração da rede, outras características também influenciam na sua solução ótima. Entre essas características pode-se citar o porte da rede, a disposição dos nós de demanda, o caráter heterogêneo dos valores de demanda e os arcos disponíveis para construção da rede.

A maioria das redes apresentadas possuem um conjunto de características de modo que a configuração AGM é a solução ótima para a relação  $\beta/\gamma$  encontrada (7.500). É provável que redes com características semelhantes apresentem a mesma configuração ótima. No entanto, é importante analisar caso a caso. Redes extensas com uma alta densidade de carga e um baixo grau de esparsidade apresentarão uma configuração mista, mesmo para valores da relação  $\beta/\gamma$  elevados, como as redes 8 e 9. Em todos os casos, os modelos apresentados podem ser utilizados como um sistema de recomendação ao projeto.

## Referências

- ANEEL.** *Atributos físicos e elétricos*. 2014. Disponível em: <[www.aneel.gov.br/aplicacoes/atributosfisicoseletricos](http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/atributosfisicoseletricos)>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- Baquero, J. F. F.** *Estratégia de decomposição aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - UNESP. Ilha Solteira, 2012.
- Berge, C.** *Graph theory*. The American Mathematical Monthly, Mathematical Association of America, v. 71, n. 5, p. 471-481, 1964.
- Brito, M. L. de S.; Castro, P. M.** Viabilidade econômica de redes de distribuição protegidas. *Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana*, v. 2, n. 1, p. 130-137, 2007.
- Cossi, A. M.** *Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - UNESP. Ilha Solteira, 2008.
- CPLEX.** 2007. Disponível em: <<http://openopt.org/cplex>>. Acesso em: 5 dez. 2014.
- Dijkstra, E.** A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik, Springer-Verlag*, v. 1, n. 1, p. 269 - 271, 1959.
- Eletrabras Distribuição Alagoas.** *Projetos de redes de distribuição aéreas urbanas*. Maceió, 2012.
- Fátima, M.** *Estudo dos impactos ambientais da interação da rede de distribuição de energia elétrica com a arborização urbana nos municípios da região metropolitana do Recife*. Dissertação (Mestrado em Gestão e Políticas Ambientais) - UFPE, Recife, 2005.
- Feofiloff, P.; Kohayakawa, Y e Wakabayashi, Y.** *Uma introdução sucinta à teoria dos grafos*, 2011. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~pf/teoriadosgrafos/>>. Acesso em: 8 de jan. 2015.
- Goldbarg, M. e Goldbarg, E.,** *Grafos: Conceitos, algoritmos e aplicações*, 1. ed. Elsevier, Rio de Janeiro, 2012.
- Instituto ABRADÉE.** *Entenda a indústria de energia elétrica - Módulo 5: Distribuição*. Brasília, 2013. Disponível em: <[www.abradee.com.br/arquivos/cartilha/](http://www.abradee.com.br/arquivos/cartilha/)>. Acesso em: 15 de maio 2014.
- Kagan, N., de Oliveira, C. C. B. e Robba, E. J.,** *Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica*, Blucher, São Paulo, 2010.
- Kruskal, J. J. B.** On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society, American Mathematical Society*, v. 7, n. 1, p. pp. 48-50, 1956.
- Lucchesi, C. L.** *Introdução à teoria dos grafos*. Rio de Janeiro: IMPA, 1979.
- Lucero, F. A. B.** *Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmo de busca tabu*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - UNESP. Ilha Solteira, 2003.
- Luna, H. P. L.; Ziviani, N. e Cabral, R. H. B.** The telephonic switching centre network problem: Formalization and computational experience. *Discrete Applied Mathematics*, v. 18, n. 2, p. 199 - 210, 1987.
- Luna, H. P. L.** From star configuration to minimum length spanning tree: The role of distances in optimal access networks. *Workshop on Distance Geometry and Applications*. Manaus, 2013. p. 169-174.
- Prim, R.** Shortest connection networks and some generalizations. *Bell System Technical Journal, Amer Telephone Telegraph CO*, New York, v. 36, n. 6, p. 1389-1401, 1957.
- Randazzo, C. e Luna, H.** A comparison of optimal methods for local access uncapacitated network design. *Annals of Operations Research, Kluwer Academic Publishers*, v. 106, n. 1 - 4, p. 263 - 286, 2001.
- Ramirez-Rosado, I.; Bernal-Agustin, J.** Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, p. 696-703, 1998.
- R Core Team.** *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2014.
- Sinha, A. e Gupta, S. K.** *Graph theory*. 1. ed. New Delhi: Acne Learning, 2012.
- Velasco, G. D. N.** *Arborização viária X Sistemas de distribuição de energia elétrica: Avaliação dos custos, estudo das podas e levantamento de problemas fitotécnicos*. Dissertação (Mestrado em Fitotecnia) - USP, Piracicaba, 2003.