Um Modelo para o Problema de Dimensionamento de Lotes com Aquisição de Matérias-Primas

Artur Lovato Cunha
Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos-SP, Brasil
arturlc@icmc.usp.br

Maristela Oliveira Santos
Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970, São Carlos-SP, Brasil
mari@icmc.usp.br

Reinaldo Morabito
Universidade Federal de São Carlos - Departamento de Engenharia de Produção
Rodovia Washington Luís, km 235 - SP-310, 13565-905, São Carlos-SP, Brasil
morabito@ufscar.br

Ana Barbosa-Póvoa
Universidade de Lisboa - Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001, Lisboa, Portugal
apovoa@tecnico.ulisboa.pt

RESUMO

Este trabalho apresenta uma extensão para um modelo de dimensionamento de lotes multiestágio que considera: custos de estoque, de *setup* e de *overtime*; tempo de *setup*; *setup carry-over*; custo de aquisição e custo de estoque das matérias-primas. O modelo proposto visa obter planos produtivos financeiramente mais eficientes do que os obtidos com os modelos tradicionais. Os experimentos computacionais mostram que este modelo, integrando a produção e a compra de matérias-primas, é capaz de encontrar soluções de melhor qualidade quando comparadas com as obtidas pelo modelo exclusivamente de dimensionamento de lotes, com custos de aquisição e estoque de matérias-primas computados *a posteriori*.

PALAVRAS CHAVE. Aquisição de matérias-primas, dimensionamento de lotes, problemas integrados e programação inteira mista.

ABSTRACT

This paper extends a multistage lot sizing problem, considering holding, setup, and overtime costs, setup times, and setup carry-over, it also incorporates purchasing and holding costs of raw materials, looking for financially more efficient production plans. The computacional experiments shows that the proposed model is capable of finding solutions with better quality than thouse find initially by the based lot sizing model where raw materials acquisition and holding costs are considered but not in an integrated way with the acquisition decisions.

KEYWORDS. Raw materials acquisition, lot sizing, integrated problems and mixed integer programming.

1. Introdução

Atualmente, as empresas têm enfrentado um cenário de alta competitividade, caracterizado pelas baixas margens de lucro, alta expectativas de qualidade dos produtos e curtos prazos de entrega (Crama et al., 2004). Sendo assim, a busca constante por processos mais eficientes em todos os seus setores vem tornando-se cada vez mais importante para a consolidação das empresas.

Nesse contexto, o planejamento e controle da produção é uma das principais atividades dos processos operacionais das empresa de manufatura, podendo contribuir para aumentar a eficiência das empresas. Sua função consiste em delimitar a aquisição de matérias-primas e a alocação de recursos, geralmente limitados, viabilizando a manufatura de produtos para atender à demanda dos clientes em um determinado período de tempo (Fernandes e Godinho, 2010).

O problema de dimensionamento de lotes encontra-se no contexto do planejamento e controle da produção, sendo caracterizado por determinar o quanto produzir em cada um dos períodos do horizonte de planejamento a fim de atender a demanda. Este tipo de problema tem sido amplamente estudado pela comunidade de pesquisa operacional, podendo ser dividido em duas categorias gerais, de acordo com seu sistema de produção: monoestágio e multiestágio.

Sistemas de produção monoestágio são caracterizados por apresentar uma única etapa de processamento para cada produto, ou seja, os produtos finais são obtidos diretamente através do processamento de matérias-primas ou de materiais adquiridos sem etapas intermediárias (Karimi et al., 2003). Revisões da literatura sobre sistemas de produção monoestágio podem ser encontrados em Karimi et al. (2003), Jans e Degraeve (2008) e Díaz-Madroñero et al. (2014).

Sistemas de produção multiestágio são caracterizados por apresentarem mais de uma etapa de processamento para ao menos um produto, ou seja, os produtos finais são obtidos através de operações sequenciais, de forma que produtos intermediários resultante operações prévias sejam utilizados como ingredientes em operações posteriores (Karimi et al., 2003). A seguir são apresentados alguns trabalhos sobre sistema de produção multiestágio encontrados na literatura, porém mais informações podem ser encontradas em Jans e Degraeve (2007), Quadt e Kuhn (2008), Buschkühl et al. (2010) e Díaz-Madroñero et al. (2014).

Em Billington et al. (1983) foi tratado um problema com custos de estoque, de preparação de máquina (*setup*), de horas-extras (*overtime*) e horas não trabalhadas (*undertime*), além de restrições de capacidade, tempo de *setup* e tempo de aprovisionamento (*lead time*). Enquanto em Billington et al. (1986) foram considerados apenas custos de estoque e *setup*, além de restrições de capacidade, tempo de *setup* e *lead time*. Já Maes et al. (1991) trataram custos de estoque e *setup*, considerando apenas restrições de capacidade e tempo de preparação de máquina.

Tempelmeier e Helber (1994) utilizou um modelo com custos de estoque e *setup* e restrições de capacidade e *lead time*. Já Tempelmeier e Derstroff (1996) consideraram custos produtivos, de estoque e de *setup* incluindo restrições de capacidade, tempo de *setup* e *lead time*, assim como Katok et al. (1998), porém, este último considerou *lead time* fixo de apenas um período.

Xie e Dong (2002) trataram um problema com custos de produção, de estoque, de *setup* e de *overtime*, considerando restrições de capacidade e tempo de *setup*. Enquanto Berretta e Rodrigues (2004) não levaram em consideração custos de *overtime* e Akartunali e Miller (2009) consideraram custos de produção e de *overtime*.

Em Sahling et al. (2009) foram considerados custos de *setup*, com *carry-over*, de estoque e de *overtime* com restrições de capacidade, de *lead time* fixo de apenas um período e tempo de *setup*. Já Almeder (2010) tratou custos de estoque, *setup* e *overtime*, considerando restrições de capacidade e tempo de *setup*.

Toledo et al. (2013) estudaram um problema com custos de atraso (*backlog*) e de estoque com restrições de capacidade e tempo de *setup*. Por fim, Belo-Filho et al. (2014) consideram custos de *setup*, com *carry-over* e *crossover*, *backlog* e de estoque com restrições de capacidade e de tempo de *setup*.

Dentre esses trabalhos, as características comuns são custos de estoque, de *setup* e de *overtime*, além de tempo de *setup* e *lead time*. Segundo Karimi et al. (2003), as pesquisas sobre dimensionamento de lotes também abordam as seguintes características: horizonte de planejamento finito ou infinito, único item ou múltiplos itens, deterioração de produtos e demanda estática ou dinâmica. Ainda podem ser encontrados trabalhos considerando a estocagem de produtos, restrições de capacidade de estocagem, máquinas paralelas, horas extras, entre outras. No entanto, esse problema ainda carece de estudos que incluam a característica de aquisição de matérias-primas, o que pode contribuir para uma melhor integração das funções do planejamento e aprovisionamento.

A aquisição de materiais ou compra foi considerada uma atividade gerencial burocrática por muito tempo, responsável por executar e processar pedidos oriundos dos diversos departamentos de uma empresa, buscando o menor preço disponível. Devido ao crescimento substancial do montante financeiro envolvido nessa atividade, além de sua potencial economia, as compras passaram a um nível superior e mais estratégico dentro das companhias (Bowersox et al., 2006).

Em uma empresa de manufatura típica, os custos geridos pelo departamento de compras correspondem, em média, a aproximadamente 60% dos custos finais de um produto (Gaither e Frazier, 2005), enquanto as despesas médias de mão-de-obra no processo produtivo correspondem a aproximadamente 10% (Bowersox et al., 2006). Embora esses valores possam variar consideravelmente entre as empresas, fica evidente o potencial de economia em uma eficiente gestão de compras (Bowersox et al., 2006) e a importância em considerá-la associada às decisões do planejamento e controle da produção, como por exemplo para o problema de dimensionamento de lotes.

O objetivo deste trabalho é propor um modelo que integre o problema de dimensionamento de lotes, baseado no trabalho de Sahling et al. (2009), e o problema de aquisição de matérias-primas, baseado em um modelo linear proposto neste trabalho. Dessa forma, pretende-se verificar a influência dessa abordagem integrada com relação à abordagem tradicional, em que os dois problemas são considerados de forma hierárquica, com a solução obtida pelo problema de dimensionamento de lotes sendo fornecida como parâmetro de entrada para o problema de aquisição de matérias-primas.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta uma formulação matemática para o problema integrado de aquisição de matérias-primas e dimensionamento de lotes, além das formulações desacopladas, a Seção 3 exibe os experimentos computacionais e as considerações finais estão na Seção 4.

2. Modelagem Matemática

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo inteiro misto que integra as decisões de dimensionamento de lotes com as decisões de aquisição de matérias-primas. Dessa forma, a quantidade produzida e estocada dos produtos leva em consideração o custo das matérias-primas em cada período, o que pode influenciar as soluções ótimas obtidas exclusivamente com as decisões de dimensionamento de lotes.

A manufatura dos produtos ($j \in \{1, \ldots, |J|\}$) está condicionada à disponibilidade das matérias-primas ($f \in \{1, \ldots, |F|\}$) e dos produtos intermediários, quando estes forem necessários. O plano de produção ainda deve levar em consideração a capacidade produtiva das máquinas ($m \in \{1, \ldots, |M|\}$) para que a demanda dos produtos seja atendida em todos os períodos ($t \in \{1, \ldots, |T|\}$).

A seguir são descritos os índices, subconjuntos, parâmetros e variáveis utilizados no modelo matemático integrado e nos modelos desacoplados de dimensionamento de lote e de aquisição de matérias-primas.

Índices

$f \in \{1, \ldots, |F|\}$	número de matérias-primas;
$j \in \{1, \ldots, |J|\}$	número de produtos;
$m \in \{1, \ldots, |M|\}$	número de máquinas;
$t \in \{1, \ldots, |T|\}$	número de períodos.

Subconjuntos

$\mathbb{R}(f)$	produtos que utilizam a matéria-prima f para sua produção;
$\mathbb{S}(j)$	produtos que utilizam o produto j para sua produção;
$\mathbb{K}(m)$	produtos que utilizam a máquina m para sua produção.

Parâmetros do problema

$a_{j,i}$	quantidade do produto j utilizada na produção de uma unidade do produto i;
$\overline{a}_{f,j}$	quantidade da matéria-prima f utilizada na produção de uma unidade do produto j;
b_j	tempo de produção de uma unidade do produto j;
co_m	custo de *overtime* por unidade produzida na máquina m;
cs_j	custo de *setup* do produto j;
$d_{j,t}$	demanda do produto j no período t;
$\overline{d}_{f,t}$	demanda da matéria-prima f no período t;
h_j	custo de estocagem por unidade do produto j;
$\overline{h}_f$	custo de estocagem por unidade da matéria-prima f;
$\overline{p}_{f,t}$	preço de compra da matérias-prima f no período t;
s_j	tempo de *setup* do produto j;
$CAP_{m,t}$	capacidade disponível da máquina m no período t;
$STKj$	estoque físico inicial do produto j;
β	número suficientemente grande;
Δt_j	número de períodos de *lead time* do produto j.

Variáveis do problema

$I_{j,t}$	estoque do produto j no período t;
$\overline{I}_{f,t}$	estoque da matéria-prima f no período t;
$O_{m,t}$	*overtime* da máquina m no período t;
$Q_{j,t}$	quantidade produzida do produto j no período t;
$\overline{Q}_{f,t}$	quantidade adquirida da matéria-prima f no período t;
$Y_{j,t}$	(binária) estado de *setup* do produto j no período t;
$W_{j,t}$	(binária) *setup carry-over* do produto j no início do período t;
$V_{m,t}$	variável auxiliar para a máquina m no período t.

A seguir são apresentados os modelos matemáticos considerados neste trabalho. O modelo de dimensionamento de lotes permite a utilização de capacidade produtiva excedente e a estocagem de produtos, mediante penalizações na função objetivo, além de computar custos para a preparação de máquina, sendo permitido a propagação da preparação de máquina (*setup carry-over*) entre períodos para evitá-los. O modelo de aquisição de matérias-primas permite a estocagem das matérias-primas, mediante penalização na função objetivo, visando adquiri-las nos períodos mais oportunos. Já o modelo integrado possui intrinsecamente tanto as características do modelo de dimensionamento de lotes como as do modelo de aquisição de matérias-primas.

Modelo Matemático Integrado

$$\begin{aligned}\min \quad & \sum_{f}\sum_{t}(\overline{p}_{f,t}\cdot\overline{Q}_{f,t}) + \sum_{f}\sum_{t}(\overline{h}_{f,t}\cdot\overline{I}_{f,t}) + \\ & \sum_{j}\sum_{t}(h_j\cdot I_{j,t}) + \sum_{j}\sum_{t}[cs_j\cdot(Y_{j,t}-W_{j,t})] + \sum_{m}\sum_{t}(co_m\cdot O_{m,t}) \end{aligned} \tag{1}$$

sujeito a:

$$\overline{I}_{f,t-1} + \overline{Q}_{f,t} = \sum_{j\in\mathbb{R}(f)} \overline{a}_{f,j}\cdot Q_{j,t} + \overline{I}_{f,t}, \quad \forall\, f,t \tag{2}$$

$$STK_j = \sum_{i \in \mathbb{S}(j)} a_{j,i} \cdot Q_{i,1} + I_{j,0}, \quad \forall\, j \tag{3}$$

$$I_{j,t-1} + Q_{j,t} = d_{j,t} + \sum_{i \in \mathbb{S}(j)} (a_{j,i} \cdot Q_{i,t+\Delta t_j}) + I_{j,t}, \quad \forall\, j, t \tag{4}$$

$$\sum_{j \in \mathbb{K}(m)} [b_j \cdot Q_{j,t} + s_j \cdot (Y_{j,t} - W_{j,t})] \leq CAP_{m,t} + O_{m,t}, \quad \forall\, m, t \tag{5}$$

$$Q_{j,t} \leq \beta \cdot Y_{j,t}, \quad \forall\, j, t \tag{6}$$

$$\sum_{j \in \mathbb{K}(m)} W_{j,t} \leq 1, \quad \forall\, m, t \tag{7}$$

$$W_{j,t} \leq Y_{j,t-1}, \quad \forall\, j, t \tag{8}$$

$$W_{j,t} \leq Y_{j,t}, \quad \forall\, j, t \tag{9}$$

$$W_{j,t} + W_{j,t+1} \leq 1 + V_{m,t}, \quad \forall\, m, j \in \mathbb{K}(m), t \tag{10}$$

$$(Y_{j,t} - W_{j,t}) + V_{m,t} \leq 1, \quad \forall\, m, j \in \mathbb{K}(m), t \tag{11}$$

$$W_{j,1} = 0, \quad \forall\, j \tag{12}$$

$$\overline{I}_{f,t},\ \overline{Q}_{f,t}, \geq 0, \quad \forall\, f, t \tag{13}$$

$$I_{j,t},\ Q_{j,t},\ O_{m,t},\ V_{m,t} \geq 0, \quad \forall\, j, m, t \tag{14}$$

$$Y_{j,t},\ W_{j,t} \in \{0, 1\}, \quad \forall\, j, t \tag{15}$$

A função objetivo (1) leva em consideração os custos de aquisição das matérias-primas, os custos de armazenamento das matérias-primas e dos produtos, os custos de preparação de máquina (*setup*) e os custos de produção com horas excedentes (*overtime*). Os custos e os tempos de preparação de máquina são computados apenas quando o recurso estiver em estado de *setup* ($Y_{j,t} = 1$) sem ocorrência de propagação de *setup* ($W_{j,t} = 0$).

As restrições (2) garantem o balanço de estoque das matérias-primas, assegurando que o estoque de cada matéria-prima ao final do período anterior (igual ao estoque no início do período atual) mais a aquisição efetuada no período corrente será igual ao seu consumo mais o estoque ao final desse período.

As restrições (3) definem a quantidade de estoque inicial dos produtos, ressaltando que estoque físico não corresponde exatamente ao conceito tradicional de estoque, visto que os processos produtivos requerem tempo de aprovisionamento (*lead time*). Sendo assim, dependendo da quantidade produzida no primeiro período, os estoques físicos iniciais devem ser particionados em unidades que estão no decorrer de uma etapa produtiva ou unidades que apenas serão mantidas no estoque por mais um período.

Já as restrições (4) garantem o balanço de estoque dos produtos, assegurando que o estoque dos produtos ao final do período anterior mais o quanto foi produzido durante o período atual é igual à soma da demanda externa, da demanda interna (que será consumida após um período de *lead time*) e do estoque ao final desse período.

O conjunto de restrições (5) asseguram que o tempo gasto na produção dos produtos mais o tempo de *setup*, quando não houver propagação da preparação de máquina, deve ser limitado ao tempo de capacidade de máquina mais à quantidade de horas excedentes (*overtime*). Enquanto o conjunto de restrições (6) asseguram que um produto pode ser produzido apenas se a variável de *setup* estiver no estado correto.

As restrições (7) garantem que em cada período, no máximo um produto pode apresentar *setup carry-over* por máquina. Já as inequações (8) e (9) permitem que haja *setup carry-over* apenas se as variáveis de *setup* ($Y_{j,t}$) assumirem valor 1 nos períodos $t-1$ e t.

As inequações (10) e (11) definem o *setup carry-over* por múltiplos períodos. Logo, se a propagação ocorrer entre os períodos $(t-1)$, t e $(t+1)$, consequentemente $W_{j,t} + W_{j,t+1} = 2$ e

$V_{m,t} = 1$. Então, de acordo com (9) e (11), $Y_{j,t} = 1$ e $Y_{j,t} - W_{j,t} = 0$, o que significa que o produto j mantém o estado de *setup*.

Já as restrições (12) definem que não há propagação de preparação de máquina no primeiro período e as restrições (13), (14) e (15) indicam os domínios das variáveis reais e binárias.

A seguir são apresentados, de forma desacoplada, o modelo de dimensionamento de lotes, proposto por Sahling et al. (2009), e o modelo de aquisição de matérias-primas, proposto neste trabalho. O parâmetro $\overline{d}_{f,t}$, que representa a demanda das matérias-primas em cada período, pode ser determinado a partir da solução do modelo de dimensionamento de lotes da seguinte forma:

$$\overline{d}_{f,t} = \sum_{j \in \mathbb{R}(f)} \overline{a}_{f,j} \cdot Q_{j,t}, \quad \forall\, f, t$$

Modelo Matemático de Dimensionamento de Lotes (Sahling et al., 2009)

$$\min \sum_{j} \sum_{t} (h_j \cdot I_{j,t}) + \sum_{j} \sum_{t} [cs_j \cdot (Y_{j,t} - W_{j,t})] + \sum_{m} \sum_{t} (co_m \cdot O_{m,t}) \tag{16}$$

sujeito a: (3) - (12)

(14) - (15)

A função objetivo (16) leva em consideração os custos de armazenamento dos produtos, os custos de preparação de máquina (*setup*) e os custos de produção com horas excedentes (*overtime*).

Modelo Matemático de Aquisição de Matérias-Primas

$$\min \sum_{f} \sum_{t} (\overline{p}_{f,t} \cdot \overline{Q}_{f,t}) + \sum_{f} \sum_{t} (\overline{h}_{f,t} \cdot \overline{I}_{f,t}) \tag{17}$$

sujeito a:

$$\overline{I}_{f,t-1} + \overline{Q}_{f,t} = \overline{d}_{f,t} + \overline{I}_{f,t}, \quad \forall\, f, t \tag{18}$$

$$\overline{I}_{f,t},\ \overline{Q}_{f,t}, \geq 0, \quad \forall\, f, t \tag{19}$$

A função objetivo (17) leva em consideração os custos de aquisição e de armazenamento das matérias-primas. As restrições (18) garantem o balanço de estoque das matérias-primas, assegurando que o estoque de cada matéria-prima ao final do período anterior mais a aquisição efetuada no período corrente será igual à sua demanda mais o estoque ao final desse período. Enquanto as restrições (19) indicam o domínio das variáveis reais.

3. Experimentos Computacionais

O principal objetivo dos experimentos computacionais deste trabalho foi analisar a influência que a integração de um modelo de dimensionamento de lotes com um modelo de aquisição de matérias-primas proporciona quando comparado a esses dois modelos de forma desacoplada, em que a solução do dimensionamento de lotes é utilizada como parâmetro de entrada para o segundo modelo.

Durante os experimentos computacionais, o modelo matemático proposto foi tratado através do pacote de otimização *CPLEX 12.6*, utilizando a interface *ILOG Concert Technology* e implementado na linguagem C++. Os seguintes parâmetros do pacote de otimização foram modificados: tempo de execução (1 hora), memória da árvore *branch-and-bound* (1920 MB), memória de trabalho (512 MB), número de *threads* (1), os limites de GAP absoluto (10^{-8}) e relativo (10^{-6}), além da tolerância de factibilidade (10^{-9}).

Devido às configurações de hardware, as execuções dos testes foram paralelizadas em blocos de 8 instâncias. Ao final dos testes, apenas cinco instâncias excederam o limite de memória, para as quais esse valor foi incrementado a fim de permitir execuções de 1 hora.

Os testes computacionais utilizaram um subconjunto das instâncias propostas por Tempelmeier e Buschkühl (2009), as quais foram consideradas em Sahling et al. (2009). O subconjunto em questão compreende instâncias da classe 6, limitadas às com estrutura de produto geral e estrutura de processo cíclica, que são compostas por 40 produtos, 6 máquinas e 16 períodos. Dentre as instâncias dessa classe, os experimentos computacionais desse trabalho empregaram as que apresentam as seguintes características: demanda com coeficiente de variação $0,2$; custo de *setup* baseado no *time between orders* 2; e tempo de *setup* maior para os produtos de níveis mais altos.

Com relação à capacidade de produção, foram consideradas as 5 variações propostas por Tempelmeier e Buschkühl (2009), cuja utilização média das máquinas eram 50, 70 e 90%, além de outras duas combinações em que as seis máquinas eram divididas em três grupos, onde cada grupo possui utilização média de 50, 70 ou 90%.

Porém, como o conjunto de instâncias considerados não apresenta características relacionadas às matérias-primas nem aos seus custos de armazenamento, foi necessário estendê-lo para incorporar tais características. A subseção seguinte descreve como foi realizada essa geração complementar dos dados.

3.1. Geração dos Dados Complementares

A primeira etapa para gerar os dados complementares consistiu em determinar as estruturas de consumo das matérias-primas. Para isso foram utilizadas duas variações, uma com 24 matérias-primas e outra com 48. Em ambos casos cada produto consume entre duas e quatro matérias-primas, além dos produtos intermediários de acordo o padrão descrito em Tempelmeier e Buschkühl (2009), para a classe 6.

A segunda etapa na geração dos dados foi responsável por definir o preço das matérias-primas em cada período. Como dito anteriormente, os custos de aquisição de matérias-primas correspondem muitas vezes ao percentual do preço final dos produtos, enquanto custos como mão-de-obra representam aproximadamente 10% desse valor, com expectativas de declínio para o patamar de 5% em um futuro próximo (Gaither e Frazier, 2005). Portanto, os custos envolvendo a aquisição de matérias-primas foram definidos em torno de 90% dos custos totais de produção.

Foram utilizados três cenários distintos para simular o custo das matérias-primas: preço crescente com sazonalidade e duas variações de preço aleatório. A seguir são descritas as estratégias de simulação dos custos das matérias-primas desses cenários:

Preço crescente com sazonalidade: foi considerado um ciclo de safra e entressafra com duração total de 8 períodos, com 4 para cada ciclo. Os dois primeiros período correspondem à entressafra, os demais alternam-se entre 4 períodos de safra e 4 de entressafra, até que os dois últimos sejam novamente de entressafra. O valor do primeiro período foi gerado através de uma distribuição uniforme $U(20,40)$, para os demais períodos foi considerado uma taxa de inflação de 1% ao mês, enquanto nos períodos de safra o preço era reduzido em 30%, devido à sua oferta;

Preço aleatório (30$\pm$10): valores gerados através da distribuição uniforme $U(20,40)$;

Preço aleatório (30$\pm$3): valores gerados através da distribuição uniforme $U(27,33)$.

Por fim, a geração dos custos de estocagem das matérias-primas seguiu quatro estratégias: uma sem custos e três que utilizaram percentuais dos custos das matérias-primas em cada um dos períodos, com valores de $0,25\%$, $1,00\%$ e $5,00\%$.

3.2. Análise dos Resultados

O conjunto de instâncias utilizados nos experimentos computacionais, estendidos a partir de Tempelmeier e Buschkühl (2009), permitiu que o pacote de otimização CPLEX 12.6 encontrasse soluções factíveis para todas as instâncias com GAPs médios de 2,46% e 2,73% para o modelo integrado e para o modelo de dimensionamento de lotes, respectivamente. Dessa forma, não houve necessidade de desenvolver abordagens de solução para estudar a influência da integração da aquisição de matérias-primas no problema de dimensionamento de lotes.

A Tabela 1 apresenta os GAPs médios para o modelo integrado (MI) e para os modelos de dimensionamento de lotes e de aquisição de matérias-primas, denominados modelos desacoplados (MD). Tais GAPs foram calculados com base no limitante inferior fornecido pelo pacote de otimização, durante a execução do modelo integrado, da seguinte forma:

$$\text{GAP} = \frac{\text{Solução factível} - \text{Limitante inferior}}{\text{Solução factível}} \cdot 100\%$$

Analisando os GAPs médios das quatro estratégias de custo de estocagem de matérias-primas, o modelo integrado apresenta resultados melhores do que os dos modelos desacoplados. Analisando o número de melhores soluções obtidas, o modelo integrado encontrou 110 melhores soluções, enquanto os modelos desacoplados encontraram 10 melhores soluções, de um total de 120 instâncias.

Tabela 1: GAPs médios para o modelo integrado (MI) e para os modelos desacoplados (MD), com o número de melhores soluções encontradas em sobrescrito.

	Custo de estoque de matérias-primas							
	0.00%		0.25%		1.00%		5.00%	
Instâncias	MI(%)	MD(%)	MI(%)	MD(%)	MI(%)	MD(%)	MI(%)	MD(%)
Sazonal	2,66[10]	3,20[0]	2,63[9]	3,14[1]	2,48[10]	3,01[0]	2,57[10]	3,93[0]
Aleatório (30±10)	2,48[10]	3,18[0]	2,44[10]	3,07[0]	2,37[10]	3,06[0]	1,84[10]	3,40[0]
Aleatório (30±3)	2,54[7]	2,59[3]	2,50[6]	2,53[4]	2,40[8]	2,52[2]	2,16[10]	2,73[0]

O cenário com custos das matérias-primas aleatório (30±10) apresentou todas as melhores soluções com o modelo integrado, ao passo que o cenário aleatório (30±3) apresentou 31 melhores soluções com o modelo integrado e 9 com os modelos desacoplados, mostrando que conforme os custos das matérias-primas tornam-se mais constantes o modelo integrado vai perdendo sua eficiência. Já para o cenário com custos sazonais e que apresentam crescimento de 1% ao mês, as 4 oscilações nos 16 períodos, caracterizadas pelo início e final da safra, são suficientes para favorecer o modelo integrado encontrar as melhores soluções em 39 dos 40 testes.

A partir dos valores individuais de cada execução, os GAPs das soluções obtidas pelo modelo integrado e pelos modelos desacoplados foram analisadas através dos testes estatísticos de Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW) e para o Teste t. Em ambos os testes a hipótese nula afirma que as duas amostras provêm da mesma população, o que seria necessário para que o modelo integrado e os modelos desacoplados fossem iguais com relação à capacidade de resolução do problema.

Como os valores p (*p-value*) foram menores do que $2,75 \cdot 10^{-4}$ para os quatro cenários de custo de estoque de matérias-primas, é possível afirmar com elevado grau de precisão que o comportamento do modelo integrado e dos modelos desacoplados não são iguais quando se analisam as soluções encontradas.

Finalizando a análise dos resultados, a Tabela 2 apresenta os intervalos de confiança de 95% para os GAPs do modelo integrado e dos modelos desacoplados. Como não há sobreposição em nenhum dos intervalos de confiança, é possível concluir estatisticamente que o modelo integrado obtém soluções de melhor qualidade quando comparadas às soluções dos modelos desacoplados,

Tabela 2: Intervalos de confiança de 95% para o modelo integrado (MI) e para os desacoplados (MD).

	Custo de estoque de matérias-primas			
	0.00%	0.25%	1.00%	5.00%
Modelo Integrado	$2,56 \pm 0,14$	$2,52 \pm 0,15$	$2,42 \pm 0,17$	$2,19 \pm 0,17$
Modelos Desacoplados	$2,99 \pm 0,14$	$2,91 \pm 0,14$	$2,86 \pm 0,14$	$3,35 \pm 0,23$

para as instâncias com caraterísticas semelhantes às consideradas nos experimentos computacionais deste trabalho.

4. Considerações Finais

Neste trabalho foi proposta uma nova abordagem para o problema de dimensionamento de lotes, a qual considerou características referentes aos custos de aquisição e de estoque das matérias-primas. O modelo apresentado é uma extensão do que foi proposto por Sahling et al. (2009) e as instâncias utilizadas nos experimentos computacionais estenderam uma das classes desenvolvidas em Tempelmeier e Buschkühl (2009), para definir uma estrutura de consumo de matérias-primas, além de seus custos de aquisição e armazenamento.

Análises estatísticas realizadas nos experimentos computacionais indicam que o modelo integrado de dimensionamento de lotes e aquisição de matéria-prima é capaz de encontrar soluções de melhor qualidade em relação a esses modelos desacoplados. Nos testes foram considerados um cenário com custo de matéria-prima crescente com sazonalidade e dois cenários de preços aleatórios, para os quais foram utilizadas quatro estratégias de custo de estoque de matéria-prima.

Trabalhos futuros serão desenvolvidos para incluir novas características ao problema, como descontos para aquisição de matérias-primas, além de considerar instâncias mais próximas aos problemas encontrados na prática. Sendo assim, a complexidade de resolução tende a aumentar, podendo ainda ser necessário o desenvolvimento de heurísticas ou *math-heuristics* para tratar o problema em tempo computacional razoável, obtendo soluções de qualidade satisfatória.

Agradecimentos

Os autores agradecem às seguintes agências de fomento pelos suportes financeiros: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

Referências

Akartunali, K.; Miller, A. J. (2009). A heuristic approach for big bucket multi-level production planning problems. *European Journal of Operational Research*, 193(2), 396 – 411.

Almeder, C. (2010). A hybrid optimization approach for multi-level capacitated lot-sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 200(2), 599 – 606.

Belo-Filho, M. A.; Toledo, F. M.; Almada-Lobo, B. (2014). Models for capacitated lot-sizing problem. *J Oper Res Soc*, 65(11), 1735–1747.

Berretta, R.; Rodrigues, L. F. (2004). A memetic algorithm for a multistage capacitated lot-sizing problem. *International Journal of Production Economics*, 87(1), 67 – 81.

Billington, P. J.; McClain, J. O.; Thomas, L. J. (1983). Mathematical programming approaches to capacity-constrained MRP systems: Review, formulation and problem reduction. *Management Science*, 29(10), 1126–1141.

Billington, P. J.; McClain, J. O.; Thomas, L. J. (1986). Heuristics for multilevel lot-sizing with a bottleneck. *Management Science*, 32(8), 989–1006.

Bowersox, D. J.; Closs, D. J.; Cooper, M. B. (2006). *Gestão Logística de cadeias de suprimentos*. Bookman, Porto Alegre.

Buschkühl, L.; Sahling, F.; Helber, S.; Tempelmeier, H. (2010). Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. *OR Spectrum*, 32(2), 231–261.
Crama, Y.; Pascual, R.; Torres, A. (2004). Optimal procurement decisions in the presence of total quantity discounts and alternative product recipes. *European Journal of Operational Research*, 159(2), 364 – 378.
Díaz-Madroñero, M.; Mula, J.; Peidro, D. (2014). A review of discrete-time optimization models for tactical production planning. *International Journal of Production Research*, 52(17), 5171–5205.
Fernandes, F. C. F.; Godinho, M. (2010). *Planejamento e Controle da Produção: dos Fundamentos ao Essencial*. Atlas S.A.
Gaither, N.; Frazier, G. (2005). *Administração da produção e operações*. Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 8 edition.
Jans, R.; Degraeve, Z. (2007). Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches. *European Journal of Operational Research*, 177(3), 1855 – 1875.
Jans, R.; Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6), 1619–1643.
Karimi, B.; Ghomi, S. F.; Wilson, J. (2003). The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. *Omega*, 31(5), 365 – 378.
Katok, E.; Lewis, H. S.; Harrison, T. P. (1998). Lot sizing in general assembly systems with setup costs, setup times, and multiple constrained resources. *Management Science*, 44(6), 859–877.
Maes, J.; McClain, J. O.; Wassenhove, L. N. V. (1991). Multilevel capacitated lotsizing complexity and lp-based heuristics. *European Journal of Operational Research*, 53(2), 131 – 148.
Quadt, D.; Kuhn, H. (2008). Capacitated lot-sizing with extensions: a review. *4OR*, 6(1), 61–83.
Sahling, F.; Buschkühl, L.; Tempelmeier, H.; Helber, S. (2009). Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic. *Computers & Operations Research*, 36(9), 2546 – 2553.
Tempelmeier, H.; Buschkühl, L. (2009). A heuristic for the dynamic multi-level capacitated lotsizing problem with linked lotsizes for general product structures. *OR Spectrum*, 31(2), 385–404.
Tempelmeier, H.; Derstroff, M. (1996). A lagrangean-based heuristic for dynamic multilevel multiitem constrained lotsizing with setup times. *Management Science*, 42(5), 738–757.
Tempelmeier, H.; Helber, S. (1994). A heuristic for dynamic multi-item multi-level capacitated lotsizing for general product structures. *European Journal of Operational Research*, 75(2), 296 – 311.
Toledo, C. F. M.; de Oliveira, R. R. R.; Franca, P. M. (2013). A hybrid multi-population genetic algorithm applied to solve the multi-level capacitated lot sizing problem with backlogging. *Computers & Operations Research*, 40(4), 910 – 919.
Xie, J.; Dong, J. (2002). Heuristic genetic algorithms for general capacitated lot-sizing problems. *Computers & Mathematics with Applications*, 44(1-2), 263 – 276.