

AVALIAÇÃO DE SINERGIAS E PROBLEMAS DE ESCALA NA SELEÇÃO DE PORTFÓLIO BASEADA EM UM MODELO MULTICRITÉRIO ADITIVO

Yuri Gama Lopes

PETROBRAS

Av. República do Chile, 65 – sala 402, Centro 20031-170, Rio de Janeiro-RJ, Brasil
yurigl@petrobras.com.br

Adiel Teixeira de Almeida

UFPE

Av. Acadêmico Hélio Ramos, s/n, Cidade Universitária 50740-530, Recife-PE, Brasil
almeidatd@gmail.com

RESUMO

Neste artigo são discutidos conceitos acerca da seleção de portfólio baseada em um modelo de decisão multicritério aditivo que utilize uma medida de valor e/ou utilidade. Grande parte da literatura especializada aborda o valor ou utilidade multiatributo de um portfólio como a soma das utilidades multiatributo dos projetos presentes no portfólio. No entanto, a seleção de portfólio deve considerar a avaliação de sinergias entre as alternativas. Nesse sentido, é proposto um modelo aditivo para a seleção multicritério de portfólios baseado na soma do valor ou utilidade multiatributo das alternativas que fazem parte do portfólio e da consideração de sinergias entre alternativas. Ademais, com base em recentes publicações da literatura especializada, é realizada uma avaliação dos problemas de escala que devem ser considerados na seleção de portfólio baseada em modelos aditivos e estes conceitos são utilizados para avaliar a adequação do modelo proposto. Por fim, uma aplicação numérica é conduzida no intuito de demonstrar a aplicabilidade do modelo e dos demais conceitos abordados neste trabalho.

PALAVRAS CHAVE. Seleção de portfólio, modelos aditivos, avaliação de sinergias, problemas de escala.

ABSTRACT

In this paper, we discuss about the portfolio selection based on a value or utility-based additive multicriteria approach. Much of the literature considers the multi-attribute value of a portfolio as the sum of multi-attribute value of the projects that are in the portfolio. However, the portfolio selection should also consider the assessment of synergies between the alternatives. In this sense, it is proposed an additive multicriteria approach for selecting a portfolio, which is based on the sum of the multi-attribute value of the alternatives that are in the portfolio and the consideration of synergies between these alternatives. Moreover, based on recent publications of the specialized literature, an analysis of the scaling issues which arise in multicriteria additive models is carried out and these concepts are utilized to evaluate the proposed model. Finally, a numerical application within the context of the oil and gas industry is conducted in order to demonstrate the usefulness of the model as well as the scaling issues discussed in this work.

KEYWORDS. Portfolio selection, additive models, assessment of synergies, scaling issues.

1. Seleção de portfólio baseado em um modelo multicritério aditivo

A problemática de portfólio é a situação dentro da análise de decisão multicritério na qual se deseja escolher um subconjunto de alternativas a partir de um conjunto grande de possibilidades, levando em consideração não apenas as características das alternativas individualmente, mas também a maneira como elas interagem e as sinergias positivas e negativas entre elas (Belton & Stewart, 2002). Essas sinergias são aspectos essenciais que devem ser avaliados no processo de seleção de portfólio em diferentes setores, pois as alternativas comumente apresentam interdependências e situações de sinergia de grande relevância para os resultados atingidos pelo portfólio.

Neste trabalho, são discutidos conceitos acerca da seleção de portfólios baseada em um modelo de decisão multicritério aditivo que utilize uma medida de valor e/ou utilidade. Embora o termo “valor” seja utilizado em boa parte do texto, os conceitos discutidos neste artigo se aplicam também ao uso de funções utilidade em um modelo multicritério aditivo para seleção de portfólios. Dado um conjunto M de projetos e um número m de elementos que pertencem a M , o conjunto P formado pelos portfólios p_r gerados a partir de M possui 2^m elementos (portfólios). Seja z_i a i -ésima alternativa considerada e $p_r = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ o vetor que representa o r -ésimo portfólio, tal que x_i é uma variável binária que assume valor “1” se o i -ésima alternativa for selecionada para o portfólio e valor “0” se a alternativa não for selecionada. No contexto do Apoio Multicritério a Decisão (AMD), o objetivo em um problema de portfólio é escolher o subconjunto de P que possua o maior valor ou utilidade para o decisor. Grande parte da literatura aborda o valor ou utilidade multiatributo de um portfólio como a soma das utilidades multiatributo dos projetos presentes no portfólio (Lopes & Almeida, 2015; Lopes & Almeida, 2013; Almeida & Duarte, 2011; Santhanam & Kyparisis, 1996; Liesio *et al.*, 2008; Almeida, 2013). Busca-se, então, escolher o elemento de P que possui o maior valor ou utilidade multiatributo esperada. De forma exaustiva, o valor ou utilidade multiatributo para cada portfólio de projetos deve ser calculado e os projetos ranqueados de forma a selecionar-se o portfólio com o maior valor; porém, esse esforço não é trivial quando o número de projetos e consequentemente o número de portfólios aumenta. A abordagem mais comum para se avaliar o valor ou utilidade de portfólios e selecionar o melhor dentre eles é a modelagem do problema de decisão por meio de um problema tradicional de programação matemática (problema da mochila – *knapsack problem*), desejando maximizar

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i v(z_i) \quad (1)$$

com

$$v(z_i) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(z_i) \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1 \quad (3)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad (4)$$

onde m é o número de projetos e n é o número de critérios analisados. A função valor $v(z_i)$ representa o valor global do item ou projeto z_i , já sendo considerada a agregação de critérios através de funções valor $v_j(z_i)$ para cada critério j e suas respectivas constantes de escala k_j .

Nas seções 2 e 3 deste trabalho são apresentadas breves revisões da literatura acerca da consideração e quantificação de sinergias entre alternativas na seleção de portfólio e sobre as questões que envolvem problemas de escala em modelos multicritério aditivos. Em seguida, na seção 4, é proposto um modelo multicritério aditivo que considera a quantificação de sinergias entre alternativas na seleção de portfólio e, com base no que foi apresentado nas seções anteriores, é avaliada a adequação do modelo no que diz respeito aos problemas de escala

identificados. Por fim, uma aplicação numérica é conduzida (seção 5) para demonstrar a aplicabilidade do modelo e dos demais conceitos abordados neste trabalho.

2. Avaliação de sinergias na seleção de portfólio

A consideração de sinergias é um tópico de interesse dentre profissionais, organizações e demais partes interessadas envolvidas com processos de seleção de alternativas para um portfólio. Uma das dimensões de sucesso do portfólio constitui o uso de sinergias técnicas e de mercado entre projetos: o sucesso do portfólio consiste na média de sucesso dos projetos individuais, do balanço dos projetos, do alinhamento estratégico, assim como o uso de sinergias e é positivamente relacionado com o sucesso do negócio (Meskendahl, 2010). Skaff (1999) afirmou que interdependências entre duas entidades de um portfólio podem e devem afetar as medidas de desempenho deste portfólio; segundo o autor, tais interdependências podem ser informacionais ou físicas/operacionais. Doerner *et al* (2006) definiram o valor do benefício de um portfólio como a soma dos benefícios dos projetos individuais ajustada por efeitos de sinergia ou canibalismo. Liesio *et al* (2008) não analisaram as questões de sinergia e canibalização por meio de avaliações par-a-par dos projetos: os autores consideram que uma determinada sinergia ocorre se ao menos um número específico de projetos são selecionados e, caso ocorra, os projetos relacionados tem seus escores aumentados e os custos diminuídos. De acordo com Iniestra & Gutiérrez (2009), a presença de efeitos de interdependência entre projetos implica que os projetos não devem ser modelados como unidades isoladas. Sendo assim, a modelagem deve considerar os portfólios e suas performances devem ser calculadas considerando as contribuições dos projetos individualmente mais (ou menos) uma parcela adicional devido às relações de interdependências, quando existirem.

Stummer & Heidenberger (2003) introduziram um termo adicional dentro de cada função objetivo em avaliação, que era ativada quando o portfólio tinha ao menos (ou no máximo) um determinado número de projetos com sinergias positivas (ou negativas) entre eles. Com este conceito, Carazo *et al* (2010) propuseram um modelo linear combinatório multiobjetivo que trata, simultaneamente, da seleção e do sequenciamento de portfólio de projetos sob condições gerais, o que, segundo os autores, o torna aplicável à problemas de ordem pública e privada. Para isto, foram considerados diferentes tipos de interações entre os projetos candidatos e a possibilidade de transferência de recursos monetários não consumidos em um determinado período para o período posterior, assim como a disponibilidade de recursos ou outras restrições estratégicas ou políticas. O modelo foi proposto para assumir fortes interdependências entre projetos. Os autores defenderam a ideia de que uma organização possui e tem condições de explicitar diferentes subconjuntos de projetos tais que, se o portfólio contém um número pré-especificado de projetos (com um máximo e um mínimo), existe uma variação no valor da performance deste portfólio.

Santhanam & Kyparisis (1996) afirmaram que o reconhecimento e a modelagem de interdependências entre projetos proveem valiosas reduções de custo e grandes benefícios para as organizações. Um modelo de seleção de projetos de Sistemas de Informação (SI) foi desenvolvido de forma a identificar e modelar interdependências técnicas, de benefícios e de recursos entre os projetos candidatos. Assim, foi considerada a presença de benefícios adicionais oriundos de relações sinérgicas entre projetos: o benefício total da implantação de dois ou mais projetos relacionados sobrepõe uma simples soma dos benefícios gerados pela implantação de cada projeto separadamente. Os autores propuseram maximizar uma função objetivo que levava em consideração os benefícios entre quaisquer combinações de projetos disponíveis e, portanto constituía uma função objetivo com um polinômio de ordem alta. Cabe mencionar que o modelo original foi convertido, utilizando técnicas de linearização, e aplicado para um problema real de seleção de SI. O caso no qual o benefícios sinérgico ocorre no máximo entre três projetos relacionados pode ser descrito conforme equação abaixo:

$$V(p) = \sum_{i=1}^m x_i r_i + \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m x_i x_j r_{ij} + \sum_{i=1}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m x_i x_k x_l r_{ijk} \quad (5)$$

onde r_i é o benefício de se implementar apenas o projeto i , r_{ij} é o benefício adicional proveniente da implementação conjunta de i e j , e r_{ijk} é benefício adicional da implementação conjunta dos projetos i, j e k . Almeida & Duarte (2011) propuseram um modelo multicritério que inclui a avaliação de sinergias entre pares de projetos, conforme equações (6) e (7). No referido trabalho, procura-se maximizar o valor total v do r -ésimo portfólio:

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i v(z_i) + \sum_{i=1}^m \left(x_i v(z_i) \sum_{k=1}^m x_k s_{ik} \right) \quad (6)$$

$$s_{ik} = \frac{(v(z_{ik}) - v(z_i))}{v(z_i)} \quad (7)$$

onde m é o número de projeto e n é o número de critérios. As funções valor $v(z_i)$ representam o valor global das alternativas z_i , tendo sido considerado a agregação multicritério a partir das funções valor $v_j(z_i)$, para cada critério j . A sinergia, denotada por s_{ik} , consiste no grau em que o projeto k contribui para o projeto i em valores percentuais de i . A definição dos valores s_{ik} depende da avaliação, mesmo que de forma indireta e subjetiva, dos impactos das sinergias entre projetos no desempenho destes, em relação aos atributos considerados na análise. A elicitação de sinergias diretamente na função preferência (no caso, função valor ou utilidade), sem verificar, atributo por atributo, o significado dessas sinergias no desempenho dos projetos, é uma tarefa árdua mesmo para especialistas.

Lopes & Almeida (2015) definiram e analisaram três principais aspectos que devem ser considerados na seleção de projetos em desenvolvimento da produção de óleo e gás: a natureza estocástica e multicritério do contexto de decisão analisado, a avaliação de sinergias entre projetos na indústria do petróleo e a influencia destes aspectos na estrutura de preferencias do decisor. Os autores defenderam que a avaliação de sinergias entre projetos deve ser realizada no âmbito do espaço de consequências das alternativas. Mais detalhes sobre esse assunto serão abordados na seção 4. De forma geral, as abordagens dos trabalhos discutidos nessa seção podem ser utilizadas para apoiar a tomada de decisão em qualquer problema de portfólio que esteja sendo avaliado sob um ponto de vista multicritério, uma vez que as contribuições descritas anteriormente são facilmente adaptáveis para problemas de portfólio em outro contexto.

3. Problemas de escala na seleção de portfólio com base em modelos multicritério aditivos

A abordagem tradicional para a análise multicritério de portfólios (equação 1) tem como base uma função valor linear normalizada para cada um dos critérios, utilizando a transformação de escala a seguir (Edwards & Barron, 1994; Keeney & Raiffa, 1976; Almeida, 2013; Almeida *et al*, 2015):

$$v_j(z) = \frac{g_j(z) - g_j^-}{g_j^+ - g_j^-} \quad (8)$$

onde $g_j(z)$ é a performance do projeto z no critério j , g_j^+ e g_j^- são respectivamente as melhores e piores performances ao serem considerados os desempenhos de todos os projetos no critério j . Em outras palavras, a função valor $v_j(z)$ é definida em uma escala de medida intervalar:

$$v_j(z) = a_j g_j(z) + b_j \quad (9)$$

$$a = \frac{1}{g_j^+ - g_j^-} \quad (10)$$

$$b = \frac{-g_j^-}{g_j^+ - g_j^-} \quad (11)$$

Conforme mencionado por Vasconcelos *et al* (2014) e demonstrado por Almeida *et al*

(2014), os procedimentos de elicitación das constantes de escala para o modelo de agregação aditivo utilizam, normalmente, a escala intervalar, trazendo problemas graves ao processo de modelagem no contexto da seleção de portfólio. Almeida *et al* (2014) analisaram problemas de escala presentes no contexto da análise multicritério em problemas de portfólio: o problema do tamanho (*portfolio size*), o problema da linha de base (*baseline*) e o problema de consistência de agregações:

- O problema do tamanho (*portfolio size problem*)

Se considerarmos (1) e (2), a expressão do valor de um portfólio pode ser reescrita como

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i k_j v_j(z_i) \quad (12)$$

Substituindo-se (9) em (12), temos

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i k_j a_j g_j(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i k_j b_j \quad (13)$$

O segundo termo de (13) não depende da performance das alternativas mas apenas do número de itens do portfólio, o que cria um viés no cálculo do valor do portfólio: tal viés favorece portfólios maiores (quando $b > 0$) ou portfólios menores (quando $b < 0$). Ao utilizar-se a função valor na equação (8), portfólios menores são favorecidos. Um problema similar foi identificado com o uso do método multicritério de sobreclassificação para seleção de portfólios, o PROMETHEE V (Almeida & Vetschera, 2012; Vetschera & Almeida, 2012).

- O problema da linha de base (*baseline problem*)

Esse problema também foi discutido por Clemen & Smith (2009), que analisaram a necessidade de escolher uma linha de base apropriada (do termo em inglês: *baseline*) para se avaliar a opção de não fazer um projeto em um problema de portfólio aditivo e afirmaram que a equação (1) implicitamente assume que não fazer um projeto resulta em um escore de zero, i.e., o pior resultado possível em cada atributo em uma análise multicritério baseada na função valor unidimensional definida na equação (8). Com isso, os autores propuseram uma reformulação da equação (1) de forma a permitir valores não nulos como escores de uma não realização de projeto e enfatizaram o fato de que o problema de seleção de portfólio deve buscar maximizar o incremento total em valor, associado à realização de projetos ao invés de não executá-los:

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i (v(z_i) - v(\bar{z}_i)) \quad (14)$$

onde $v(\bar{z}_i)$ representa o valor da consequência obtida ao não se fazer o projeto i . Ainda que problemas de escala não tenham sido abordados por esses autores, é possível verificar que o modelo proposto por eles elimina o segundo termo de (13), evitando também o problema do tamanho do portfólio:

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i (k_j (a_j g_j(z_i) + b_j) - k_j (a_j g_j(\bar{z}_i) + b_j)) \quad (15)$$

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_i k_j (a_j g_j(z_i) - a_j g_j(\bar{z}_i)) \quad (16)$$

Por outro lado, a inclusão de $v(\bar{z}_i)$ deve ser interpretada como a inclusão de um novo projeto que está competindo para ser incluído no portfólio e cuja performance pode modificar a amplitude (*range*) da escala de cada critério de tal forma que possa interferir no processo de obtenção das constantes de escalas k_j . Este ponto de discussão não foi claramente observado no trabalho de Clemen & Smith (2009).

- Problema de consistência de agregações

Os problemas de portfólio de natureza multiatributo envolvem dois tipos de agregação. O procedimento comumente adotado e que está sendo utilizado nesse trabalho consiste em primeiramente avaliar cada item completamente e então agregar os valores destes itens de forma a determinar o valor do portfólio

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i \sum_{j=1}^n k_j v_j(z_i) \quad (17)$$

De outra forma, é possível agregar as performances em cada critério para determinar o valor do portfólio naquela dimensão e então realizar a agregação multicritério. Além disso, se a agregação dos itens for realizada primeiro, ela ainda pode ser conduzida em dois níveis: o mais comum, no nível das consequências (18), ou no nível das utilidades ou valores marginais (19).

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m k_j v_j \left(\sum_{j=1}^n x_i g_j(z_i) \right) \quad (18)$$

$$V(p_r) = \sum_{j=1}^n k_j \sum_{i=1}^m x_i v_j(z_i) \quad (19)$$

Segundo Almeida *et al* (2014), o problema de consistência de agregações está no fato de que, normalmente, as três formas de agregação citadas geram resultados diferentes. A consistência entre diferentes tipos de agregação restringe bastante as funções valor ou utilidade para o caso de uma multiplicação por um número escalar (equação 20), que também soluciona os demais problemas citados. Ademais, deve ser notado que a agregação de itens no nível dos resultados do portfólio expande o espaço de consequências e pode afetar algumas premissas presentes na modelagem multicritério, tais como a linearidade de funções valor em cada critério, a independência preferencial, avaliações de *trade-offs*, e assim por diante.

$$v_j(z) = a_j g_j(z) \quad (20)$$

Os dois primeiros problemas de escala pontuados anteriormente não existem caso $v(z_i)$ seja mensurada com base em uma escala de razão que possua um ponto zero fixo em sua escala e esse ponto seja correspondente à consequência de não incluir uma alternativa no portfólio. Por sua vez, o problema de tamanho do portfólio é solucionado apenas se os projetos forem avaliados em uma escala de razão, enquanto o problema da linha de base não existe caso a equação (14) seja utilizada, mesmo que sejam consideradas funções valor baseadas em uma escala intervalar. Para maiores detalhes, consultar Morton (2010).

É importante mencionar dois exemplos de funções valor que podem ser utilizadas em detrimento da equação (8). Ambas as funções evitam o problema da base de medida se, e apenas se, o resultado de não incluir um projeto no portfólio é realmente zero (quando mensurado na escala de razão). O problema do tamanho do portfólio e o problema da consistência das agregações também são evitados já que (21) e (22) são medidas em uma escala de razão e têm a estrutura definida semelhantemente à equação (20).

$$v_j(z) = \frac{g_j(z)}{g_j^+} \quad (21)$$

$$v_j(z) = \frac{g_j(z)}{g_j^+ - g_j^-} \quad (22)$$

Cabe mencionar que a função valor descrita em (21) é definida no intervalo $[g_j^+/g_j^-, 1]$ e não no intervalo $[0,1]$. Com isso, o uso de (21) modifica a escala de valor/utilidade e, conseqüentemente, as constantes de escala que tiverem sido elicitadas de acordo com o procedimento de normalização tradicional (8) não podem ser aplicadas. Tal modificação não é necessária se a função valor (22) for utilizada, isto é, as constantes de escala originais k_j podem ser utilizadas. Maiores detalhes podem ser encontrados em Almeida *et al* (2014).

4. Modelo aditivo com interações de sinergia entre projetos

O modelo proposto neste artigo considera que as sinergias entre alternativas sejam avaliadas durante a determinação do espaço de consequências e elicitación da estrutura de preferências do decisor, ou seja, a avaliação de sinergias deve ser realizada no espaço de consequências das alternativas ao invés de considerar as sinergias entre alternativas diretamente em unidades de medida de valor ou utilidade. Para isso, é primordial que haja interação entre o decisor e os especialistas nas áreas de conhecimento relacionadas a cada tipo de sinergia proposta no modelo e, com isso, espera-se que o tratamento de sinergias seja mais fidedigno aos aspectos envolvidos no contexto da decisão estudado. Ainda que, no caso da função valor linear, seja mais intuitivo estimar um acréscimo em unidade de valor do portfólio causado pela sinergia entre as alternativas, esta tarefa é consideravelmente complicada quando há uma relação não linear entre um incremento Δx na performance de uma alternativa e um incremento Δv na função valor do projeto e, conseqüentemente, no valor do portfólio.

As dificuldades encontradas na interpretação e elicitación de sinergias diretamente em uma unidade de medida de valor ou utilidade são maiores no contexto estocástico, pois, afora os pontos discutidos em relação ao caso determinístico, o decisor (e também o analista de decisão) necessita entender claramente as consequências de sinergias entre projetos no que diz respeito aos seus mecanismos probabilísticos: por exemplo, se a função densidade de probabilidade de uma variável de saída é modificada devido às interações sinérgicas. No contexto de tomada de decisão sob incerteza, utilizando funções utilidade em lugar de funções valor, os problemas em estabelecer medidas de utilidade para as sinergias é análogo. Os efeitos sinérgicos entre projetos alteram suas performances; a diferença é que os desempenhos das alternativas possuem um comportamento estocástico e as implicações de sinergia têm consequências nesses mecanismos probabilísticos. A elicitación das consequências sinérgicas não estão limitadas à avaliação de mudanças de performance probabilística dos itens no portfólio, mas também devem abranger o comportamento das preferências do decisor em situações de risco, isto é, deve-se avaliar se os efeitos sinérgicos nos mecanismos probabilísticos de performance das alternativas impactam a função utilidade do decisor. Este tipo de análise é ainda mais complicado ao considerarmos funções valor ou utilidade multiatributo, uma vez que nesse contexto é necessário medir ou quantificar a sinergia entre projetos em diferentes critérios. Nesta seção, é proposto um modelo aditivo para a avaliação multicritério de portfólios baseado na soma do valor ou utilidade multiatributo das alternativas que fazem parte do portfólio e da consideração das sinergias entre pares de alternativas. Utilizando a mesma notação abordada na seção 2, pode-se definir a sinergia s_{ik} entre as alternativas i e k como o grau que a alternativa k contribui para a alternativa i em valores de porcentagem de $v(z_i)$, que é a avaliação multiatributo do item i sem a consideração de sinergias – uma versão isolada – e $v(z_{ik})$ é o valor da alternativa i quando ocorrem interações de sinergia com a alternativa k : a parcela $v(z_{ik})$ é igual a $v(z_i)$ se não há sinergia entre i e k , e $v(z_{ii}) = v(z_i)$. Substituindo-se (7) em (6), obtém-se a expressão do valor do r -ésimo portfólio:

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m x_i (v(z_i) + x_k (v(z_{ik}) - v(z_i))) \quad (23)$$

Devido às interações sinérgicas entre pares de projetos, os projetos possuem diferentes *payoffs*, dependendo do portfólio p_r considerado. Esta condição influencia diretamente o cálculo do valor ou utilidade das alternativas, pois estas dependem do conjunto de alternativas que formam o portfólio. As interações sinérgicas são consideradas no modelo na forma como atuam, no desempenho das alternativas em cada critério, ao invés de serem consideradas diretamente no escala de valor ou utilidade da alternativa. Por exemplo, no contexto de seleção de portfólio projetos, cada projeto é uma alternativa de investimento. De certa forma, ao considerar as sinergias entre projetos de sua carteira, pode-se considerar a criação de uma nova alternativa que representa a escolha conjunta dos projetos. Essa nova alternativa possui um desempenho diferente da soma dos desempenhos das alternativas iniciais, justamente pelo efeito sinérgico. A

depende do tamanho do problema, este tipo de consideração aumenta consideravelmente o espaço de ações de investimento, além da necessidade de identificar os projetos como mutuamente exclusivos na modelagem de restrições do problema. O termo $x_1x_2\dots x_m$ pode ser substituído por uma variável inteira binária $y_{12\dots m}$, caso algumas condições sejam inseridas no problema: $x_1 + x_2 + \dots + x_m - y_{12\dots m} \leq m - 1$, $y_{12\dots m} \leq x_i \forall i = 1, 2, \dots, m$ e $y_{12\dots m} > 0$. Portanto, a equação (23) é linearizada conforme a equação (24) e a variável y_{ik} pode ser interpretada como uma variável binária associada a um “novo” projeto que deverá ser selecionado em conjunto com os projetos i e k .

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m x_i v(z_i) + y_{ik} (v(z_{ik}) - v(z_i)) \quad (24)$$

4.1 Problemas de escala no modelo aditivo com interações de sinergia

A partir dos conceitos descritos na seção 3, é possível avaliar a equação (24) com relação à incidência de problemas de escala. Nesta seção, será realizada uma análise destes problemas de escala na seleção de portfólio com considerações de sinergia através de um modelo multicritério aditivo. Ao introduzir a função valor (8) na expressão (24), obtém-se a equação (25) que avalia a sinergia entre projetos em unidade de medida de valor.

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i k_j a_j g_j(z_i) + x_i k_j b_j) + y_{ik} ((k_j a_j g_j(z_{ik}) + k_j b_j) - (k_j a_j g_j(z_i) + k_j b_j)) \quad (25)$$

A partir do rearranjo de termos da equação (25), é possível escrever (26). O segundo somatório em (26) não depende da performance das alternativas que pertencem ao portfólio, i.e., apresenta o problema do tamanho do portfólio.

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i k_j a_j g_j(z_i)) + (y_{ik} k_j a_j g_j(z_{ik})) - (y_{ik} k_j a_j g_j(z_i)) + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i k_j b_j) \quad (26)$$

Deve-se observar que o termo $y_{ik} (v(z_{ik}) - v(z_i))$ na equação (24), que busca quantificar os efeitos de sinergia entre projetos, é similar ao modelo proposto por Clemen & Smith (2009) e pode ser interpretados como valor incremental de realizar os dois projetos ao invés de selecionar apenas um dentre eles. Então, os três problemas de escala discutidos na seção 2 não ocorrem em $y_{ik} (v(z_{ik}) - v(z_i))$ se há pontos zero fixos na escala de avaliação de todos os critérios e tais pontos representam a consequência de não se escolher uma alternativa (não realizar um projeto). Em contrapartida, o termo $x_i v(z_i)$ na equação (24) é semelhante ao termo da equação (1), cujos problemas de escala já foram detalhados caso a função valor (8) seja utilizada. Portanto, todos os três tipos de problema de escala devem ser levados em consideração para a utilização da equação (24). Por conta disso, pode-se considerar o uso de funções valor tais como $v_j(z) = g_j(z) / g_j^+$ e $v_j(z) = g_j(z) / (g_j^+ - g_j^-)$ na seleção de portfólio com base no modelo aditivo com interações de sinergia apresentado nesta seção, já que o uso dessas funções evita os problemas de escala analisados. A utilização dessas funções valor é suficiente quando o ato de não realizar um projeto é representado por um ponto zero fixo da escala de razão da função valor. Caso contrário, se essa premissa não existir, a equação (24) deve ser adaptada a partir da equação (14) no intuito de evitar o problema de linha de base, conforme desenvolvido na equação (27).

$$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m x_i (v(z_i) - v(\bar{z}_i)) + y_{ik} ((v(z_{ik}) - v(z_i)) - (v(\bar{z}_{ik}) - v(\bar{z}_i))) \quad (27)$$

Com o intuito de tornar mais clara a interpretação da equação (27), faz-se didática a análise da relação entre um par de projetos quando a referida equação é utilizada. O total incremento em valor que é adicionado ao portfólio em virtude da inclusão dos projetos sinérgicos (x_i, x_k) é definido como

$$V(x_i, x_k) = x_i(v(z_i) - v(\bar{z}_i)) + y_{ik}(v(z_{ik}) - v(\bar{z}_{ik})) - y_{ik}(v(z_i) - v(\bar{z}_i)) + x_k(v(z_k) - v(\bar{z}_k)) + y_{ki}(v(z_{ki}) - v(\bar{z}_{ki})) - y_{ki}(v(z_k) - v(\bar{z}_k)) \quad (28)$$

que implica em

$$V(x_i, x_k) = y_{ik}(v(z_{ik}) - v(\bar{z}_{ik})) + y_{ki}(v(z_{ki}) - v(\bar{z}_{ki})) \quad (29)$$

A parcela $v(z_{ik}) - v(\bar{z}_{ik})$ pode ser interpretada como o valor incremental que está sendo adicionado ao portfólio pelo i -ésimo projeto, em virtude de serem selecionados os projetos i e k ao invés de não selecionarmos i quando k está no portfólio. De forma análoga, $v(z_i) - v(\bar{z}_i)$ representa o valor incremental que está sendo adicionado ao portfólio pelo projeto i , em razão do projeto i ter sido selecionado quando k não está no portfólio ao invés de não selecionarmos o projeto i quando k também não for selecionado.

5. Aplicação Numérica

Para demonstrar a aplicabilidade do modelo proposto e dos demais conceitos discutidos nas seções anteriores, uma aplicação numérica foi desenvolvida no contexto de seleção de portfólio de projetos de Exploração e Produção (E&P) de óleo e gás: pretende-se selecionar, dentre um conjunto de dez projetos, o portfólio de maior valor multiatributo que satisfaça as restrições impostas ao problema. Os projetos foram avaliados de acordo com três critérios: o Valor Presente Líquido (VPL), que é função do fluxo de caixa descontado do projeto; a estimativa de volume de hidrocarbonetos que se espera produzir durante o ciclo de vida do projeto (PROD); e o VPL dos projetos nos próximos dois anos (VPL Biênio). Este último critério está relacionado à necessidade da empresa em reforçar seu caixa e diminuir o nível de endividamento. A Tabela 1 apresenta a matriz de performance dos projetos.

Tabela 1- Matriz de performance das alternativas

	VPL (US\$ MM)	PROD (MMBBL)	VPL BIÊNIO (US\$MM)	INVEST (US\$MM)
P ₁	755	93	200	400
P ₂	512	130	250	280
P ₃	435	20	150	200
P ₄	260	100	140	250
P ₅	70	102	40	320
P ₆	370	120	60	140
P ₇	320	25	120	190
P ₈	198	40	85	250
P ₉	229	88	74	334
P ₁₀	580	160	200	440
P ₉₋₁₀	260	88	95	295
P ₁₀₋₉	650	160	250	380

No que tange à avaliação multicritério dos projetos, as constantes de escala elicitadas com base em uma escala intervalar foram: 0,3 (VPL), 0,2 (PROD) e 0,5 (VPL Biênio). Há uma restrição orçamentária de US\$ 1,5 Bi e duas restrições de cunho puramente gerencial: o projeto P₂ deve fazer parte do portfólio escolhido (projeto mandatário) e ao menos um projeto dentre os projetos P₄ e P₁₀ deve ser selecionado, uma vez que a realização de tais projetos requer o desenvolvimento de novas tecnologias cujas características são estratégicas para a companhia. Ainda, os projetos P₉ e P₁₀ apresentam sinergias quando executados em conjunto, o que resulta na consideração das alternativas P₉₋₁₀ (projeto P₉ quando realizado em conjunto com o projeto P₁₀) e

P₁₀₋₉.

De forma a analisar os principais aspectos discutidos nas seções anteriores, foram estudados quatro diferentes casos, baseados em dois diferentes modelos de avaliação do valor do portfólio e duas funções valor unidimensionais (Tabela 2). Com relação aos cenários, a diferença está na consideração ou não de sinergias entre os projetos P₉ e P₁₀; já no que diz respeito às funções valor unidimensionais, foram utilizadas a função valor intervalar (equação 8) e a função valor baseada em uma escala de razão (equação 22).

Tabela 2- Cenários estudados na Aplicação Numérica

	Função valor – escala intervalar	Função valor – escala de razão
Modelo aditivo sem sinergia	$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i v(z_i)$ $v_j(z) = \frac{g_j^+(z) - g_j^-}{g_j^+ - g_j^-}$	$V(p_r) = \sum_{i=1}^m x_i v(z_i)$ $v_j(z) = \frac{g_j(z)}{g_j^+ - g_j^-}$
Modelo aditivo com sinergia	$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m x_i v(z_i) + y_{ik} (v(z_{ik}) - v(z_i))$ $v_j(z) = \frac{g_j^+(z) - g_j^-}{g_j^+ - g_j^-}$	$V(p_r) = \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m x_i v(z_i) + y_{ik} (v(z_{ik}) - v(z_i))$ $v_j(z) = \frac{g_j(z)}{g_j^+ - g_j^-}$

Na Tabela 3, pode-se verificar o viés causado pela utilização da função valor intervalar no problema de seleção de portfólio. Conforme discutido na seção 2, no cenário sem sinergia, a utilização da função valor intervalar cria um viés em prol de um portfólio com menor número de projetos (5 < 6): o projeto P₁ é substituído pelos projetos P₄ e P₇. De maneira semelhante, ao avaliar o cenário com considerações de sinergia entre projetos, quando a função valor intervalar é utilizada, o projeto P₁ é selecionado para o portfólio; no entanto, ao considerar a função valor alternativa, o projeto P₁ é substituído pelos projetos P₃ e P₇ (Tabela 4). O modelo aditivo com considerações de sinergia permitiu incorporar a relação sinérgica entre P₉ e P₁₀ à seleção de portfólio: esses projetos não fariam parte do portfólio caso a sinergia entre eles não tivesse sido quantificada pelo modelo.

Tabela 3 – Resultados da Aplicação Numérica

	Cenário sem sinergia		Cenário com sinergia	
	Função valor intervalar	Função valor de razão	Função valor intervalar	Função valor de razão
P ₁	1	0	1	0
P ₂	1	1	1	1
P ₃	1	1	0	1
P ₄	0	1	0	0
P ₅	0	0	0	0
P ₆	1	1	1	1
P ₇	0	1	0	1
P ₈	0	0	0	0
P ₉	0	0	1	1
P ₁₀	1	1	1	1

Tabela 4 – Detalhamento do problema do tamanho do portfólio

	VPL (US\$ MM)	PROD (MMBBL)	VPL BIÊNIO (US\$MM)	INVEST (US\$MM)	$V(p_r)$ Função Valor padrão	$V(p_r)$ Função Valor alternativa
$P_3 + P_7$	755	45	270	390	0,73	1,04
P_{10}	755	93	200	400	0,79	0,94

6. Conclusões

À medida que aumenta o uso de métodos multicritério para apoiar decisões de seleção de portfólio, as abordagens multicritério aditivas têm sido utilizadas extensivamente por pesquisadores e profissionais no intuito de apoiar a resolução do problema. No entanto, conforme abordado na seção 3, abordagens aditivas são susceptíveis à ocorrência de problemas de escala que podem ocasionar erros no processo de suporte a decisão. Ainda, problemas de seleção de portfólio precisam considerar as interações de sinergia entre as alternativas envolvidas, especialmente se essas alternativas são projetos que estejam competindo para serem realizados em uma organização. Este artigo procurou analisar o uso de uma abordagem multicritério aditiva para seleção de portfólio e discutir importantes aspectos relacionados à utilização desta abordagem: a consideração de sinergias entre alternativas (seção 2) e a necessidade de avaliar a ocorrência de problemas de escala no modelo aditivo (seção 3). Um modelo multicritério aditivo com considerações de sinergia entre alternativas foi proposto na seção 4, assim como uma análise dos possíveis problemas de escala desse modelo foi realizada. Por último, uma aplicação numérica no contexto de seleção de projetos na indústria do petróleo foi apresentada e, a partir dela, foi possível identificar a importância da consideração de sinergias entre alternativas e da avaliação de problemas de escala em modelos aditivos para a seleção adequada de um portfólio. Conforme os resultados apresentados na aplicação numérica, uma avaliação imprecisa destes fatores pode conduzir o decisor a selecionar um portfólio de forma equivocada, tendo em vista a estrutura de preferências do decisor e as interdependências entre as alternativas.

Referências

- Almeida, A.T.de**, *Processo de Decisão nas Organizações: Construindo Modelos de Decisão Multicritério*, Editora Atlas, São Paulo, 2013.
- Almeida, A.T. de, Cavalcante, C.A.V., Alencar, M.H., Ferreira, R.J.P., Almeida-Filho, A.T. e Garcez T.V.** *Multicriteria and Multiobjective Models for Risk, Reliability and Maintenance Decision Analysis*. International Series in Operations Research & Management Science. Vol 231. New York: Springer, 2015.
- Almeida, A.T.de e Duarte, M.D.O.** (2011). A multi-criteria decision model for selecting project portfolio with consideration being given to a new concept for synergies. *Pesquisa Operacional*, 31:301-318.
- Almeida, A.T. de e Vetschera, R.** (2012). A note on scale transformations in the PROMETHEE V method. *European Journal of Operational Research*, v. 219, p. 198-200.
- Almeida, A.T. de, Vetschera, R. e Almeida, J.A.** Scaling Issues in Additive Multicriteria Portfolio Analysis, em Dargam, F., Hernández, J.E., Zaraté, P., Liu, S., Ribeiro, R., Delibasic, B. e Papathanasiou, J. (Eds) *LNBIP (Lecture Notes in Business Information Processing)*, 2014.
- Belton, V. e Stewart, T.J.** *Multiple Criteria Decision Analysis*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Carazo, A.F., Gomez, T., Molina, J., Hernandez-Diaz, A.G., Guerrero, F.M. e Caballero, R.**

(2010). Solving a comprehensive model for multi-objective project portfolio selection. *Computers & Operations Research*, 37, 630-639.

Clemen, R.T. e Smith, J.E. (2009). On the choice of baselines in multiattribute portfolio analysis: A cautionary note. *Decision Analysis*, vol. 6, 256-262.

Doerner, K.F., Gutjahr, W.J., Hartl, R.F., Strauss, C. e Stummer, C. (2006). Pareto ant colony optimization with ILP preprocessing in multiobjective project portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, v.171, p. 830-841.

Edwards, W. e Barron, F.H. (1994). SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multi-attribute Utility Measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, v.60, p.306-325.

Iniestra, J.G., e Gutiérrez, J.G. (2009). Multicriteria decisions on interdependent infrastructure transportation projects using an evolutionary-based framework. *Applied Soft Computing*, vol. 9, pp. 512-526.

Keeney, R.L e Raiffa, H. *Decision with Multiple Objectives: Preferences and value trade-offs.* John Wiley & Sons, 1976.

Liesio, J., Mild, P. e Salo, A. (2008). Robust portfolio modeling with incomplete cost information and project interdependencies. *European Journal of Operational Research*, vol.190, 679–695.

Lopes, Y.G. e Almeida, A.T.de (2013), A multicriteria decision model for selecting a portfolio of oil and gas exploration projects, *Pesquisa Operacional*, 33, 417-441.

Lopes, Y. G. e Almeida, A.T.de. (2015). Assessment of synergies for selecting a project portfolio in the petroleum industry based on a multi-attribute utility function. *Journal of Petroleum Science & Engineering*, v. 126, p. 131-140.

Meskendahl, S. (2010). The influence of business strategy on project portfolio management and its success - A conceptual framework. *International Journal of Project Management*, v.28(8), p. 807-817.

Morton, A. (2010). On the choice of baselines in portfolio decision analysis. *Working Paper LSEOR 10.128*, LSE Management Science Group.

Santhanam, R. e Kyparisis, J. (1996). A Decision Model for Interdependent Information System Project Selection. *European Journal of Operational Research*, v.89, 380-399.

Skaf, M.A. (1999). Portfolio management in an upstream oil and gas organization. *Interfaces*, v.29(6), p. 84-104.

Stummer, C. e Heidenberger, K. (2003). Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE Trans Eng manage*; 50(2):175–83.

Vasconcelos, D. S., Almeida, A.T.de e Almeida, J. A. Sistema de apoio a decisão para análise multicritério de portfólios. XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2014.

Vetschera, R., Almeida, A.T.de. (2012). A PROMETHEE-based approach to portfolio selection problems. *Computers and Operations Research*, 39:1010-1020.