

UM MODELO PARA O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE MÚLTIPLOS *CROSS-DOCKS*

Pâmella S. Miyazaki-Tenório

ICMC - USP

Av. Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil

pamella.miyazaki@usp.br

Franklina M. B. Toledo

ICMC - USP

Av. Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil

fran@icmc.usp.br

Vinícius A. Armentano

FEEC - UNICAMP

Av. Albert Einstein, 13083-852, Campinas - SP, Brasil

vinicius@denisis.fee.unicamp.br

RESUMO

A escolha adequada da estratégia de distribuição de produtos é muito importante para o gerenciamento eficiente de uma cadeia de suprimentos, pois contribui para a redução de custos operacionais e assegura a entrega de mercadorias nos prazos estabelecidos. A utilização de *cross-docking* na distribuição de produtos permite a consolidação de remessas de carga fracionada em cargas completas, favorecendo a redução de custos de distribuição. Além disso, o tempo de armazenamento de mercadorias é limitado, permitindo reduzir custos de estoque. O objetivo desse artigo é propor um modelo para o problema de *cross-docking* que considere simultaneamente vários *cross-docks*, vários tipos de produtos, estoque limitado, janelas de tempo rígidas e desejáveis, entrega e coleta em vários *cross-docks* e que permita a transferência de produtos entre *cross-docks*. Testes computacionais mostram a eficiência do modelo proposto.

PALAVRAS CHAVE. *cross-docking*; janelas de tempo; sincronização; modelagem matemática.

Área Principal: L&T - Logística e Transportes; PM - Programação Matemática

ABSTRACT

The appropriate choice of product distribution strategy is very important to the efficient management of a supply chain since it contributes to reducing operating costs and ensures goods delivery on time. The use of *cross-docking* allows reduction in cost distribution by means of consolidation of less-than-truck load. In addition, the storage time is limited thus reducing inventory costs. The objective of this paper is to propose a model for *cross-docking* problem that considers simultaneously several *cross-docks*, multiple product types, limited storage for a *cross-dock*, hard and soft time windows, delivery and pickups in multiple *cross-docks* and product transfer between *cross-docks*. Computational tests show the proposed model efficiency.

KEYWORDS. *cross-docking*; time windows; synchronization; mathematical modeling.

Main Area: L&T - Logistics and Transport; PM - Mathematical Programming

1. Introdução

Problemas de distribuição de produtos possuem grande importância econômica e prática para o bom funcionamento de redes logísticas como, por exemplo, redes de varejo. As estratégias de distribuição podem ser divididas basicamente em: a) entrega direta ou por rotas de entrega; b) utilização de armazéns (*warehouses*); e c) *cross-docking*. Na entrega direta ou por rotas de entrega os produtos são entregues diretamente aos consumidores ou são elaboradas rotas para a entrega dos produtos. Embora essa estratégia não dependa de instalações logísticas, ela pode ser muito custosa quando as cargas são pequenas. A utilização de armazéns (*warehouses*) busca consolidar cargas e assim reduzir os custos de entrega, no entanto, incorre-se em custos de armazenagem e de manuseio. Como destacado por Ghiani *et al.* (2004), os custos de armazenagem e de manuseio em armazéns representam mais de 50% de seus custos totais. Como alternativa para buscar minimizar esses custos, pode-se utilizar a estratégia de *cross-docking*. Por um lado, esse sistema de distribuição busca não manter produtos em estoque nas instalações logísticas, por outro, visa a consolidação de cargas. Caso a consolidação de cargas demande o armazenamento de produtos, esse é permitido, mas apenas por curtos períodos de tempo como, por exemplo, algumas horas.

Terminais que utilizam a estratégia de *cross-docking* são chamados de *cross-docks* e são compostos por docas de recebimento (em que entregas são descarregadas) e por docas de carregamento (em que cargas para coleta são carregadas). Dessa forma, entregas de fornecedores que chegam aos *cross-docks* são descarregadas, separadas, consolidadas e encaminhadas para envio aos consumidores. O objetivo é efetuar esse processo com custo mínimo de transporte e armazenagem. Segundo Belle *et al.* (2012), as principais vantagens de se utilizar essa estratégia são: redução de custos (carregamento, descarregamento, manuseio nos armazéns e armazenagem), entregas mais rápidas (muitas vezes entregas de fornecedores são descarregadas e os produtos são imediatamente direcionados a compor a carga para coleta de consumidores), redução do espaço de armazenagem e redução do risco de perdas.

O problema abordado nesse artigo consiste em determinar a ordem e tempo de entrega e de coleta de forma a minimizar a soma dos custos de transporte e de estoque, ou seja, consiste em planejar as operações nos *cross-docks* (tático) e programar o tempo de entregas e coletas envolvidas no processo (operacional). Isto é, segundo a classificação de Buijs *et al.* (2014), o problema abordado é um problema de integração do planejamento e da programação de uma rede de distribuição. Dessa forma, a revisão bibliográfica aqui apresentada trata apenas os artigos relacionados a essa classe de problemas. Para uma revisão mais ampla sobre os problemas de *cross-docking* sugere-se os trabalhos de Belle *et al.* (2012) e Buijs *et al.* (2014).

Lim *et al.* (2005) apresentam uma comparação entre *cross-dockings* sem e com janelas de tempo classificando o problema com relação à sua programação: a) rígida (tempos fixos), b) flexível (tempos flexíveis) e c) mista. Chen *et al.* (2006) destacam a complexidade e o sincronismo exigido entre fornecedores e consumidores para que a estratégia de *cross-docking* seja eficiente, os autores destacam a política *just-in-time* (produtos descarregados devem logo ser carregados, evitando armazenagem). Os autores desenvolveram um modelo matemático que considera vários *cross-docks*, vários tipos de produtos compondo entregas e coletas, estoque limitado nos *cross-docks* e janelas de tempo para fornecedores e consumidores. Ma *et al.* (2011) propõem uma modelagem considerando apenas um tipo de produto a compor as cargas, estoque ilimitado e com entregadores sendo destinados também às coletas, assim algumas vezes cargas vão diretamente dos fornecedores para consumidores, sem precisar passar pelos *cross-docks*. Miao *et al.* (2012) também consideram apenas um tipo de produto e sugerem uma abordagem diferente dos demais para as janelas de tempo de coleta, em que essas são divididas em flexíveis (desejáveis, buscando maior satisfação dos consumidores) e rígidas (obrigatórias). Marjani *et al.* (2012) abordam múltiplos tipos de produtos e permitem a transferência entre *cross-docks* e o atraso para atender alguns clientes impondo, nesse caso, penalidades na função objetivo. Javanmard *et al.* (2014) apresentam uma extensão do modelo

de Chen *et al.* (2006), adicionando a possibilidade de que uma mesma entrega possa ser descarregada em diferentes *cross-docks*. Lim *et al.* (2005), Chen *et al.* (2006), Ma *et al.* (2011) e Miao *et al.* (2012) provam que o problema de *cross-docking* é NP-difícil.

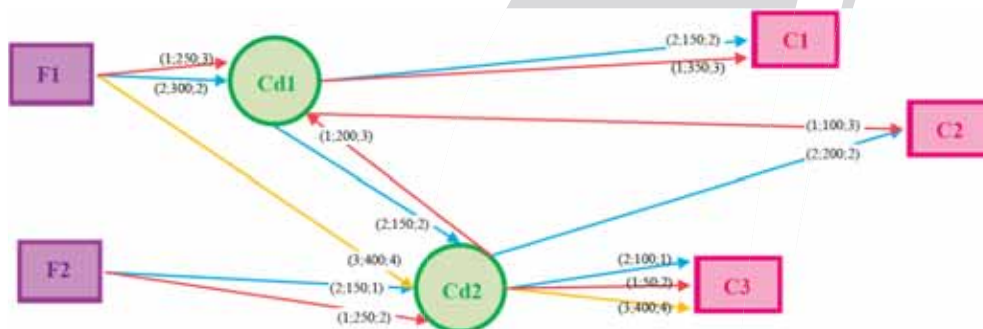
Embora todas as características destacadas anteriormente possam ocorrer conjuntamente, não é do conhecimento dos autores que exista na literatura um modelo para o problema que considere simultaneamente vários *cross-docks*, vários tipos de produtos, estoque limitado, janelas de tempo rígidas e flexíveis, entrega e coleta em vários *cross-docks* e permitindo a transferência de produtos entre *cross-docks*. Nesse trabalho, é proposto um modelo matemático para o problema compilando essas características, que é melhor detalhado na seção a seguir.

2. Descrição do problema

O problema abordado considera vários *cross-docks* interligados que recebem diferentes tipos de produtos e possuem capacidade limitada de estoque. Os produtos de uma entrega podem ser descarregados em diferentes *cross-docks*, no entanto, é permitido no máximo um descarregamento por tipo de produto. Por exemplo, o produto 1 da entrega 5 pode ser levado ao *cross-dock* 1 e o produto 3 dessa mesma entrega pode ser descarregado no *cross-dock* 2. As coletas também podem ser realizadas em diferentes *cross-docks*. Devido às exigências de mercado, são impostas janelas de tempo tanto para entregas quanto para coletas. Além disso, é considerada a possibilidade de transferência de produtos entre *cross-docks*, característica frequente em redes de varejo.

Uma solução para um exemplo desse tipo de problema é ilustrada na Figura 1. Nesse exemplo são considerados 2 *cross-docks* (Cd1 e Cd2), 2 entregas (F1 e F2), 3 coletas (C1, C2 e C3) e 3 tipos de produtos. Os valores (Pr;Q;T) representam, respectivamente, o tipo de produto da carga, a quantidade e o tempo de início da operação (entrega, coleta ou transferência), as setas indicam a direção da operação. Vale ressaltar que as transferências entre *cross-docks* não têm janelas explícitas de tempo. Por hipótese, admite-se a utilização de um período de tempo para cada operação. No exemplo, no período 3, o *cross-dock* 1 recebe uma carga com 200 itens do produto 1 e outra carga com 250 itens do mesmo produto vinda do *cross-dock* 2.

Figura 1: Uma solução para um exemplo do problema estudado.



Além das características destacadas, o problema estudado também admite janelas de tempo flexíveis (desejáveis). Elas representam o período mais apropriado para iniciar o serviço de carregamento. A janela de tempo flexível está contida na janela de tempo rígida, como ilustra a Figura 2. A janela de tempo rígida (pontilhada) deve, obrigatoriamente, ser atendida, enquanto que a janela de tempo flexível (em cinza) representa o período preferível para iniciar o atendimento da coleta. Embora o atendimento fora da janela de tempo flexível seja permitido, existe uma penalidade associada ao seu não cumprimento.

3. Modelo matemático

O modelo proposto para o problema estudado é uma extensão do modelo de Javanmard *et al.* (2014). Busca-se uma solução que determine a ordem, o *cross-dock* e o período de tempo em

Figura 2: Ilustração da diferença entre janela de tempo rígida e flexível.



que as entregas e coletas serão realizadas. O horizonte de planejamento é, em geral, de 24 horas. O objetivo é encontrar uma solução cujo custo total de transporte e de armazenamento seja mínimo. Para a modelagem, considera-se que o horizonte de planejamento é discretizado e subdividido em períodos (em geral, de uma hora) e que apenas um carregamento (descarregamento) é realizado por período por coleta (entrega). Também se considera que uma vez que uma entrega seja destinada a um determinado *cross-dock*, ela deve ser inteiramente descarregada, ou seja, não se admite a entrega parcial de uma carga por um determinado fornecedor. O modelo adaptado, seus índices, parâmetros e variáveis são descritos a seguir.

Índices	
$i \in \{1, 2, \dots, I\}$	I é o total de tipos de produtos;
$k \in \{1, 2, \dots, K\}$	K é o total de <i>cross-docks</i> disponíveis na rede de distribuição;
$t \in \{1, \dots, T\}$	T é o total de períodos do horizonte de planejamento;
$f \in \{1, 2, \dots, F\}$	F é o total de entregas;
$c \in \{1, 2, \dots, C\}$	C é o total de coletas.

Parâmetros	
HC_{ik}	penalidade por unidade do produto i em estoque no <i>cross-dock</i> k ;
FTC_{ik}^f	custo de transporte do produto i da entrega f até o <i>cross-dock</i> k ;
CTC_{ik}^c	custo de transporte do produto i da coleta c a partir do <i>cross-dock</i> k ;
PC^c	penalidade por não atender a janela de tempo flexível da coleta c ;
$TC_{ikk'}$	custo de transporte do produto i do <i>cross-dock</i> k para o <i>cross-dock</i> k' ;
$TI^f(TF^f)$	limitante inferior (superior) da janela de tempo da entrega f ;
$TI^c(TF^c)$	limitante inferior (superior) da janela de tempo da coleta c ;
$FI^c(FF^c)$	limitante inferior (superior) da janela de tempo flexível da coleta c ;
CAP_k	capacidade de armazenagem do <i>cross-dock</i> k ;
M_i^f	quantidade do produto i na entrega f ;
M_i^c	demanda do produto i na coleta c .

Variáveis	
x_{ikt}^f	igual a 1 se o produto i da entrega f é descarregado no <i>cross-dock</i> k no período t , 0 caso contrário;
y_{ikt}^c	igual a 1 se o produto i da coleta c é carregado no <i>cross-dock</i> k no período t , 0 caso contrário;
δ^c	igual a 1 se a janela de tempo desejável da coleta c é atendida, 0 caso contrário;
$z_{kk't}$	igual a 1 se há transferência de produtos do <i>cross-dock</i> k para k' no período t , 0 caso contrário;
s_{ikt}	quantidade do produto i em estoque no <i>cross-dock</i> k no período t ;
$w_{ikk't}$	quantidade transferida do produto i do <i>cross-dock</i> k para k' no período t .

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } & \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^I HC_{ik} s_{ikt} + \sum_{f=1}^F \sum_{i=1}^I FTC_{ik}^f x_{ikt}^f + \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^I CTC_{ik}^c y_{ikt}^c \right) \\ & + \sum_{c=1}^C PC^c (1 - \delta^c) + \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1, k' \neq k}^K \sum_{i=1}^I TC_{ikk'} \sum_{t=1}^T z_{kk't} \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^K \left(\sum_{t=1}^{TF^f-1} x_{ikt}^f + \sum_{t=TF^f+1}^T x_{ikt}^f \right) = 0, \quad \forall i, f \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K \left(\sum_{t=1}^{TF^c-1} y_{ikt}^c + \sum_{t=TF^c+1}^T y_{ikt}^c \right) = 0, \quad \forall i, c \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=TF^f}^{TF^f} x_{ikt}^f \leq 1, \quad \forall i, f \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=TF^c}^{TF^c} y_{ikt}^c = 1, \quad \forall i, c \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^I s_{ikt} \leq CAP_k, \quad \forall k, t \quad (6)$$

$$\begin{aligned} s_{ikt} = & s_{ik,t-1} + \sum_{f=1}^F x_{ikt}^f M_i^f - \sum_{c=1}^C y_{ikt}^c M_i^c \\ & + \sum_{k'=1, k' \neq k}^K w_{ik'kt} - \sum_{k'=1, k' \neq k}^K w_{ikk't}, \end{aligned} \quad \forall i, k, t \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=FT^c}^{FT^c} y_{ikt}^c \leq \delta^c, \quad \forall i, c \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I w_{ikk't} \leq \min \{CAP_k, CAP_{k'}\} z_{kk't}, \quad \forall k, k' \neq k, t, \quad (9)$$

$$s_{ik,0} = 0, \quad \forall i, k \quad (10)$$

$$x_{ikt}^f, y_{ikt}^c, z_{kk't}, \delta^c \in \mathbb{B}, \quad \forall i, k, t, c, f \quad (11)$$

$$s_{ikt}, w_{ikk't} \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall i, k, k', t. \quad (12)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a soma dos custos de estoque de produtos nos *cross-docks*, dos custos de transporte das entregas e das coletas, das penalidades caso as janelas de tempo desejáveis das coletas não sejam atendidas e de transferência de produtos entre *cross-docks*.

As equações (2) determinam que uma entrega não pode ocorrer fora de sua janela de tempo. De forma análoga, as restrições (3) asseguram que as janelas de tempo das coletas são satisfeitas. As restrições (4) garantem que se houver entrega, ela ocorrerá dentro de sua janela de tempo. As restrições (5) asseguram que as coletas serão atendidas. As restrições (6) impõem que a capacidade de armazenamento dos *cross-docks* é respeitada em todos os períodos. As equações (7) representam o balanço de estoque de produtos nos *cross-docks*, incluindo as quantidades de produtos transferidas para outros *cross-docks* e recebidas de outros *cross-docks*. Essas restrições foram adaptadas do modelo de Javanmard *et al.* (2014) para permitir a transferência de produtos entre *cross-docks*. Nas restrições (8), cada uma das variáveis δ^c assume o valor um se a janela de

tempo flexível a ela associada for atendida. Essas restrições foram adaptadas de Miao *et al.* (2012). Nas restrições (9), cada uma das variáveis $z_{kk't}$ assume o valor um se existir transferência do *cross-dock* k para o k' no tempo t . Sem perda de generalidade, as restrições (10) impõem que o estoque inicial dos produtos nos *cross-docks* é nulo. Finalmente, as restrições (11) - (12) definem o domínio das variáveis do modelo.

4. Resultados computacionais

Os testes computacionais foram realizados em um computador Intel(R) Core(TM) Xeon (2.00GHz), com 32 GB de memória RAM, 24 núcleos e sistema operacional Linux. As instâncias de teste foram resolvidas pelo software comercial ILOG CPLEX 12.6 com os parâmetros padrão, tempo limite de 1800 segundos, utilizando 4 *threads* e memória limitada a 4 GB.

Com base nos dados de Chen *et al.* (2006) foram geradas aleatoriamente 10 instâncias-teste. Os parâmetros foram gerados de acordo com uma distribuição uniforme (U[a,b]) da seguinte forma:

- número de tipos de produtos: U[5,15];
- número de entregas: U[2,10];
- número de coletas: U[6,25];
- número de *cross-docks*: U[4,10];
- demanda de produtos por entrega: U[200,500];
- custo unitário de estoque: U[2,10];
- custo de transporte de uma carga: U[1000,2000].

Além disso, assume-se que o custo de transferência entre *cross-docks* é gerado uniformemente entre U[500,1000]. A demanda das coletas foi gerada a partir dos valores das entregas, isto é, entre 50% e 95% das entregas. As capacidades de estoque dos *cross-docks* estão entre U[600,1500] itens.

Considera-se um horizonte de planejamento com 48 períodos. A geração das janelas de tempo fixas e flexíveis foi adaptada de Miao *et al.* (2012). Assim, o início da janela de tempo da entrega f está entre U[0,6] e que o fim está entre U[6+ P^f ,42], em que P^f é a quantidade de tipos de produtos da entrega f . Para as coletas, o início da janela de tempo fixa (TI^c) está entre U[3,9] e o fim (TF^c) está entre U[42,48]. Já o início da janela de tempo flexível da coleta c está entre U[TI^c+2 , TI^c+3] e o fim está entre U[TF^c-3 , TF^c-2].

A fim de avaliar a redução de custos que pode ser obtida ao se permitir transferências entre *cross-docks*, as instâncias-teste foram resolvidas pelo modelo de Javanmard *et al.* (2014), em que transferências entre *cross-docks* não são permitidas, e pelo modelo proposto, primeiramente, sem considerar as restrições referentes às janelas de tempo flexíveis e em seguida considerando essa possibilidade.

Os resultados computacionais são resumidos na Tabela 1 e estão organizados de acordo com o modelo utilizado, ou seja, o modelo da literatura (Javanmard *et al.* (2014)), o modelo proposto com janelas de tempo fixas (MPJTFF) e o modelo proposto com janelas de tempo fixas e flexíveis (MPJTFF). Para cada modelo, é apresentado o valor da melhor solução encontrada (Sol.) respeitando o tempo limite e o desvio percentual dessa solução para seu limite inferior (LI) ($GAP = \frac{Sol-LI}{Sol} * 100$). Vale destacar que o tempo limite foi atingido para todas as instâncias-teste, sendo que para a sexta instância-teste nenhuma solução factível foi encontrada ao resolver o modelo de Javanmard *et al.* (2014). A melhor solução encontrada pelos modelos é destacada em negrito.

Ao se permitir transferências entre *cross-docks* obtém-se a redução de custos para oito das dez instâncias-teste. A inclusão de janelas flexíveis reduz o número de períodos em que a coleta pode ser realizada sem levar a custos extras (penalidades na função objetivo), logo o número de soluções de mesmo custo (soluções alternativas) é menor. Essa redução acelerou a convergência do

método de resolução para as instâncias-teste avaliadas, o que resultou em GAPs menores e soluções melhores para as dez instâncias-teste, quando comparados com os resultados obtidos para o modelo sem janelas de tempo flexíveis (MPJTF).

Tabela 1: Resumo dos resultados computacionais obtidos para as instâncias-teste com tempo limite de 1800s e 4 threads.

Instância	Javanmard et al.		MPJTF		MPJTFF	
	Sol.	GAP (%)	Sol.	GAP (%)	Sol.	GAP (%)
1	473.381	74,95	267.284	69,06	232.442	64,39
2	114.751	33,21	108.772	53,31	101.078	49,73
3	138.899	45,96	265.790	74,81	123.794	45,85
4	122.440	55,84	119.230	70,78	117.459	69,94
5	143.077	49,67	141.478	64,44	134.683	62,58
6	-	-	179.856	60,12	177.164	59,51
7	478.290	76,96	161.556	36,51	147.723	30,54
8	60.461	19,24	62.079	49,06	61.609	48,67
9	286.834	68,39	214.048	73,58	183.129	69,09
10	241.810	45,02	226.304	61,18	188.995	53,52
Média		52,14		61,29		55,38

5. Conclusões e pesquisas futuras

A partir dos resultados obtidos, nota-se que a transferência de produtos entre *cross-docks* pode reduzir custos, uma vez que facilita a composição de cargas para coleta. Quanto às janelas de tempo flexíveis para coletas, além delas serem importantes do ponto de vista prático, a penalidade associada à sua violação reduz o número de soluções alternativas, facilitando a obtenção de soluções de melhor qualidade.

Embora os resultados obtidos apontem para uma redução dos custos, novas instâncias-teste devem ser geradas a fim de analisar quais características possuem maior influência nesse resultado. Além disso, deve-se trabalhar na proposta de métodos exatos e heurísticos para resolver o problema.

Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores do trabalho e ao apoio financeiro do CNPq (132271/2014-1, 306918/2014-5), da FAPESP (2013/07375-0) e da CAPES. Eles também agradecem ao Laboratório de Otimização do ICMC/USP (LOt - www.otm.icmc.usp.br).

Referências

- BELLE, J. V.; VALCKENAERS, P.; CATTRYSSSE, D. Cross-docking: State of the art. *Omega*, 2012. v. 40, n. 6, p. 827 – 846, 2012.
- BUIJS, P.; VIS, I. F.; CARLO, H. J. Synchronization in cross-docking networks: A research classification and framework. *European Journal of Operational Research*, 2014. v. 239, n. 3, p. 593–608, 2014.
- CHEN, P.; GUO, Y.; LIM, A.; RODRIGUES, B. Multiple crossdocks with inventory and time windows. *Computers & operations research*, 2006. v. 33, n. 1, p. 43–63, 2006.

GHIANI, G.; LAPORTE, G.; MUSMANNO, R. *Introduction to logistics systems planning and control*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.

JAVANMARD, S.; VAHDANI, B.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. Solving a multi-product distribution planning problem in cross docking networks: An imperialist competitive algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014. v. 70, n. 9-12, p. 1709–1720, 2014.

LIM, A.; MIAO, Z.; RODRIGUES, B.; XU, Z. Transshipment through crossdocks with inventory and time windows. *Naval Research Logistics (NRL)*, 2005. v. 52, n. 8, p. 724–733, 2005.

MA, H.; MIAO, Z.; LIM, A.; RODRIGUES, B. Crossdocking distribution networks with setup cost and time window constraint. *Omega*, 2011. v. 39, n. 1, p. 64–72, 2011.

MARJANI, M. R.; HUSSEINI, S. M. M.; KARIMI, B. Bi-objective heuristics for multi-item freights distribution planning problem in crossdocking networks. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012. v. 58, n. 9-12, p. 1201–1216, 2012.

MIAO, Z.; YANG, F.; FU, K.; XU, D. Transshipment service through crossdocks with both soft and hard time windows. *Annals of Operations Research*, 2012. v. 192, n. 1, p. 21–47, 2012.

