

QUADRO DE HORÁRIOS ESCOLAR: USO DE ALGORITMO MEMÉTICO PARA ACELERAR A CONVERGÊNCIA DO MÉTODO EVOLUTIVO

Mateus Aires Corrêa de Sá

Departamento de Computação, CEFET-MG
30510-000, Belo Horizonte, MG
mateusaires@gmail.com

Elizabeth F. Wanner

Departamento de Computação, CEFET-MG
30510-000, Belo Horizonte, MG
efwanner@decom.cefetmg.br

João Fernando Machry Sarubbi

Departamento de Computação, CEFET-MG
30510-000, Belo Horizonte, MG
joao@decom.cefetmg.br

RESUMO

O problema de geração de quadro de horários escolar trata da construção de uma grade de horários para as aulas existentes em uma instituição de ensino considerando restrições de horários, de professores e de outros recursos. Esse problema é da família NP-difícil e é costumeiramente tratado por meio de heurísticas. A solução proposta, um Algoritmo Memético, é um algoritmo híbrido onde a Busca Tabu é incluída no ciclo evolutivo de um Algoritmo Genético. Alguns parâmetros do algoritmo proposto foram ajustados com o intuito de melhorar a velocidade de convergência. Comparados a um algoritmo disponível na literatura, os resultados obtidos indicam um aumento da velocidade de convergência do algoritmo memético, além da possibilidade de aplicação em problemas com dimensões maiores.

PALAVRAS CHAVE. Quadro de Horários Escolar, Algoritmos Meméticos, Busca Tabu.

Área Principal: MH - Metaheurísticas; OA - Outras Aplicações em PO

ABSTRACT

The School Timetabling Problem consists in constructing a schedule grid for educational institutions, taking possible restrictions into account. This problem is NP-hard and is commonly dealt with by use of heuristic methods. This paper proposes a Memetic Algorithm that incorporates Tabu Search inside a Genetic Algorithm's generational cycle. In order to improve the convergence speed, some parameters of the proposed algorithm have been adjusted. In a comparison with another algorithm available in the literature, the results show an improvement in convergence speed and show the possibility of application in solving problems with more dimensions.

KEYWORDS. School Timetabling. Memetic Algorithms. Tabu Search.

Main Area: MH - Metaheuristics; OA - Other Applications in Operational Research

1. Introdução

De forma sucinta, podemos descrever os problemas de alocação de recursos como sendo "problemas de otimização em que, conhecida uma quantidade de recurso disponível, se pretende determinar a forma de alocar por diversas actividades independentes, otimizando a função objectivo que estiver a ser considerada"(Teixeira (2012)). Ainda que conceitualmente simples, esse tipo de problema é de difícil resolução, tornando-se complexo à medida que especificam-se múltiplos objectivos, múltiplas restrições e um grande número de variáveis a serem ponderadas (Hamawaki (2011)).

O problema de quadro de horários escolar é considerado NP-Difícil (Even et al. (1975)) para quase todas as suas formas e, em razão disso, é considerado inviável de ser resolvido por métodos computacionais convencionais. O tempo de execução aumenta exponencialmente à medida que se aumenta o número de variáveis, o que acaba por tornar sua resolução por meios exatos convencionais inviável.

Por esse motivo, ainda que não haja garantia de que sejam capazes de encontrar a solução ótima, a utilização de heurísticas torna-se uma boa opção nestes casos. A aplicação de metaheurísticas a tais problemas permite encontrar uma solução razoável em tempo computacional viável.

Baseando-se em Algoritmos Genéticos e Busca Tabu, o trabalho de Cassemiro et al. (2014) desenvolveu um modelo híbrido para a resolução do problema. Neste trabalho, verificou-se que a velocidade de convergência do algoritmo e a factibilidade da solução encontrada, no que diz respeito à satisfação das restrições impostas para o problema, está intimamente relacionada à existência de um indivíduo factível na população inicial. Em seu atual estado, esse trabalho mostra-se promissor, sendo capaz de gerar resultados satisfatórios em tempo hábil para instâncias pequenas, tais como instituições de ensino fundamental.

Entretanto, de forma mais geral, percebe-se que a velocidade de convergência do algoritmo genético pode ser aprimorada com a introdução de um indivíduo bem avaliado em sua população corrente, a cada geração. Esta abordagem pode ser realizada via um procedimento inicial, tal como foi feito em Cassemiro et al. (2014), ou por meio da utilização de mecanismos de busca local acoplados às metaheurísticas (uma abordagem memética).

Desta forma, este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma abordagem memética, usando a Busca Tabu como um mecanismo de busca local dentro do ciclo evolutivo do Algoritmo Genético. O algoritmo será aplicado na solução de alguns problemas de teste na tentativa de melhorar a velocidade de convergência nestes problemas. Além disso, uma análise de alguns parâmetros do algoritmo será feita com o objetivo de melhorar o desempenho do mesmo.

2. Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos foram desenvolvidos por Holland (1992) e são baseados na teoria da evolução natural de Darwin (1859). Inicializa-se uma população que, com o uso de operadores genéticos, evolui através das gerações.

O Algoritmo Genético gera uma nova população a partir de três operações genéticas baseadas nos princípios fundamentais da evolução natural: seleção, cruzamento (crossover) e mutação. Durante a execução do algoritmo, uma avaliação da qualidade dos indivíduos é feita e essa informação é utilizada para guiar o processo evolutivo, colaborando para a seleção de indivíduos bem adaptados que irão gerar indivíduos também bem adaptados. Finalmente, as condições de parada do algoritmo podem ser o número de iterações, o tempo de execução ou o encontro de uma solução factível para o problema.

A função que avalia a qualidade dos indivíduos é chamada função aptidão (do inglês, *fitness*). A formulação dessa função reflete a finalidade de otimização do problema e a qualidade das soluções reflete a adaptação dos indivíduos.

Após a avaliação da aptidão de cada indivíduo, o processo de seleção escolhe um subconjunto de indivíduos da população atual a partir de seus valores de aptidão, formando uma população

intermediária. Dentre os diversos possíveis métodos de seleção, cabe destacar o método da Roleta: a cada indivíduo corresponde uma parte da roleta, sendo que porções maiores são atribuídas a indivíduos mais bem avaliados. Assim, gira-se a roleta diversas vezes, conforme o tamanho da população intermediária a ser gerada. Por permitir que todos os indivíduos possam ser selecionados, ainda que com chances diferentes, esse método introduz certa variabilidade dentro da população intermediária. O operador de elitismo, necessário para que a convergência do algoritmo se dê de forma monotônica, garante que o melhor indivíduo da população será selecionado para compor a nova população.

Após a seleção dos indivíduos ocorre a etapa de cruzamento, em que ocorrem trocas de características entre os pares de indivíduos escolhidos para dar origem aos novos indivíduos que formarão a população da próxima geração. Esta combinação é feita tentando imitar a reprodução de genes em células: de forma aleatória, pedaços das características de um indivíduo são substituídos pelo pedaço equivalente do outro, tendo como resultado um indivíduo que, potencialmente, contém as melhores características dos indivíduos usados como base.

Em seguida, tem-se a fase de mutação. De forma abrangente, define-se mutação como uma alteração na estrutura do cromossomo. A mutação é responsável pela introdução e manutenção da diversidade genética na população. Quando aplicada sobre um indivíduo esta operação modifica aleatoriamente uma ou mais características do indivíduo, introduzindo características que não existiam, ou apareciam em pequena quantidade nos indivíduos de origem e, potencialmente, em sua população de origem. Esse processo acaba introduzindo variabilidade à população.

3. Busca Tabu

O método Busca Tabu é um procedimento iterativo para solução de problemas de otimização combinatória (Glover and Laguna (1997)). O método parte de uma solução inicial S_0 e, a cada iteração, explora um conjunto de vizinhos da solução. O vizinho da solução corrente S_i com melhor avaliação (função objetivo) se torna a nova solução corrente, mesmo que tenha uma avaliação pior do que a solução anterior. A melhor solução obtida até então é sempre guardada e, ao final do processo, é escolhida.

Nessa exploração iterativa de vizinhos, visando evitar ciclos que prenderiam a busca em um ótimo local, faz-se uso de um mecanismo de memória de curto prazo chamado de Lista Tabu. A Lista Tabu clássica mantém armazenados os movimentos reversos aos últimos movimentos realizados até então no decorrer do algoritmo e funciona como uma fila de tamanho fixo e disciplina FIFO (first in - first out), no qual o primeiro elemento que entra é também o primeiro a sair da fila quando necessário. Os indivíduos que estão na Lista Tabu não podem ser escolhidos novamente como a solução corrente, mesmo que sejam os melhores indivíduos presentes na vizinhança atual. Durante um número finito de iterações, a Lista Tabu evita que sejam novamente escolhidas soluções que já foram visitadas anteriormente. Essa lista, entretanto, também pode evitar que o algoritmo visite soluções que ainda não foram visitadas. (De Werra and Hertz (1989))

Como a Lista Tabu pode fazer com que o algoritmo deixe de visitar uma solução que é boa, existe um mecanismo no algoritmo, chamado critério de Aspiração, que permite, sob determinadas condições, que o estado Tabu de um certo movimento seja ignorado, permitindo sua execução ainda que este já esteja na Lista Tabu. Um dos critérios de Aspiração mais simples e comumente utilizados na comunidade científica é permitir a movimentação se o novo vizinho possuir um valor de função objetivo melhor que a melhor solução conhecida até então.

A condição de parada do algoritmo pode ser um número fixo de iterações, um número fixo de iterações sem melhoria significativa da solução ou o alcance de uma solução suficientemente boa.

Em implementações mais complexas do método da Busca Tabu, há ainda duas estruturas de memória complementares, que são os mecanismos de Intensificação e Diversificação. Elas não são utilizadas nesse trabalho, mas são aqui listadas em favor da completude da descrição do método.

4. Algoritmos Meméticos

Conforme Moscato et al. (2004), com inspiração nos princípios Darwinianos de Evolução Natural e no conceito de ‘meme’ desenvolvido por Dawkins (1976), o termo ‘Algoritmo Memético’ foi apresentado ao final da década de 80 para denotar uma família de metaheurísticas que tem como tema central a hibridização de diferentes metodologias algorítmicas para a resolução de um problema.

Deu-se ênfase especial ao uso de metodologias evolucionárias onde um grupo de indivíduos interagem esporadicamente, em períodos de aprimoramento individual. Atualmente, são identificados por vários nomes, dentre eles Algoritmos Evolucionários Híbridos e Busca Local Genética (do inglês, *Genetic Local Search*).

O termo ‘meme’ foi cunhado por Dawkins (1976) para denotar o análogo de gene em um contexto de evolução cultural. Citando Dawkins (1976):

“ Examples of memes are tunes, ideas, catch-phrases, clothes fashions, ways of making pots or of building arches. Just as genes propagate themselves in the gene pool by leaping from body to body via sperms or eggs, so memes propagate themselves in the meme pool by leaping from brain to brain via a process which, in the broad sense, can be called imitation. ”

O nome Algoritmo Memético apareceu, na literatura, pela primeira vez no trabalho de Moscato (1989), denotando algoritmos que utilizavam algum tipo de informação estrutural que é obtida e refinada à medida que o algoritmo evolui e é, então, transmitida de uma geração para a outra com o objetivo de melhorar o processo de busca. Desde então essa idéia vem ganhando força e aceitação e tem sido aplicada com sucesso em vários problemas de otimização (Ishibuchi and Murata (1996), Moscato (1999), Lozano et al. (2004), Knowles and Corne (2004)).

Os Algoritmos Meméticos são divididos em algoritmos Lamarckianos e algoritmos Baldwinianos.

Na primeira categoria, o aprimoramento local realizado em cada indivíduo resulta em mudanças em seu código genético. Já na segunda categoria, enfatizando a distinção entre genes e memes, o aprimoramento local altera somente o valor de aptidão do indivíduo, aumentando suas chances de ter uma prole na geração seguinte sem que seu código genético seja modificado.

Atualmente, o termo Algoritmo Memético é usado de forma abrangente de forma a descrever abordagens em que há uma sinergia entre um algoritmo evolucionário e um mecanismo de aprendizagem individual ou busca local.

5. Fundamentação Teórica

O trabalho utilizado como base para o desenvolvimento dessa proposta consiste em um modelo híbrido baseado em Algoritmo Genético e Busca Tabu (Cassemiro et al. (2014)). Ele trata o problema de quadro de horários escolar como um problema de minimização, em que as diversas restrições são representadas na função objetivo através de penalidades, na tentativa de achar uma solução com menor valor dentro dessa função objetivo. A função objetivo de tal trabalho, mostrada na Equação 1, busca encontrar aquele indivíduo que tem menor penalidade para ser a solução do problema.

$$\text{Minimizar } \sum \alpha V + \sum \beta W + \sum \gamma X + \sum \delta Y + \sum \lambda Z \quad (1)$$

Onde:

- **V** representa a quantidade das colisões¹ que existem dos professores;
- **W** representa a quantidade de vezes que as disciplinas ultrapassam a quantidade máxima de aula que pode haver em um mesmo dia;

¹Entende-se como colisão quando um professor é alocado para mais de uma disciplina ao mesmo tempo.

- X representa a quantidade de vezes que ocorrem espaços² entre as aulas de uma mesma disciplina em um mesmo dia;
- Y representa a quantidade total de dias que os professores necessitam ir até a escola para lecionar;
- Z representa a quantidade de vezes em que os professores são alocados em horários em que eles não têm disponibilidade para lecionar.

O valor dos pesos da função objetivo foram empiricamente escolhidos: α com valor 300, β com valor 200, γ com valor 4, δ com valor 4 e λ com valor 300.

Cada indivíduo no problema é representado por meio de uma matriz tridimensional, em que cada dimensão representa uma certa variável do problema. A primeira dimensão corresponde ao número de dias que compõem o quadro de horários, enquanto a segunda dimensão corresponde à quantidade de turmas que compõem a grade e a terceira, a quantidade de blocos (horários) que podem existir em um dia de aula. Uma ilustração dessa matriz encontra-se na Figura 1.

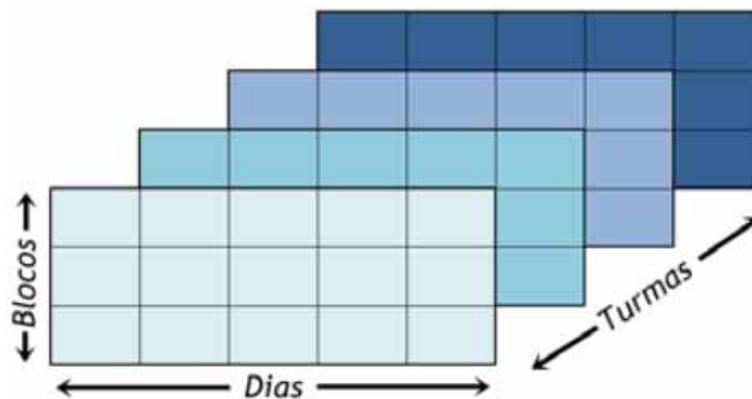


Figura 1: Exemplificação do Indivíduo no Problema (Cassemiro et al. (2014))

Dentro do Algoritmo Genético, o método de seleção utilizado foi o da Roleta com Elitismo. A etapa de cruzamento dos indivíduos faz com que o quadro de horários de certas turmas sejam substituídos pelo quadro correspondente das mesmas turmas do outro indivíduo. O processo de mutação, por sua vez, troca dois blocos de aula de lugar, dentro do quadro de uma única turma.

No trabalho de Cassemiro et al. (2014), a Busca Tabu foi adaptada para utilizar uma vizinhança de tamanho fixo e limitado, pois gerar todos os possíveis vizinhos de uma solução para esse caso tornaria o algoritmo inviável. O objetivo dessa busca era encontrar um indivíduo bem avaliado para ser introduzido na população inicial, o que acelerava bastante o processo de convergência e aumentava as probabilidades de se encontrar uma solução factível ao final do processo.

O trabalho mostrou que, nos problemas tratados, a introdução de um indivíduo refinado por Busca Tabu na população inicial do Algoritmo Genético contribui para aumentar a proporção de soluções factíveis encontradas. A utilização dessa abordagem dispensa a necessidade de se encontrar manualmente um bom quadro de horários inicial. Entretanto, não foi verificado se a utilização de um mecanismo de busca local acoplado ao ciclo evolutivo do Algoritmo Genético teria resultados superiores aos da metodologia inicialmente proposta.

Esse trabalho pretende desenvolver uma abordagem memética para o problema de quadro de horários escolar. A solução desenvolvida continua a tratar o problema como um problema de minimização. A representação de cada indivíduo também permanece a mesma: uma matriz tridimensional em que cada dimensão representa uma variável do problema.

²Espaços entre aulas ocorrem quando, em um mesmo dia e para uma mesma turma, entre as aulas de uma matéria existe(m) aula(s) de outra matéria.

Partindo-se dos bons resultados obtidos pela solução desenvolvida anteriormente no trabalho de Casemiro et al. (2014), optou-se pela utilização dos algoritmos anteriormente implementados: a abordagem memética foi desenvolvida a partir da combinação dos mesmos, sendo o algoritmo da Busca Tabu o responsável pela fase de busca local do algoritmo memético e o Algoritmo Genético o responsável pela característica evolutiva. Um grande benefício dessa decisão é a manutenção da modelagem do problema utilizada anteriormente, sem a necessidade de qualquer alteração.

Na nova proposta implementada, condizendo com a definição de um Algoritmo Memético e diferindo-se da solução anterior, o processo de refinamento local por meio da Busca Tabu ocorre de forma periódica, sendo inserido no ciclo evolutivo do Algoritmo Genético: a cada N gerações, sendo N um número empiricamente determinado, o melhor indivíduo da população do Algoritmo Genético é aprimorado por meio da Busca Tabu. O pseudo-código descrito no Algoritmo 1 mostra o algoritmo memético proposto neste trabalho.

Algoritmo 1 Pseudocódigo para abordagem memética proposta

```
P ← PopulaçãoInicial
Contador ← 0
while CondiçãoNãoSatisfeita do
  P' ← Seleção(P)
  P ← Cruzamento(P')
  P ← Mutação(P)
  Contador ++
  if Contador = ITERMAX then
    Contador ← 0
    I ← MelhorIndividuo(P)
    I' ← AprimoramentoBuscaTabu(I)
    P ← InserIndividuo(I')
  end if
end while
Solução ← MelhorIndividuo(P)
```

6. Experimentos Realizados e Discussão dos Resultados

Inicialmente, realizou-se um experimento comparativo entre a abordagem proposta no trabalho de Casemiro et al. (2014) e a abordagem memética proposta neste trabalho. Para este experimento, utilizou-se o problema do quadro de horários da Escola Estadual Deputado Gregório Bezerra (EEDGB), o mesmo problema utilizado no trabalho de referência. O experimento foi executado 30 vezes com 500 gerações do Algoritmo Genético.

Os algoritmos foram inicializados com os seguintes parâmetros, todos escolhidos empiricamente: A taxa de crossover foi fixada em 0,6 e a taxa de mutação em 0,1. O tamanho da população dos algoritmos genéticos e meméticos foi definido como 100 indivíduos. Para o algoritmo da Busca Tabu, o tamanho da lista Tabu foi fixado em 10 e o tamanho da vizinhança do algoritmo foi fixado em 50.

A partir das 30 execuções, gerou-se a curva de convergência média. Esta curva mostra a média do melhor indivíduo ao longo de cada geração do Algoritmo Genético. Os resultados obtidos são mostrados no Gráfico 1.

A observação dos resultados indica que existe uma tendência de convergência mais acelerada do algoritmo memético quando comparado à metodologia anterior, para o problema dado.

Um gráfico de boxplot representa uma maneira gráfica de mostrar dados numéricos usando os quartis. É um procedimento não paramétrico que mostra a variação nas amostras de uma população sem nenhuma hipótese sobre a distribuição dos dados (Montgomery et al. (2003)). A

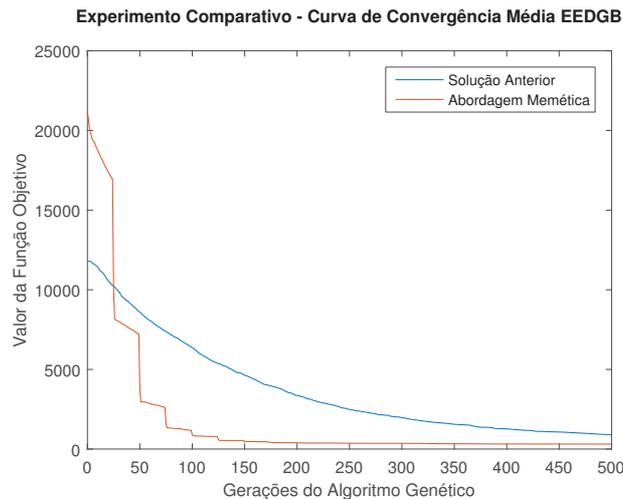


Gráfico 1: Experimento Comparativo - Curva de Convergência Média EEDGB

base e o topo das caixas representam sempre o primeiro e o terceiro quartil, respectivamente, enquanto a faixa dentro da caixa sempre representa a mediana. Os espaços entre as partes da caixa representam a dispersão dos dados. Os outliers são representados individualmente. Caso não haja superposição das caixas, é possível dizer que existem diferenças estatisticamente significantes entre as duas amostras.

O Gráfico 2 mostra os boxplots das 30 execuções usando a abordagem inicial e a abordagem memética. É possível ver que, como não há superposição entre as caixas, os resultados das duas abordagens são estatisticamente significantes. Assim, a abordagem memética apresenta um valor de função objetivo menor do que a abordagem inicial.

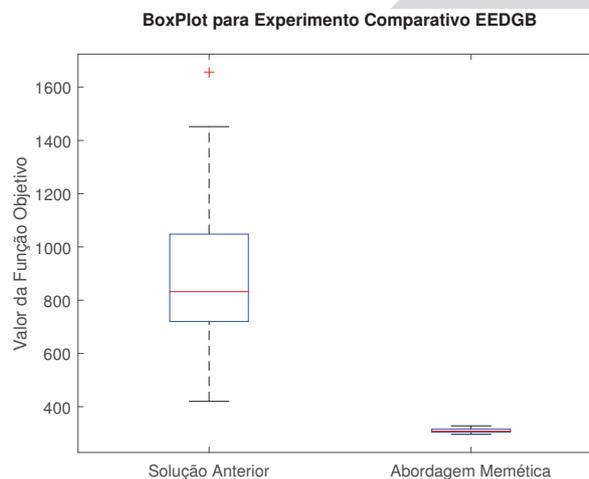


Gráfico 2: BoxPlot para Experimento Comparativo EEDGB

Visando uma aplicabilidade a problemas mais complexos e de dimensão elevada, foi gerado um problema artificial de tamanho aproximadamente 10 vezes maior do que os problemas até então utilizados como teste dos algoritmos que compuseram o trabalho inicial. Esse problema foi, então, submetido ao mesmo experimento comparativo inicial. É importante notar que o problema é gerado de maneira aleatória, sem qualquer garantia de existência de soluções factíveis para o mesmo, de forma que sua utilização nos testes que se seguem tem propósito único de se verificar o comportamento das curvas de convergência em problemas de maior complexidade.

As curvas de convergência média para este experimento são mostradas no Gráfico 3. Esse

gráfico, novamente, sugere que a taxa de convergência seja maior na nova abordagem memética.

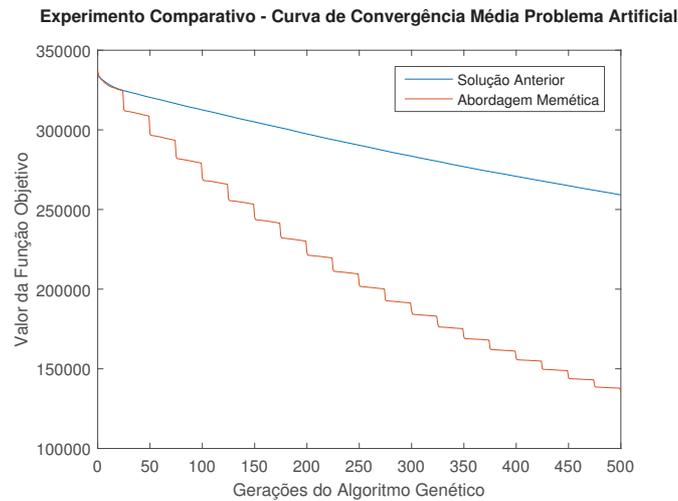


Gráfico 3: Experimento Comparativo - Curva de Convergência Média Problema Artificial

Para este experimento, também foram gerados os boxplots para os dois algoritmos, mostrados no Gráfico 4. Do mesmo modo, como não há superposição entre as caixas, é possível ver que os resultados das duas abordagens são estatisticamente significantes. Assim, a abordagem memética apresenta um valor de função objetivo menor do que a abordagem inicial neste problema.

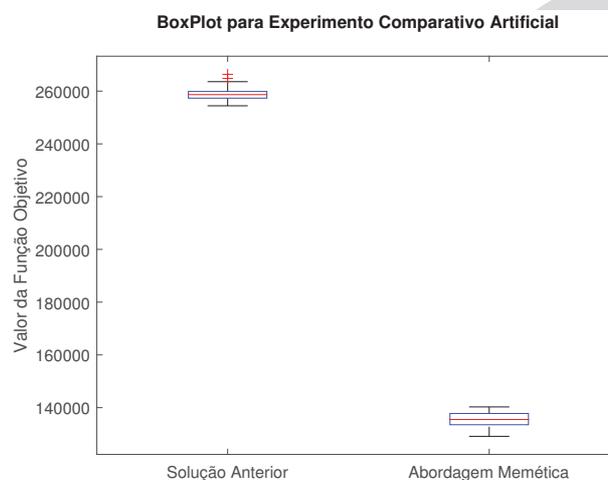


Gráfico 4: BoxPlot para Experimento Comparativo Problema Artificial

Analisando-se o Gráfico 3, é possível ver que a curva de convergência não apresenta uma esbalzição. Isto sugere que o algoritmo memético precisaria de mais gerações para encontrar a solução para o problema.

Buscando melhorar a eficiência da abordagem desenvolvida, partiu-se para o ajuste de alguns parâmetros. Os seguintes parâmetros foram analisados: taxa de mutação e taxa de crossover do Algoritmo Genético, tamanho da vizinhança e frequência de ocorrências da Busca Tabu. Como os resultados obtidos para o problema de quadro de horários da EEDGB já são razoavelmente satisfatórios, para o ajuste de parâmetros utilizou-se o problema artificial. As curvas de convergência média foram novamente traçadas para cada experimento.

A taxa de mutação variou de 0% a 60%, em intervalos de 10%. Os resultados, mostrados no Gráfico 5, parecem sugerir que altos valores de mutação são interessantes para esse problema.

Curva de Convergência Média para Taxa de Mutação Variável - Problema Artificial

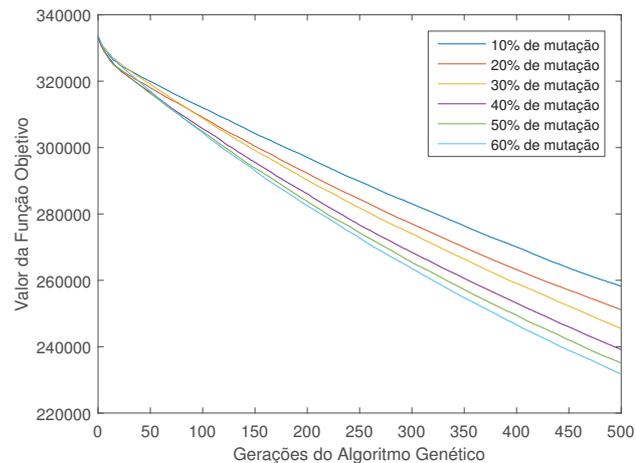


Gráfico 5: Curva de Convergência Média para Taxa de Mutação Variável - Problema Artificial

A taxa de crossover variou de 40 a 80%, em intervalos de 10%. Os resultados, exibidos no Gráfico 6, sugerem, mais uma vez, que taxas elevadas de crossover são ideais para o algoritmo.

Curva de Convergência Média para Taxa de Crossover Variável - Problema Artificial

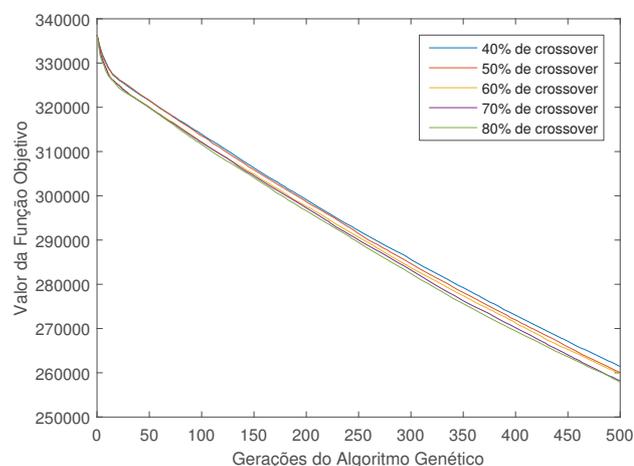
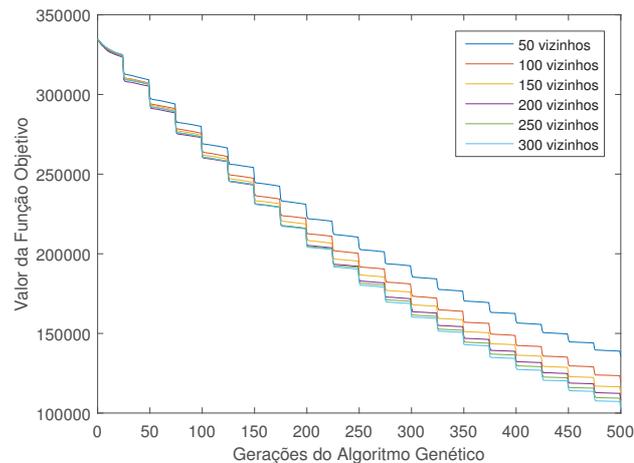
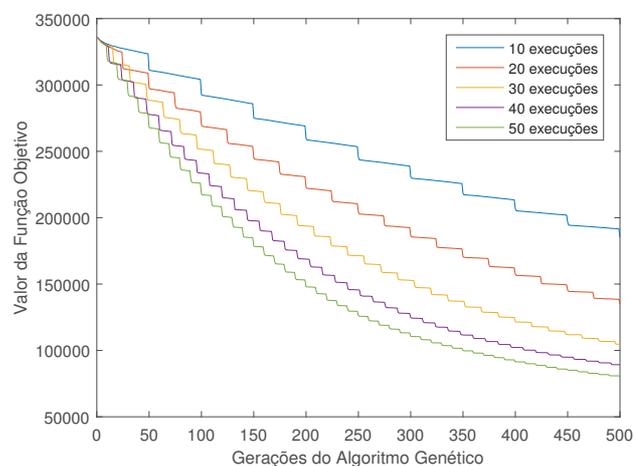


Gráfico 6: Curva de Convergência Média para Taxa de Crossover Variável - Problema Artificial

No próximo experimento, cujos resultados são mostrados no Gráfico 7, o tamanho da vizinhança da Busca Tabu variou de 50 a 300 com saltos de 50 vizinhos. Percebe-se que as curvas de 150 a 300 indivíduos se apresentam praticamente superpostas, enquanto as curvas de 50 a 150 apresentam uma distância visível. Os resultados parecem indicar um ganho maior ao aumentar-se a vizinhança para 150 indivíduos, a partir de onde o ganho com o aumento da vizinhança torna-se indistinguível.

Curva de Convergência Média para Tamanho de Vizinhança Tabu Variável - Problema Artificial

Gráfico 7: Curva de Convergência Média para Tamanho de Vizinhança Tabu Variável - Problema Artificial

Nesse último experimento, a frequência de execução da Busca Tabu ao longo das gerações do algoritmo genético variou de 10 a 50 vezes, com saltos de 10 vezes. As curvas de convergência são exibidas no Gráfico 8. Os resultados obtidos parecem indicar que a Busca Tabu é o principal responsável pelo aprimoramento da velocidade de convergência, o que sugere que o principal papel do algoritmo genético nessa implementação memética é evitar que o algoritmo se estabilize em ótimos locais por meio da variabilidade genética introduzida a cada geração, dando novos pontos de partida às execuções da Busca Tabu.

Curva de Convergência Média para Frequência Variável de Execuções da Busca Tabu - Problema Artificial

Gráfico 8: Curva de Convergência Média para Frequência Variável de Execuções da Busca Tabu - Problema Artificial

7. Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente trabalho apresenta uma abordagem memética para a resolução do problema do quadro de horários escolar. A metaheurística Busca Tabu é inserida como mecanismo de busca local dentro do ciclo evolutivo de um Algoritmo Genético.

O algoritmo memético foi aplicado a alguns problemas de teste e foi comparado a uma abordagem anterior que usava a Busca Tabu para gerar uma boa solução inicial para o Algoritmo Genético. Os resultados obtidos parecem indicar que a velocidade de convergência do algoritmo proposto neste trabalho é maior do que a velocidade da abordagem anterior.

Análises estatísticas simples como BoxPlot foram realizadas para amostras do problema tratado. Entretanto, todas as hipóteses feitas precisam ser verificadas com análises estatísticas massivas.

Um ajuste dos parâmetros do algoritmo memético também foi realizado, utilizando um dos problemas de teste da abordagem anterior e um problema de maior dimensão criado artificialmente. Os resultados permitem fazer algumas conjecturas sobre a influência dos parâmetros estudados na velocidade de convergência da abordagem desenvolvida.

Uma vez determinado os melhores parâmetros para o algoritmo memético, este será aplicado a um problema mais complexo e de dimensão mais elevada.

Referências

- Casemiro, M. V., Miranda, D. S., and Wanner, E. F. (2014). Desenvolvimento de um modelo híbrido baseado em algoritmo genético e busca tabu para resolução do problema de quadro de horários escolar. In *Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Salvador.
- Darwin, C. (1859). *On the origin of species by means of natural selection*. John Murray, London.
- Dawkins, R. (1976). *The selfish gene*. Oxford Press University.
- De Werra, D. and Hertz, A. (1989). Tabu search techniques. *Operations-Research-Spektrum*, 11(3):131–141.
- Even, S., Itai, A., and Shamir, A. (1975). On the complexity of time table and multi-commodity flow problems. In *16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pages 184–193. IEEE.
- Glover, F. and Laguna, M. (1997). Tabu search. *Kluwer Academic Publishers*.
- Hamawaki, C. D. (2011). Geração automática de grade horária usando algoritmos genéticos: o caso da faculdade de engenharia elétrica da UFU. *Dissertação de Mestrado Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Uberlândia*.
- Holland, J. H. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT Press.
- Ishibuchi, H. and Murata, T. (1996). Multi-objective genetic local search algorithm. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, pages 119–124. IEEE.
- Knowles, J. and Corne, D. (2004). Memetic algorithms for multiobjective optimization: issues, methods and prospects. In *Recent Advances in Memetic Algorithms*, pages 313–352. Krasnogor, N., Smith, J.E., and Hart, W.E. (eds), Springer.
- Lozano, M., Herrera, F., Krasnogor, N., and Molina, D. (2004). Real-coded memetic algorithms with crossover hill-climbing. *Evolutionary Computation Journal*, 12(3):273–302.
- Montgomery, D. C., Runger, G. C., and Calado, V. (2003). *Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros*. Editora LTC.
- Moscato, P. (1989). On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms. Caltech Concurrent Computation Program, C3P Report 826.
- Moscato, P. (1999). Memetic algorithms: A short introduction. In *New Ideas in Optimization*, pages 219–234. D. Corne, M. Dorigo, F. Glover, McGraw-Hill, New York.

Moscato, P., Cotta, C., and Mendes, A. (2004). Memetic algorithms. In *New optimization techniques in engineering*, pages 53–85. Springer.

Teixeira, M. A. L. P. S. (2012). Um problema de alocação de recursos. *Dissertação de Mestrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores da Universidade do Porto, Portugal*.

