

Métodos Híbridos de Pontos Interiores, *Branch-and-Bound*, da Soma Ponderada e ε -Restrito Canalizado em Problemas Multiobjetivo para Produção de Cana-de-Açúcar e de Biomassa

Maria Laura Parra Spagnuolo de Souza

Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – Unesp Bauru
Av. Engenheiro Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01. Bauru-SP
marialaura.parra92@gmail.com

Antonio Roberto Balbo

Departamento de Matemática – Faculdade de Ciências – Unesp Bauru
Av. Engenheiro Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01. Bauru-SP
arbalbo@fc.unesp.br

Camila de Lima

Programa de Pós Graduação em Ciências da Computação e Matemática Aplicada – ICMC – USP São Carlos
Av. Trabalhador São-carlense, 400. São Carlos-SP
cadlima@yahoo.com.br

Helenice de Oliveira Florentino Silva

Departamento de Bioestatística – Instituto de Biociências – Unesp Botucatu
Rubião Júnior, S/N. Botucatu-SP
helenice@ibb.unesp.br

RESUMO

O trabalho proposto explora uma modelagem matemática multiobjetivo associada à minimização de custo de colheita da cana-de-açúcar e de coleta da sua biomassa e sua máxima geração de energia. O problema está em decidir qual das variedades de cana deve ser plantada em determinado talhão para obter uma solução eficiente ao modelo e de interesse das usinas, considerando as restrições sobre a produção de sacarose e fibra, e sob a quantidade máxima que cada variedade possa ser plantada em cada talhão. Para isso foi utilizado um procedimento híbrido envolvendo os Métodos Primal-Dual de Pontos Interiores e Branch-and-Bound (PDBB), associada a uma nova estratégia de resolução de problemas multiobjetivo envolvendo os métodos da soma ponderada e do ε -Restrito Canalizado. Apesar da dificuldade em encontrar soluções para problemas multiobjetivos, este método demonstra uma boa performance computacional e determina um conjunto de soluções eficientes para o modelo, que considera a realidade das usinas.

PALAVRAS CHAVE. Biomassa da cana-de-açúcar, Métodos de Pontos Interiores e Branch-and-Bound, Métodos da Soma Ponderada e ε -Restrito Canalizado.

EN – PO na Área de Energia

ABSTRACT

The proposed work explores a multi-objective mathematical modeling associated with the cost minimization of the sugarcane harvest and of the sugarcane biomass collection and its maximum energy generation. The problem is in deciding which of sugarcane varieties should be planted at a certain plot in order to obtain an efficient solution to the model and the mill is interested, considering the constraints about the sucrose and fiber production, and the maximum amount that each variety can be planted in the plots. For this was used a hybrid procedure involving Primal-Dual Interior Point and Branch-and-Bound methods (PDBB), associated with a new strategy for solving multi-objective problems defined by the weighted sum and ε -restricted bounded methods. Despite the difficulty in finding solutions to multiobjective problems, this method shows good computational performance and determines an efficient solutions set to the model that it considers the mill reality.

KEYWORDS: Sugarcane biomass, Interior Point and Branch-and-Bound methods, Weighted sum and ε -restricted bounded methods.

1. Introdução

O Brasil é o maior produtor mundial de cana-de-açúcar, segundo a UNICA, o maior produtor e exportador de açúcar, pela United States Department of Agriculture (USDA), e o segundo maior produtor de etanol do mundo, segundo a F.O. Licht. Dados do Conab apontam que o volume previsto de colheita da cana é de 654,6 milhões de toneladas, com acréscimo de 3,1% (19,8 milhões de toneladas) em relação à safra 2014/15, estimada em 634,8 milhões de toneladas.

Apesar desse avanço na produção do setor canavieiro, muitos são os problemas ambientais decorridos desse crescimento acelerado, como as queimadas da cana, utilizadas no processo de colheita semi-mecanizada.

De acordo com o Grupo Cultivar, um dos pontos mais críticos sobre a queima da palha da cana-de-açúcar são as emissões de gases do efeito estufa na atmosfera, principalmente o gás carbônico (CO_2), o monóxido de carbono (CO), óxido nitroso (N_2O), metano (CH_4), ozônio (O_3) e poluição do ar atmosférico pela fumaça e fuligem.

No Estado de São Paulo, a Lei no. 11.241 de 2002 controla a queima da cana-de-açúcar e instalou um cronograma para que a totalidade dos canaviais deixe de ser queimados. No Protocolo Ambiental assinado entre o Governo do Estado e a UNICA em 2007, ocorreu a antecipação dos prazos que agora tem data para até o ano de 2017.

Com essa proibição, os sistemas de colheitas serão mecanizados, e assim haverá geração de resíduos na lavoura, conhecidos como palhiço e bagaço. Este material remanescente aumenta a infiltração de água no solo, diminui a erosão e a evaporação, melhorando a estrutura do solo. Com a proibição das queimadas ocorrerá o acúmulo de toneladas de palhiço, que podem acarretar sérios problemas, como o aparecimento de pragas, retardamento da brota da cana-de-açúcar e, assim, o comprometimento da próxima safra. Dessa forma, essa biomassa não pode ser deixada no solo e deve ser aproveitada.

Assim, o palhiço tornou-se foco para os pesquisadores e produtores. As vantagens no seu recolhimento, recuperação e aproveitamento têm mobilizado pesquisadores de universidades, gerentes e diretores de usinas, que estão interessados em encontrar a maneira mais produtiva, econômica e eficaz para este manejo (Beeharry, 2002). Ripoli e Ripoli (2004) afirmam em seus estudos que o bagaço e o palhiço da cana-de-açúcar são as biomassas que possuem maior poder calorífico.

Diante disso, estudos estão sendo desenvolvidos para métodos para que otimizem a utilização dessa biomassa, objetivando a máxima geração de energia térmica a partir desta, considerando a minimização do custo de coletar e transferir a cana-de-açúcar e a biomassa residual, do campo para o centro de processamento. Nos trabalhos de Florentino (2006), Tolentino (2007), Lima (2009), Homem et al (2011) e Lima (2013) são discutidos modelos matemáticos para a escolha de variedades de cana-de-açúcar que buscam otimizar o custo de coleta da biomassa residual e/ou a geração de energia.

Em resumo, o objetivo múltiplo associa-se à minimização do custo da colheita da cana-de-açúcar e do custo de coleta e transporte da biomassa residual e/ou à maximização de geração de energia da biomassa, decidindo qual das variedades deverá ser plantada em cada talhão, sujeito as restrições de produção de sacarose e fibra de cana-de-açúcar determinadas pelas usinas, da quantidade que cada variedade possa ser plantada, e do plantio de apenas uma variedade de cana-de-açúcar por talhão, limitando o número de variedades plantadas em, no máximo, 30% dos talhões. Este aspecto caracteriza um problema de programação inteira 0-1, que dependendo da sua dimensão, torna-se difícil em ser resolvido, principalmente devido à natureza multiobjetivo do problema e da incerteza em se obter soluções que, de fato, sejam eficientes para a operação das usinas.

Seguindo essa situação, um modelo multiobjetivo matemático foi desenvolvido pelos autores já citados, e para a sua resolução foi utilizado um procedimento híbrido envolvendo o método PDBB (Primal-Dual de pontos interiores e Branch-and-Bound) e uma associação entre os métodos da soma ponderada e de uma nova estratégia proposta, denominada de método ϵ -Restrito Canalizado. Esse procedimento possui um histórico com bons resultados nessa área de problemas, em que os métodos multiobjetivo transformam o problema em um conjunto de problemas mono-objetivos e sobre esses, o método PDBB, primeiro determina as soluções ótimas contínuas dos problemas através do método primal-dual de pontos interiores e em seguida determina as soluções inteiras do problema através do método branch-and-bound.

O trabalho apresentará a nova estratégia ϵ -Restrito Canalizado e sua aplicação, em conjunto com os métodos da soma ponderada e PDBB, em um problema multiobjetivo da biomassa da cana, de grandeza 10×14 (10 variedades para 14 talhões), em que essa biomassa será utilizada exclusivamente para a geração de energia térmica, não gerando assim etanol. O período de plantio dessas variedades varia de acordo com as regiões. Na região Centro-Sul são utilizadas duas épocas de plantio, uma no período de setembro a outubro, denominada “cana de ano” ou “12 meses”, e outra no período de julho a março, denominada “cana de ano e meio” ou “18 meses”. No Nordeste, o plantio ocorre de junho a setembro com a colheita programada após

um período de 12 a 14 meses. Em regiões de várzea, planta-se de setembro a dezembro para a colheita ocorrer em 12 ou 18 meses. Esta resolução mostrará que, com o método híbrido proposto é possível, a partir das soluções eficientes obtidas com a utilização do método da soma ponderada, aumentar a quantidade destas soluções através do método ϵ -Restrito Canalizado para o problema em destaque.

2. Modelo Multiobjetivo

2.1. Formulação da função objetivo

Inicialmente serão apresentadas as formas como são calculadas as funções objetivos referentes aos custos de coleta da biomassa da cana-de-açúcar e à geração de energia proveniente dessa biomassa.

De acordo com Florentino (2006) e Tolentino (2007) existem processos antes que o recolhimento seja feito: o palhicho deve ser enleirado, em seguida passado em uma máquina para compactação, depois carregado no caminhão e finalmente transportado para o centro de processamento.

Na colheita mecanizada o custo dessa coleta do palhicho da variedade i plantada no talhão j (CC_{ij}) é calculado da seguinte forma:

$$CC_{ij} = (C_i + CT_{ij})L_j \quad (2.1)$$

Em que: $i = 1, 2, \dots, n$ são os índices que representam as variedades; $j = 1, 2, \dots, k$ são os índices que representam os talhões; C_i é o custo para enleirar, compactar e carregar o caminhão com o palhicho da variedade i em $US\$.m^{-3}$; CT_{ij} é o custo para transportar o palhicho de um hectare de cana-de-açúcar da variedade i produzido no talhão j em $US\$.ha^{-1}$; L_j é a área do talhão j em *hectare*.

O custo para enleirar C_i é calculado por:

$$C_i = \frac{C_{ecc}}{V_i} Q_i \quad (2.2)$$

Em que: C_{ecc} é o custo por tonelada, para enleirar, compactar e carregar o caminhão com palhicho em $US\$.t^{-1}$; V_i é o volume por tonelada do palhicho da variedade i depois de compactada em $m^3.t^{-1}$; Q_i é estimativa de volume do palhicho produzido pela variedade i por hectare de cana-de-açúcar em $m^3.ha^{-1}$.

O custo para transportar o palhicho CT_{ij} é calculado por:

$$CT_{ij} = \left(\frac{Q_i}{V_c} \right) C_{D_j} \quad (2.3)$$

Em que: V_c é o volume disponível no caminhão em m^3 ; C_{D_j} é o custo para o caminhão percorrer a distância D_j do talhão j até a usina, dado por:

$$C_{D_j} = D_j C_o P \quad (2.4)$$

Em que: D_j é a distância do talhão j do centro de processamento em *km*; C_o é o consumo de combustível do caminhão a ser usado no transporte em $L.Km^{-1}$; P é preço do combustível em $US\$.L^{-1}$;

Assim a função objetivo referente ao custo total da coleta da biomassa residual da cana é dada por:

$$CT = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^k CC_{ij} X_{ij} \quad (2.5)$$

Com relação à geração de energia, de acordo com Florentino (2006) e Florentino *et al* (2011), o balanço de energia para o aproveitamento do palhicho é obtido pela diferença entre a energia proveniente do palhicho da variedade i plantada no talhão j (EB_{ij}) medido em *MJ* e a energia gasta na transferência do palhicho da variedade i plantada no talhão j (ET_{Bij}) que é a soma das energias gastas para enleirar e compactar (E_{ECij}), carregar (E_{Cij}) e transportar esta biomassa (E_{Tij}), calculadas através dos dados das Tabelas 1, 2 e 5 apresentadas na Seção 4. A fórmula do balanço de energia é apresentada a seguir:

$$BE_{ij} = EB_{ij} - ET_{Bij} \quad (2.6)$$

Assim, define-se a função objetivo referente ao balanço total de energia no aproveitamento de resíduos de cana-de-açúcar por:

$$BET = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^k BE_{ij} X_{ij} \quad (2.7)$$

2.2. O modelo multiobjetivo

O modelo em questão consiste em determinar quais das variedades i ($i=1, \dots, n$) de cana-de-açúcar devem ser plantadas nos talhões j ($j=1, \dots, k$) de área L_j (ha) e distância D_j (Km) da usina, fornecendo, simultaneamente, o mínimo custo total de colheita da cana-de-açúcar e coleta de resíduos e o máximo balanço de energia no aproveitamento de resíduos resultantes da colheita. Estes dois objetivos são conflitantes, e estão sujeitos a uma série de restrições, como a quantidade de produção de sacarose e fibra de cana-de-açúcar (determinadas pela usina), uso total da área destinada ao plantio, o plantio de apenas uma variedade de cana-de-açúcar por talhão e a quantidade máxima em que uma variedade possa ser plantada, limitada a 30% dos talhões. O modelo matemático é definido por:

$$\text{Minimizar} \quad (CT; (-1) BET) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito a: } & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k P_i X_{ij} \geq \overline{PT}; \\ & \overline{F}_i T \leq \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k F_i X_{ij} \leq \overline{F}_s T; \\ & \sum_{i=1}^n X_{ij} = 1; \\ & X_{ij} = 0 \text{ ou } 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, k \\ & \sum_{j=1}^k X_{ij} \leq M \end{aligned} \quad (2.9)$$

Em que: CT está definido em (2.5) e BET está definido em (2.7); A_i é a estimativa de produção de sacarose da variedade i (t/ha); \overline{P} é a quantidade mínima estabelecida para a o teor de sacarose (POL) da cana; T é o número total de talhões; F_i é a estimativa do teor de fibra da variedade i ; \overline{F}_i e \overline{F}_s são as quantidades mínimas e máximas estabelecidas para a fibra da cana; M é o número máximo que cada variedade i pode ser plantada; X_{ij} é a variável de decisão da plantação da variedade i no talhão j , em que $X_{ij} = 1$ implica que a cana de variedade i deve ser plantada no talhão j e em caso contrário $X_{ij} = 0$, que esta não deve ser plantada.

2.3. Estratégias de resolução

Em geral, encontrar uma solução ótima global para um problema multiobjetivo é considerado utópico na literatura. Assim, é necessário utilizar estratégias de resolução do problema e possibilitem a investigação de soluções de interesse ou não para este.

Para a resolução do modelo multiobjetivo proposto, serão utilizadas as estratégias de otimização conhecidas por método da soma-ponderada e método ε -restrito canalizado, baseando-se em Deb (2004), os quais transformam o problema multiobjetivo em um conjunto de subproblemas mono-objetivos e possibilitam a determinação de soluções denominadas Pareto Eficientes, cujos valores das funções objetivo do problema relativos a estas são utilizadas para formar a Curva de Pareto Ótima.

Segundo Jones e Tamiz (2010), uma solução de um problema multiobjetivo é considerada Pareto Eficiente (Soluções Eficientes ou Não Dominadas) se nenhuma outra solução viável existente seja tão boa no que diz respeito a todos os objetivos, e estritamente melhor com respeito a pelo menos um dos objetivos. Uma solução de um problema multiobjetivo é considerada Pareto Ineficiente (ou Dominada) se existir uma outra solução viável que seja boa no que diz respeito a todos os objetivos e estritamente melhor no que diz respeito a pelo menos um objetivo. A lei fundamental da tomada de decisão estabelece que nenhum tomador de decisão racional escolherá uma solução Pareto Ineficiente, se tiver conhecimento de uma solução Pareto Eficiente.

Neste trabalho o método PDBB será utilizado à resolução do conjunto de problemas mono-objetivos, definidos pelas estratégias de resolução citadas, buscando determinar o conjunto de soluções eficientes para o problema e a construção da curva de Pareto ótimo.

2.3.1. Método da soma ponderada

Esta estratégia consiste na resolução do problema através de um balanceamento entre as funções objetivo, através de um parâmetro $\alpha \in [0, 1]$, que é apresentado em (2.10). Através desta, é possível selecionar as soluções que retornam os melhores valores para a função objetivo balanceada para um dado α , as quais são chamadas de soluções eficientes. A seguir, essa estratégia de resolução é apresentada:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & (\alpha CT - (1-\alpha) BET) \\
 \text{Sujeito a:} & \text{Restrições (2.9)} \\
 & \text{em que } 0 \leq \alpha \leq 1.
 \end{array} \tag{2.10}$$

Em que CT é encontrado através de uma normalização feita, em que cada um dos CT_{ij} obtidos devem ser divididos pelo maior dos valores de CT_{ij} , assim como o BET . Inicialmente considerando o $\alpha = 0$ tem-se a melhor solução para a função Balanço de Energia BET (pior solução para a função Custo CT). Considerando o $\alpha = 1$ tem-se a melhor solução para a função Custo CT (pior solução para a função Balanço de Energia BET). A partir destas obtém um intervalo de variação mínimo e máximo para ambas as funções, possibilitando também determinar a solução nadir. Com estes resultados os pesos de α são definidos no intervalo $(0,1)$, em que inicialmente são investigadas as soluções obtidas para o conjunto $\alpha \in \{0,1; 0,2, 0,3; \dots; 0,9\}$ em que as soluções obtidas são plotadas em uma curva, comparadas com as soluções $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ e a nadir determinando as primeiras soluções eficientes e eliminado as soluções dominadas; em seguida esse conjunto é refinado para valores de α nos intervalos $(0; 0,1)$, $(0,2; 0,3)$, ..., $(0,9; 1)$ e novas possíveis soluções eficientes são determinadas, eliminado as não eficientes. Para os subintervalos em que o método da Soma Ponderada não obteve sucesso em determinar soluções eficientes, o método ϵ -restrito Canalizado é utilizado.

2.3.2. Método ϵ -restrito Canalizado

Esta estratégia consiste em manter um dos objetivos como função, restringindo-se os demais objetivos, com valores delimitados pelo usuário, neste caso, de interesse das usinas e investiga soluções do modelo multiobjetivo através do seguinte conjunto de problemas mono-objetivos definidos para ϵ_{\min} e ϵ_{\max} , os quais canalizam a restrição relativa à função objetivo BET :

$$\text{Minimizar } CT \tag{2.11}$$

$$\text{Sujeito a: } \text{Restrições (2.9) e}$$

$$\epsilon_{\min} \leq BET \leq \epsilon_{\max} \tag{2.12}$$

De forma análoga é possível definir um conjunto de problemas mono-objetivos definidos para ϵ_{\min} e ϵ_{\max} , os quais canalizam a restrição relativa à função objetivo CT e tem o objetivo de maximizar a função objetivo BET . A resolução do problema em que o objetivo principal é minimizar CT ou maximizar BET , dependem do interesse e prioridade da usina, ou seja, gastar menos com a coleta e diminuir a produção da energia ou, produzir mais energia e conseqüentemente aumentar o custo da coleta. Neste trabalho optou-se por solucionar problemas mono-objetivos associados a (2.11) e (2.12).

2.3.2.1 A estratégia do método ϵ -restrito Canalizado

Considerando o modelo de otimização apresentado em (2.8) e (2.9), neste trabalho foi realizada uma canalização da restrição de produção de energia, a qual foi incorporada ao conjunto de restrições do modelo de otimização citado e, está definida em (2.12). Além de limitada inferiormente para níveis mínimos de produção de energia, a função BET passou a ser limitada também em relação a níveis máximos de produção. Mas observe que, esses níveis máximos (que poderiam não ser de interesse em termos operacionais) são definidos para algum valor de produção de energia obtido para uma solução eficiente do problema, já determinada pelo método PDBB através da estratégia da soma ponderada. A inserção de um limite superior à função BET é considerada a fim de auxiliar na obtenção de pontos da curva de soluções eficientes do problema. Os valores são considerados dentro dos limites mínimo e máximo determinados, respectivamente, para o problema de maximização da energia, quando o problema mono-objetivo definido em (2.10) é resolvido para $\alpha = 1$ e $\alpha = 0$, respectivamente, pelo método PDBB. Logo, os limites inferior e superior impostos são importantes, em termos práticos, à determinação de possíveis soluções eficientes, dentro dos limites considerados, para a obtenção da curva de soluções eficientes (Pareto-ótima) do problema multiobjetivo investigado. Assim, os limites mínimos e máximos considerados relacionam-se exclusivamente à determinação de alguma nova solução eficiente com valor da função de custo CT , intermediário ao de soluções eficientes já obtidas pelo método. A utilização do novo método proposto possibilitou a obtenção desta curva para o problema definido em (2.8) e (2.9) de interesse neste trabalho.

2.3.2.2 Os passos do método ε -restrito canalizado.

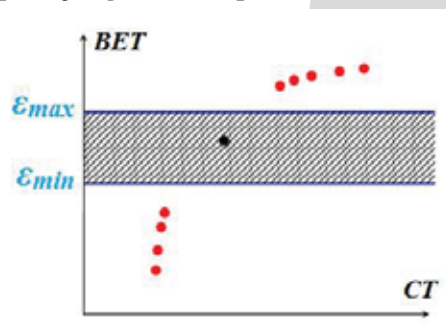
A associação dos métodos da soma ponderada e do ε -restrito canalizado, foi utilizada para investigar soluções do modelo multiobjetivo definido em (2.8) e (2.9), para possibilitar o uso de métodos determinísticos de otimização (PDBB) e foi empregada da seguinte forma:

i) A formulação do problema: a função produção de energia é incorporada às restrições do problema de minimização de custo de coleta, limitada inferiormente para valores mínimos permissíveis de produção e superiormente para valores máximos de produção, valores estes que serão alterados no decorrer da resolução do problema a partir de duas soluções eficientes do problema já determinadas pelo método PDBB explorando o método da soma ponderada. O modelo utilizado neste caso é apresentado em (2.11) e (2.12);

ii) A determinação dos limitantes extremos através dos problemas mono-objetivos: inicialmente, o problema de custo de coleta, resolvido para $\alpha = 1$ em (2.10) pelo PDBB, determina o menor limite inferior a ser usado como ε_{\min} em (2.12), enquanto que, para $\alpha = 0$ em (2.10), a solução obtida pelo PDBB determina o maior limite superior a ser usado para ε_{\max} em (2.12). Os valores obtidos são representados pelos pontos extremos na curva de soluções eficientes a ser construída, ou seja, o valor mínimo do custo de coleta (melhor solução de custo) determinado é o ponto em que a produção de energia é mínima (pior solução para produção) e o valor máximo de produção de energia (melhor solução para produção) é ponto onde o custo é máximo (pior solução para o custo). Esses pontos e valores norteiam a construção da curva de Pareto-ótima, pois são os extremos da mesma;

iii) Preenchimento da curva de soluções de Pareto: entre dois pontos obtidos através da resolução dos problemas mono-objetivo definido em (2.10) pelo método da soma ponderada e pelo método PDBB, são determinados vários subintervalos, cujos extremos definirão os valores inferiores ε_{\min} e superiores ε_{\max} para a função de produção, os quais associam-se a valores de produção já determinados para duas soluções eficientes do problema, obtidas pelo método da soma ponderada, permitindo obter uma nova solução eficiente (se existir) e preencher a curva com outros pontos e valores, intermediários aos limites de produção ε_{\min} e ε_{\max} considerados (para subintervalos em que o método da soma ponderada não determinou alguma solução eficiente). Operando o método PDBB na região delimitada entre pontos limitantes inferior e superior determinados para a função de produção de energia *BET* (em subintervalos definidos a partir de duas soluções eficientes já determinadas), o método PDBB determina soluções eficientes, de modo que a curva de Pareto desejada seja completada. Esse processo de delimitar uma região para a função de produção *BET* é realizado sucessivamente até que sejam encontradas soluções eficientes e preenchida a curva de Pareto-ótima. A Figura 2.1 representa um único caso de subintervalo utilizado para a determinação de soluções eficientes do problema multiobjetivo, em que ε_{\min} é o valor mínimo atribuído à função de produção *BET* e ε_{\max} é o valor máximo atribuído a esta função, relativos às soluções eficientes já determinadas. A região hachurada é o local em que foi determinada uma nova solução eficiente, destacada em preto. Para o problema teste resolvido (seção 4), alguns subintervalos foram inicialmente determinados pelo método da soma ponderada e PDBB, os quais pré-definem os valores utilizados para ε_{\min} e ε_{\max} , para em sequência utilizar uma associação entre os métodos ε -restrito Canalizado e PDBB e possivelmente determinar soluções intermediárias eficientes para o preenchimento da curva de Pareto.

Figura 2.1: interpretação geométrica para o método ε -restrito canalizado



3. Método predictor-corrector primal-dual de pontos interiores e branch-and-bound (PDBB)

Neste trabalho, utilizou-se o método primal-dual com procedimento predictor-corrector inicialmente desenvolvido em Homem *et al.* (2011), reprogramado e utilizado em Lima (2013). O método primal-dual é variante daquele proposto por Kojima *et al.* (1989) e Mehrotra (1992) diferenciando-se deste último por já

utilizar no passo previsor informações do parâmetro de barreira μ_k , o que melhora a eficiência do método por evitar que os pontos definidos por este no passo previsor, aproximem-se da fronteira do problema, podendo, inclusive, inviabilizá-los. Enquanto que, no passo corretor, este reajusta as direções com informações dos aproximantes de segunda ordem referentes às condições de complementaridade, possibilitando que, o procedimento de centragem do passo previsor mais o ajuste feito no passo corretor, acelerem a convergência do processo, para a determinação da solução ótima do problema contínuo. Além disso, o modelo investigado enquadra-se como um problema de programação inteira binária ou programação inteira zero-um. Desta forma, o método *branch-and-bound*, associado a uma estratégia encontrada em Borches e Mitchell (1992) é utilizado no procedimento híbrido proposto. Neste, inicialmente realiza-se a busca da solução ótima relaxada do problema utilizando o método previsor-corretor primal-dual de pontos interiores e a seguir, utiliza-se o método *branch-and-bound* para a geração de soluções inteiras, de modo a obter as soluções eficientes dos problemas mono-objetivos, visto em (2.10) a (2.12). O método PDBB utilizado neste trabalho é aquele que foi proposto e programado em Lima (2013), desta forma, no que segue é posto um resumo do algoritmo deste método, para o qual maiores detalhes podem ser visto no autor citado.

O método foi desenvolvido para o seguinte problema de programação linear (PPL) primal, com restrições lineares e variáveis canalizadas:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{Minimizar } c^T x & \text{Minimizar } c^T x & \text{Minimizar } c^T x \\
 \Leftrightarrow & \Leftrightarrow & \Leftrightarrow \\
 \text{Sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ l \leq x \leq u \end{cases} & \text{Sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x \geq l \text{ e } x \leq u \end{cases} & \text{Sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x - r = l \\ x + z = u \\ r \geq 0 \text{ e } z \geq 0 \end{cases} \quad (3.1)
 \end{array}$$

em que $A \in R^{m \times n}$, tal que A tem posto m , $b \in R^m$, $x, c, l, u \in R^n$ e $r, z \in R^n$ são as variáveis de folga e excesso do problema, respectivamente.

O problema de programação linear (PPL) com restrições lineares de igualdade e variáveis canalizadas (3.1), é redefinido através de um problema de programação não linear (PPNL) primal-dual irrestrito que é definido a partir da função lagrangiana barreira logarítmica $L_\mu(x, w, z, r, y, s)$:

$$L_\mu(x, w, z, r, y, s) = c^T x + w^T (b - Ax) + s^T (l + r - x) + y^T (x + z - u) - \mu \sum_{i=1}^n \ln(z_i) - \mu \sum_{i=1}^n \ln(r_i) \quad (3.2)$$

Em que: $w \in R^m$ e $y, s \in R^n$; $s \geq 0, y \geq 0$, são as variáveis duais do problema e $\mu > 0$ é o parâmetro de barreira ou parâmetro de centragem.

A partir de (3.2) as seguintes condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para este problema são:

$$Ax = b \quad (3.3)$$

$$x + z = u \quad (3.4)$$

$$x - r = l \quad (3.5)$$

$$A^T w + s - y = c \quad (3.6)$$

$$RSe - \mu e = 0 \quad (3.7)$$

$$ZYe - \mu e = 0 \quad (3.8)$$

Em que: R, Z, S e Y são matrizes diagonais, respectivamente com r_i, z_i, s_i e y_i como elementos diagonais e $e = (1, \dots, 1)^T$. Considerando o problema (3.1) e a restrição $x - r = l$, nota-se que quando $l = 0$ temos que $x = r$, desta forma, a condição de otimalidade (3.7) pode ser reescrita como:

$$XSe - \mu e = 0 \quad (3.9)$$

em que: X é uma matriz diagonal tendo x_i como elementos da diagonal.

Considerando uma solução $(x^k, z^k, w^k, s^k, y^k)$ de uma iteração corrente k , uma nova solução corrente:

$$(x^{k+1}; z^{k+1}; w^{k+1}; s^{k+1}; y^{k+1}) = (x^k + \alpha_k^P d_x^k, z^k + \alpha_k^P d_z^k, w^k + \alpha_k^D d_w^k, s^k + \alpha_k^D d_s^k, y^k + \alpha_k^D d_y^k) \quad (3.10)$$

e as condições de KKT apresentadas de (3.3) a (3.9), tem-se o algoritmo visto a seguir.

Assim, definem-se os passos de 1 a 10 do algoritmo PDBB a seguir, de acordo com Lima (2013). Este algoritmo é complementado no passo 11 pelo método *branch-and-bound*, que é usado para integralizar as soluções relaxadas obtidas pelo método primal-dual, baseando-se nas referências citadas no início desta seção.

3.1. Algoritmo previsor-corretor primal-dual e *branch-and-bound* (PDBB)

Passo 1: Ajustar $k = 0$ e encontrar uma solução inicial $(x^0; z^0; w^0; s^0; y^0) \in P \times D$, ou seja, uma solução inicial factível. Seja $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 > 0$ pequenas tolerâncias positivas auxiliares ao passo 2 do algoritmo.

Passo 2: Testar a otimalidade de solução: Se o critério de parada:

$$\text{Factibilidade primal: } \frac{\|t^k\|}{\|b\|+1} = \frac{\|b - Ax^k\|}{\|b\|+1} \leq \varepsilon_1; \text{ Factibilidade dual: } \frac{\|u^k\|}{\|c\|+1} = \frac{\|c - A^T w^k - s^k + y^k\|}{\|c\|+1} \leq \varepsilon_2;$$

e condições de Folgas complementares: $\|\tilde{v}^k\| < \varepsilon_3$, e $\|\tilde{q}^k\| < \varepsilon_4$; em que $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 > 0$ são pequenas tolerâncias positivas, é atingido então vá para o passo 10, pois a solução relaxada x^k, z^k, w^k, s^k, y^k obtida é ótima. Caso contrário, continue.

Passo 3: Fazer os cálculos intermediários do *passo previsor*:

$$f^k = u - x^k - z^k; t^k = b - Ax^k; u^k = c - A^T w^k - s^k + y^k; v^k = \mu_k e - X_k S_k e \text{ e } q^k = \mu_k e - Z_k Y_k e;$$

Passo 4: Calcular as direções $d_x^k, d_z^k, d_w^k, d_s^k$ e d_y^k do *passo previsor*, definidas por:

$$d_w^k = (A\theta_k A^T)^{-1} [A\theta_k (-p^k + u^k) + t^k]; d_x^k = \theta_k (A^T d_w^k + p^k - u^k); d_z^k = -d_x^k + f^k;$$

$$d_s^k = X_k^{-1}(v^k - S_k d_x^k); d_y^k = Z_k^{-1}(q^k - Y_k d_z^k);$$

em que $\theta_k = (X_k^{-1} S_k + Z_k^{-1} Y_k)^{-1}$, e $p^k = Z_k^{-1}(Y_k f^k - q^k) + X_k^{-1} v^k$.

Passo 5: Fazer os cálculos intermediários do *passo corretor*, atualizando os termos de segunda ordem das folgas complementares:

$$\tilde{v}^k = \mu_k e - X_k S_k e - D_x^k D_s^k \text{ e } \tilde{q}^k = \mu_k e - Z_k Y_k e - D_z^k D_y^k e$$

em que: $D_x^k = \text{Diag}(d_x^k)$, $D_s^k = \text{Diag}(d_s^k)$, $D_z^k = \text{Diag}(d_z^k)$, e $D_y^k = \text{Diag}(d_y^k)$.

Passo 6: Atualizar as direções $\tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k$ e \tilde{d}_y^k do *passo corretor*:

$$\tilde{d}_w^k = (A\theta_k A^T)^{-1} [A\theta_k (-p^k + u^k) + t^k]; \tilde{d}_x^k = \theta_k (A^T \tilde{d}_w^k + p^k - u^k); \tilde{d}_z^k = -\tilde{d}_x^k + f^k;$$

$$\tilde{d}_s^k = X_k^{-1}(\tilde{v}^k - S_k \tilde{d}_x^k); \tilde{d}_y^k = Z_k^{-1}(\tilde{q}^k - Y_k \tilde{d}_z^k);$$

Passo 7: Testar a ilimitariedade: Se $t^k = 0, f^k = 0, \tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k > 0$, e $c' \tilde{d}_x^k < 0$, então o problema primal é ilimitado. Se $u^k = 0, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k, \tilde{d}_y^k > 0$ e $b' \tilde{d}_w^k > 0$, então o problema dual é ilimitado. Se ambos os casos acontecem, então PARE e vá para o passo 10. Se $\tilde{d}_x^k, \tilde{d}_z^k, \tilde{d}_w^k, \tilde{d}_s^k, \tilde{d}_y^k = 0$, então também PARE, x^k, z^k, w^k, s^k, y^k são soluções ótimas dos problemas primal e dual, respectivamente. Caso contrário ir para o passo 8.

Passo 8: Calcular os comprimentos dos passos primal e dual, em que $0 < \alpha < 1$:

$$\alpha_k^P = \min \left\{ 1, \min \left\{ \frac{-\alpha x_i}{\tilde{d}_x^k} / \tilde{d}_x^k < 0 \right\}, \min \left\{ \frac{-\alpha z_i}{\tilde{d}_z^k} / \tilde{d}_z^k < 0 \right\} \right\}; \alpha_k^D = \min \left\{ 1, \min \left\{ \frac{-\alpha s_i}{\tilde{d}_s^k} / \tilde{d}_s^k < 0 \right\}, \min \left\{ \frac{-\alpha y_i}{\tilde{d}_y^k} / \tilde{d}_y^k < 0 \right\} \right\}$$

Passo 9: Determinar uma nova solução: $x^{k+1} = x^k + \alpha_k^p \tilde{d}_x^k$, $z^{k+1} = z^k + \alpha_k^p \tilde{d}_z^k$, $w^{k+1} = w^k + \alpha_k^p \tilde{d}_w^k$,

$s^{k+1} = s^k + \alpha_k^p \tilde{d}_s^k$ e $y^{k+1} = y^k + \alpha_k^p \tilde{d}_y^k$. Atualizar $k \leftarrow k+1$ e vá para o Passo 2.

Passo 10: O teste de integralidade proposto por Borchers e Mitchell (1992):

Após o método primal-dual de pontos interiores determinar uma solução ótima contínua para o problema, realize o seguinte teste que indicará se uma variável 0-1 é do tipo fracionária e deve ser integralizada pelo método Branch-and-Bound.

Uma variável 0-1 é do tipo fracionária quando satisfaz as seguintes condições:

$$\left| \frac{x_i^{k+1}}{x_i^k} - 1 \right| < 0.1$$

$$\left| \frac{z_i^{k+1}}{z_i^k} - 1 \right| < 0.1$$

$$\frac{y_i^{k+1}}{y_i^k} < 0.6$$

$$\frac{s_i^{k+1}}{s_i^k} < 0.6$$

Esses valores de desigualdade foram adotados, pois segundo os autores, as razões de y e s não tendem a zero tão rápido quanto x e z tendem a um.

Vá para o passo 11 e inicie o procedimento *branch-and-bound*.

Passo 11: Método Branch-and-Bound

11.1 Avaliando o problema: Se a solução ótima encontrada do problema relaxado for inteira, então esta é solução ótima do problema original. Senão, inicie a lista de subproblemas a serem avaliados.

11.2 Ramificação: Para as componentes que não satisfazem o teste de integralidade apresentada no passo 10 do algoritmo proposto, utiliza-se a seguinte estratégia: x_{ij} , $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, k$ são relaxadas e tratadas pela restrição $0 \leq x_i \leq 1$, $i = 1, \dots, nk$. O teste de integralidade de Borchers e Mitchell é que determina se $0 < x_i < 1$ deve ser integralizada pelo método Branch-and-Bound. Observe que:

x_{i1}, \dots, x_{in} ; $i = 1, \dots, n$ é associada à variedade i a ser plantada ou não nos k talhões j ; $j = 1, \dots, k$. Essas componentes são adaptada ao vetor $x \in \mathbb{R}^{nk}$, em que, $x_{ij} = x_p$ tal que:

$p = h+j, \dots, ik$; $i = 1, \dots, n$; $h = (i-1)k$ e $j = 1, \dots, k$. As variáveis restantes, diferentes de 0 ou 1, que ainda não atenderam o critério de integralidade, e satisfazem o critério apresentado pelos autores citados, devem ser ramificadas, ou seja, divididas em dois subproblemas: $x_i \geq 1$ e $x_i \leq 0$, para o início do processo de separação e ramificação.

11.3 Seleção do nó: Selecione um subproblema da lista e resolva a relaxação corrente utilizando o método previsor-corretor primal dual de pontos interiores.

11.4 Avaliando os nós: Percorra todos os nós, verificando:

- Viabilidade – Se o problema é inviável, o nó é podado. Caso contrário, esta é considerada solução ótima do problema, e o valor da função objetivo para esta, torna-se um limite para a otimalidade.
- Integralidade – Se a solução assume valor inteiro (0 ou 1), o nó é podado. Lembrando que, somente uma componente pode assumir o valor 1 para cada nível da árvore. Armazene sempre o menor valor da função objetivo encontrado.
- Otimalidade – Se o valor da função objetivo obtido através da solução for maior que um limite encontrado, então o nó é podado.

Observação: a cada poda, é escolhido um novo subproblema em *seleção do nó*.

- Se o valor obtido é fracionário, uma nova *ramificação* é feita, e os passos de 11.2 a 11.4 são feitos novamente.

11.5 Obtendo a solução: Após percorrer todos os nós, a solução que retorna o melhor valor factível da função objetivo, atendendo os critérios de integralidade, viabilidade e otimalidade, é a solução ótima 0-1 do problema.

4. Resultados

Para encontrar as soluções viáveis de um problema teste relativo ao modelo (2.8) e (2.9) posto a seguir, o método PDBB foi implementado computacionalmente em uma linguagem C++ no ambiente de programação Borland C++ Builder 6.0.

Para efetuar cálculos intermediários e obter as soluções do problema multiobjetivo investigado, utilizou-se os dados das Tabelas de 1 a 3, apresentadas por Lima (2009). A Tabela 1 apresenta as estimativas por tipo de variedades, considerando 10 variedades, em que V_i representa a estimativa do volume do palhicho em toneladas da variedade i ; PB_i , a produtividade de palhicho da variedade i ; ECB_i , o poder calorífico útil do palhicho produzido pela variedade i ; A_i , a produtividade de açúcar fermentescível (POL) da variedade i ; Q_i , a estimativa do volume do palhicho por unidade de área plantada da variedade i ; F_i , a produtividade de fibra da variedade i ; e Pc é a produtividade da cana-de-açúcar da variedade i . A Tabela 2 apresenta os custos, consumos, e recomendações referentes às variedades, em que $Cecc$ representa o custo para enleirar, compactar e carregar o palhicho; Co , o consumo de combustível do caminhão usado no transporte do palhicho; P , o preço de um litro de combustível; Vc , a capacidade de carga do caminhão a ser usado no transporte do palhicho; Ec_{EC} , a energia consumida pelas máquinas para enleirar e compactar uma tonelada de resíduo; Ecc , a energia consumida pela máquina para carregar o caminhão com uma tonelada do resíduo; Ec_T , a energia consumida pelo caminhão para o transporte do resíduo; \bar{P} , a quantidade mínima recomendada de POL; e \bar{F}_1 e \bar{F}_2 a produção mínima e máxima de fibra. A Tabela 3 apresenta a área e a distância dos talhões à usina, considerando 14 talhões. As Tabelas de 1 a 3 são vistas a seguir:

Tabela 1: Estimativas de valores por variedades

Dados das variedades								
i	Variedade	V_i	PB_i	ECB_i	A_i	Q_i	F_i	Pc
1	SP80-1816	7,964	33,360	2671,990	16,420	354,200	13,940	100,000
2	RB72454	8,610	37,580	2649,950	20,400	299,280	12,900	186,000
3	SP80-3280	9,369	36,720	2602,140	18,460	316,180	12,630	158,000
4	SP81-3250	10,619	34,250	1947,850	18,380	320,850	11,320	179,000
5	RB885536	9,780	26,430	2211,950	17,050	258,460	12,510	165,000
6	RB8855113	10,870	29,380	2310,370	17,540	319,380	10,910	155,000
7	SP79-1011	8,910	24,090	1977,470	15,800	214,720	10,330	158,000
8	RB835486	9,560	21,530	2444,200	12,840	205,770	9,280	155,000
9	RB711406	12,320	33,200	2008,830	20,770	410,290	16,120	183,000
10	SP70-1143	7,050	22,140	1924,800	15,010	155,980	11,590	155,000

Tabela 2: Custos e consumos de combustível e energia dos maquinários utilizados para a coleta do palhicho e recomendações de teores de Pol e fibra da cana-de-açúcar

Dados para o cálculo do balanço de energia									
$Cecc$	Co	P	Ec_{EC}	Ec_C	Ec_T	V_c	\bar{P}	\bar{F}_1	\bar{F}_2
$US\$t^{-1}$	LKm^{-1}	$US\$L^{-1}$	MJt^{-1}	MJt^{-1}	$MJ.Km^{-1}$	m^3	$t.ha^{-1}$	$t.ha^{-1}$	$t.ha^{-1}$
3,69	0,37	2,15	7,56	57,54	5,25	60	18,41	11	15

Tabela 3: Área e Distâncias dos Talhões até as usinas

Dados dos Talhões		
j	L_j	D_j
1	8,490	3,490
2	4,520	2,490
4	4,220	3,490
5	5,740	2,590
6	6,610	2,590
7	30,410	15,330
8	5,080	8,300
9	12,010	9,240
10	54,950	12,630
12	3,780	8,250
13	10,430	7,800
14	6,150	8,590
15	8,790	2,250
16	57,790	17,200
Total	218,970	104,240

4.1 Interpretando os resultados

Na literatura uma solução ótima para o modelo multiobjetivo é considerada utópica, uma vez que em geral os objetivos são conflitantes. Em nosso caso a melhor solução para a maximização da geração de energia através da biomassa residual da cana seria a pior solução para a minimização do custo total da colheita da cana de açúcar e coleta do palhicho, e vice versa.

Nesse trabalho, diante dessa dificuldade, foram utilizadas as estratégias da soma ponderada e do ϵ -restrito canalizado, definidos de (2.10) a (2.12), respectivamente, a fim de transformar o modelo multiobjetivo (2.8) em conjunto de problemas mono-objetivo. Com isso, aplicando o método PDBB, visto na Seção 3, a esta série de problemas, pode-se obter um conjunto de soluções eficientes, as quais determinam a curva de Pareto ótima.

O problema (2.10) foi resolvido através de uma ponderação das funções objetivo a partir da variação de $\alpha \in [0,1]$. O tempo computacional gasto para a determinação do conjunto de soluções eficientes destes subproblemas foi de menos de 60 segundos. A Figura 4.1 mostra a curva de Pareto formada pelos resultados obtidos à aplicação do método PDBB em conjunto com essa estratégia

A Figura 4.1 apresenta a curva de Pareto referente à aplicação do método PDBB a este problema, construído de acordo com os valores das funções objetivo apresentados na Tabela 4. Na Tabela 5 são apresentadas as variedades selecionadas pelo método PDBB para o plantio em cada talhão, a partir da variação de α .

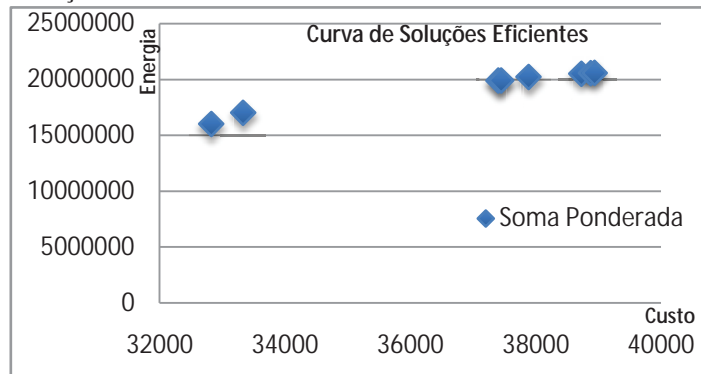


FIGURA 4. 1: Curva de soluções eficientes obtida pelo método PDBB a partir da estratégia da soma ponderada.

TABELA 4: Valores das funções objetivo obtidos pelo método PDBB a partir da estratégia da soma ponderada.

Dados Soma Ponderada		
Valor de α	Custo Total CT	Energia Total BET
0,1	38.940,38	20.597.468,47
0,44	38.879,82	20.579.492,22
0,465	38.728,91	20.517.289,32
0,48	37.887,64	20.230.451,03
0,65	37.451,29	19.917.799,63
0,68	37.405,13	19.914.010,17
0,78	33.331,99	17.029.906,10
0,90	32.824,85	16.026.779,10

TABELA 5: Variedades determinadas pelo método PDBB para o plantio nos talhões para cada valor de α

Valor de α	Talhões j													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0,1	3	1	6	1	3	2	1	2	2	6	3	1	3	2
0,44	3	1	1	1	3	2	6	2	2	6	3	1	3	2
0,465	3	1	1	1	6	2	6	2	2	1	3	3	3	2
0,48	3	1	1	1	3	2	8	2	2	8	3	8	3	2
0,65	3	6	8	4	4	3	8	3	3	10	1	8	3	2
0,68	3	5	8	3	3	2	8	2	2	8	1	8	3	2
0,78	3	9	9	3	3	2	1	2	2	5	2	10	3	10
0,90	10	1	4	9	9	2	5	2	2	5	2	5	9	10

Podemos perceber pela Figura 4.1 que existe uma região do gráfico em que o método da soma ponderada e o PDBB inicialmente aplicados não determinaram soluções eficientes para a curva de Pareto. Apesar da variação de α não foi possível encontrar soluções para esse espaço. Assim foi utilizada a estratégia do ϵ -restrito canalizado (2.11) e (2.12), para que esse método em conjunto com o PDBB pudesse encontrar novas soluções eficientes que antes não foram determinadas pelo método da soma ponderada. Para a determinação do conjunto de soluções eficientes destes subproblemas, o método gastou um tempo computacional menor do que 2 minutos de tempo de processamento. A Figura 4.2 apresenta a curva de Pareto ótima referente à aplicação do método PDBB a este problema, construído de acordo com os valores das funções objetivo apresentados na Tabela 6. A Tabela 7 apresenta quais variedades foram selecionadas para o plantio em cada talhão agora com os novos valores de ϵ min e ϵ max utilizados em (2.12).

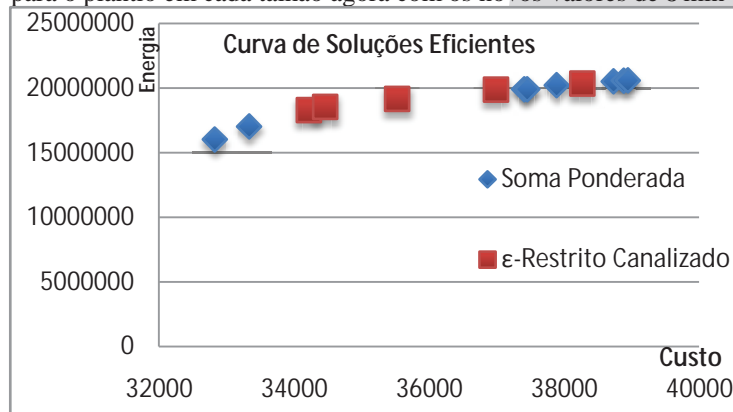


FIGURA 4.2: Curva de soluções eficientes obtida pelo método PDBB a partir da estratégia da soma ponderada e do ϵ -restrito canalizado.

TABELA 6: Valores das funções objetivo obtidos pelo método PDBB a partir da estratégia da ϵ Canalizado.

Dados do ϵ Canalizado			
ϵ min	ϵ máx	Custo Total CT	Energia Total BET
18200000	18400000	34.217,29	18.300.894,26
18510000	19150000	34.456,69	18.537.370,05
19151000	19400000	35.525,94	19.159.927,37
19600000	19900000	36.987,74	19.873.627,09
20280000	20590000	38.269,13	20.365.157,68

TABELA 7: Variedades determinadas pelo PDBB para plantio nos talhões para cada valor de ϵ Canalizado.

Valor de ϵ mín	Valor de ϵ máx	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
18200000	18400000	3	6	1	6	3	2	8	2	2	8	3	8	3	2
18510000	19150000	3	1	1	3	3	3	8	2	2	8	3	8	3	2
19151000	19400000	3	6	6	6	3	2	8	2	2	8	3	8	3	2
19600000	19900000	3	6	6	5	3	2	8	2	2	8	3	8	3	2
20280000	20590000	3	1	1	1	3	2	8	2	2	1	3	8	3	2

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram um gráfico que apresenta uma relação entre os valores de custo e balanço de energia total, obtidas, respectivamente, pelos métodos da soma ponderada e ϵ -restrito canalizado. Os objetivos apresentados são conflitantes, ou seja, a melhor solução de um é a pior do outro e vice-versa. O método híbrido PDBB, da soma ponderada e ϵ -restrito canalizado foi eficaz para a obtenção das soluções eficientes determinadas e a melhor solução para a empresa de cana-de-açúcar deve ser escolhida de acordo com o momento e interesse econômico desta.

5. Conclusões

Foi desenvolvido neste trabalho um procedimento híbrido envolvendo os métodos Primal-Dual de Pontos Interiores e Branch-and-Bound (PDBB), associados a uma nova estratégia de resolução de problemas multiobjetivo envolvendo os métodos da soma ponderada e do ϵ -Restrito Canalizado. O algoritmo do método PDBB foi implementado no software Borland C++ Builder 6.0, e fazendo uso dessas estratégias que foi utilizado à resolução do modelo multiobjetivo de custo de coleta e geração de energia da biomassa da cana-de-açúcar. Neste sentido, o método híbrido proposto foi utilizado com sucesso para resolver um problema teste contendo 10 variedades e 14 talhões. A utilização do método proposto ϵ -Restrito Canalizado, associado ao método da soma ponderada e ao PDBB mostrou-se eficaz para a obtenção das soluções eficientes no sentido de Pareto ótimo e os resultados obtidos revelaram o bom desempenho desse método, mostrando a viabilidade de se utilizar esta técnica de otimização para auxiliar as usinas na seleção de variedades a serem plantadas, de tal forma a otimizar o processo, respeitando-se as restrições de produção caracterizadas no modelo.

6. Agradecimentos

Agradecemos a CAPES e FAPESP (processo 2014/20853-0) pelo apoio financeiro à realização deste projeto.

Referências Bibliográficas

- BEEHARRY, R.P. *Carbon balance of sugarcane bio energy systems*. Biomass & Bio energy, New York, v. 20, p.361-370, 2002.
- BORCHES, B.; MITCHELL, J. E., *Using an interior point method in a branch and bound algorithm for integer programming*. Technical Report 195, Mathematical Sciences, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY 12180, March 1991, Revised July 7, 1992.
- CULTIVAR, *Impactos ambientais das queimadas de cana-de-açúcar*. Disponível em <http://www.grupocultivar.com.br>
- DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John-Wiley & Sons Ltda, 2004.
- JONES, D.; TAMIZ, M. *Practical Goal Programming*, Editora Science+Business Media, Londres, 2010.
- FLORENTINO, H. O., *Programação linear inteira em problemas de aproveitamento da biomassa residual de colheita da cana-de-açúcar*. 64f. Tese (Livre Docência) Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2006.
- FLORENTINO, H. O.; LIMA, A. D.; CARVALHO L.; BALBO, A. R.; HOMEM, T. P. D., *Multiobjective 0-1 integer programming for the use of sugarcane residual biomass in energy cogeneration*. International Transactions in Operational Research, v.18, p. 605-615, 2011.
- HOMEM, T.P.D.; BALBO, A. R.; SILVA, H. O. F., *Optimal energy generation with biomass of sugar cane harvest*. Revista IEEE América Latina, v.1, p. 653-658, 2011.
- KOJIMA, M., MIZUNO, S. e YOSHISE, A. *Progress in mathematical programming: interior-point and related methods*, chapter A primal-dual interior-point method for linear programming, pages 29–48. Springer-Verlag, New York, 1989.
- LIMA, C., *Métodos Híbridos de Pontos Interiores e de Programação Inteira 0-1 para problemas de custo de Colheita da cana de açúcar e custo de coleta e geração de energia relacionados à sua biomassa*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista. Baurio, 2013.
- LIMA, A. D., *Otimização do aproveitamento do palhço de cana-de-açúcar*. Tese (Doutorado em Energia na Agricultura), Faculdade de Ciências Agrônomicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2009.
- MEHROTRA, S. *On the implementation of a primal-dual interior point method*. SIAM Journal on Optimization, 1992.
- RIPOLI, T. C. C. RIPOLI, M. L. C., *Biomassa de cana-de-açúcar: colheita, energia e ambiente*. Piracicaba SP, 2004.
- TOLENTINO, G., *Programação Linear Inteira Aplicada ao Aproveitamento do Palhço da Cana-de-Açúcar*. Dissertação (Mestrado em Agronomia/Energia na Agricultura), Faculdade de Ciências Agrônomicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, SP, 2007.
- ÚNICA Disponível em: <http://www.unica.com.br/>. União da Agroindústria Canavieira de São Paulo.