

UMA ABORDAGEM BASEADA NO MÉTODO DE INTERSEÇÃO NORMAL À FRONTEIRA, ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS E SINAL RUÍDO DE TAGUCHI PARA A OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE TORNEAMENTO DO AÇO 12L14

Taynara Incerti de Paula

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Avenida BPS, 1303, Itajubá - MG
taynaraincerti@unifei.edu.br

Patrícia Agnes Pereira da Silva

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Avenida BPS, 1303, Itajubá - MG
patricia.unifei@gmail.com

Danielle Martins Duarte Costa

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais (IFSULDEMINAS)/
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Avenida BPS, 1303, Itajubá - MG
danielle.costa@ifsuldeminas.edu.br

Anderson Paulo de Paiva

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Avenida BPS, 1303, Itajubá - MG
andersonppaiva@unifei.edu.br

José Henrique de Freitas Gomes

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Avenida BPS, 1303, Itajubá - MG
ze_henriquefg@yahoo.com.br

RESUMO

Uma grande variedade de processos de manufatura envolvem problemas de otimização com múltiplas respostas. Além do fato destes problemas multiobjetivo serem, em sua maioria, complexos, em alguns casos, como o processo de torneamento, as respostas são correlacionadas e podem também apresentar diferentes sentidos de otimização. Nestes casos, a tarefa de encontrar soluções que atendam aos requisitos do processo se torna ainda mais complexa. O objetivo deste trabalho é combinar do método de Interseção Normal à Fronteira com a Análise de Componentes Principais e as relações Sinal-Ruído de Taguchi, a fim de tratar adequadamente as respostas e promover a otimização do processo de torneamento do aço 12L14.

PALAVRAS CHAVE. Otimização multiobjetivo. Interseção Normal à Fronteira. Análise de Componentes Principais. Sinal-ruído de Taguchi.

Área principal: Estatística

ABSTRACT

A wide variety of manufacturing processes involve optimization problems with multiple objectives. Apart from the fact that many of these multiobjective problems are not very simple, in some cases, e.g. turning processes, the answers are correlated and they can also present different optimization objectives, which can make the task of finding solutions that meet the process requirements become even more complex. This study combines Normal Boundary

Intersection, Principal Component Analysis and Taguchi's signal-to-noise ratio in order to properly handle the responses and promote the optimization of 12L14 free machining steel turning process.

KEYWORDS. Multiobjective Optimization. Normal Boundary Intersection. Principal Component Analysis. Signal-to-noise ratio.

Main area: Statistics

1. Introdução

Uma grande variedade de problemas de engenharia, entre outras áreas, envolvem problemas de otimização multiobjetivo. Entretanto, em muitos casos, as diferentes respostas analisadas podem apresentar objetivos diferentes, onde a otimização individual dessas funções leva a respostas diferentes (FREITAS *et al.*, 2012). Então, para se resolver um problema multiobjetivo, deve-se encontrar um vetor de variáveis de decisão que seja capaz de satisfazer simultaneamente as funções objetivo e as restrições do problema e que proporcione um valor aceitável para cada resposta.

O método da Interseção Normal à Fronteira (*NBI - Normal Boundary Intersection*), proposto por Das e Dennis (1998), é um dos inúmeros métodos utilizados na solução de problemas multiobjetivo. Este método permite a construção de fronteiras contínuas e uniformemente distribuídas, independentemente dos pesos atribuídos pelas funções objetivo, o que faz com que este método seja muito útil na otimização de inúmeros processos industriais. Entretanto, se as respostas analisadas apresentam correlação, este método pode levar a resultados inadequados, pois o mesmo não considera a correlação entre as respostas.

Para oferecer um tratamento mais adequado a problemas com respostas correlacionadas, a Análise de Componentes Principais (*PCA - Principal Components Analysis*) pode ser aplicada para representar as respostas correlacionadas principais através de componentes não correlacionados, que são combinações lineares das variáveis originais. Porém, se as variáveis apresentam sentidos de otimização diferentes, a maximização ou minimização de um componente principal pode favorecer ou prejudicar tais variáveis. Para resolver este problema, uma alternativa é aplicar as relações Sinal-ruído de Taguchi (*SNR - Signal-to-Noise Ratio*), que é um método que padroniza as direções de otimização de respostas individuais.

O processo de torneamento é caracterizado como uma operação muito importante na indústria moderna. Uma grande característica deste processo é a presença de correlação entre as respostas, que possuem diferentes objetivos de otimização. Por exemplo, enquanto a rugosidade deve ser minimizada, a taxa de remoção deve ser maximizada. O objetivo deste trabalho é eliminar a correlação entre as respostas e a promover a otimização do processo de torneamento do aço 12L14 através da aplicação de um método que combina as relações Sinal-ruído de Taguchi, a Análise de Componentes Principais e o método de Interseção Normal à Fronteira.

2. Otimização Multiobjetivo e o método NBI

Um problema de otimização multiobjetivo é aquele em que se deseja a otimização de múltiplas características, que são situações comuns à maioria dos processos industriais. Para Baril *et al.* (2011), o problema de otimização multiobjetivo consiste em determinar o vetor de variáveis de decisão $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que otimiza o vetor de funções objetivo $F(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}$, dentro de uma região de solução viável. O problema multiobjetivo pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } F(\mathbf{x}) &= \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\} \\
 \text{s. a. : } h_i(\mathbf{x}) &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \\
 g_j(\mathbf{x}) &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, q \\
 \mathbf{x}^{\min} &\leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Onde $h_i(\mathbf{x})$ são restrições de igualdade, $g_j(\mathbf{x})$ são restrições de desigualdade e \mathbf{x}^{\min} e \mathbf{x}^{\max} são, respectivamente, os limites mínimo e máximo para o vetor das variáveis de decisão.

O principal objetivo da otimização multiobjetivo é encontrar um conjunto de soluções (denominadas Pareto-ótimas), que minimize todas as funções simultaneamente. Porém, na maioria dos casos, as funções objetivo apresentam conflito de interesse. Portanto, o conceito de solução Pareto-ótima, segundo Rao (2009), passa a ser de grande relevância para esses tipos de problema. De acordo com o autor, uma solução viável \mathbf{x}^* é denominada Pareto-ótima se não existe outra solução viável \mathbf{y} tal que $f_i(\mathbf{y}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$, $i = 1, 2, \dots, m$, com $f_j(\mathbf{y}) < f_j(\mathbf{x}^*)$, em pelo menos um objetivo j . Em outras palavras, um vetor \mathbf{x}^* é dito Pareto-ótimo se não existe outra solução \mathbf{y} que irá provocar a redução em alguma função objetivo sem causar um aumento simultâneo em pelo menos um dos outros objetivos (GOMES, 2013)

Com isso, a tarefa essencial dos métodos de otimização multiobjetivo passa a ser a de identificar não somente um ponto de ótimo, mas um conjunto de soluções Pareto-ótimas que, juntas, delimitam a fronteira de eficiência do problema, esta última conhecida como fronteira de Pareto (KONAK *et al.*, 2006).

Inúmeros métodos para otimização multiobjetivo podem ser encontrados na literatura. Dentre esses métodos está o método de Interseção Normal à Fronteira (NBI - *Normal Boundary Intersection*), proposto por Das e Dennis (1998), que permite a construção de fronteiras contínuas e uniformemente distribuídas, independentemente da distribuição dos pesos entre as funções ou das escalas relativas entre as diversas funções objetivo, características que fazem com que este método apresente-se muito vantajoso comparado a outros métodos de aglutinação como, por exemplo, os métodos das Somas ponderadas e do Critério Global.

O primeiro passo a ser executado no método NBI é a definição da matriz *Payoff* (Φ), através do cálculo dos mínimos individuais de cada função objetivo. O vetor de solução que minimiza individualmente a i -ésima função objetivo $f_i(\mathbf{x})$ é representado por $\mathbb{Q}_i^* \mathbf{x}_i^*$, de sorte que o valor mínimo de $f_i(\mathbf{x})$ neste ponto seja $f_i^*(\mathbf{x}_i^*)$. Quando se substitui o ponto de ótimo individual $\mathbb{Q}_i^* \mathbf{x}_i^*$ obtido na otimização de função objetivo nas demais funções tem-se $f_i(\mathbf{x}_i^*)$ que é, portanto, um valor não-ótimo dessa função (OLIVEIRA, 2013). Repetindo-se este procedimento para todas as funções, pode-se representar a matriz *Payoff* como:

$$\Phi = [\mathbb{Q}_1^*(\mathbb{Q}_1^*) \cdots \mathbb{Q}_1(\mathbb{Q}_2^*) \cdots \mathbb{Q}_1(\mathbb{Q}_m^*) \quad \vdots \quad \mathbb{Q}_2(\mathbb{Q}_1^*) \cdots \mathbb{Q}_2^*(\mathbb{Q}_2^*) \cdots \mathbb{Q}_2(\mathbb{Q}_m^*) \quad \vdots \quad \vdots \quad \mathbb{Q}_m(\mathbb{Q}_1^*) \cdots \mathbb{Q}_m(\mathbb{Q}_2^*) \cdots \mathbb{Q}_m^*(\mathbb{Q}_m^*)] \tag{2}$$

Cada linha da *Payoff* é composta por valores mínimos e máximos de $f_i(x)$. O conjunto de ótimos individuais $\mathcal{O} = [z_1^*(z_1^*), \dots, z_m^*(z_m^*), \dots, z_m^*(z_m^*)]^T$ é conhecido como ponto de Utopia, enquanto o conjunto dos valores máximos (não-ótimos) $\mathcal{N} = [z_1^{\max}, \dots, z_m^{\max}, \dots, z_m^{\max}]^T$ é conhecido como ponto de Nadir (JIA e IERAPETRITOU, 2007). Usando estes dois conjuntos de pontos extremos, a normalização das funções objetivo pode ser obtida como descrito na equação (3). A matriz *Payoff* normalizada é geralmente representada pelo símbolo \bar{z} .

$$\bar{z}_i(z) = \frac{z_i(z) - z_i^{\min}}{z_i^{\max} - z_i^{\min}}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

A Figura 1 ilustra como o método NBI funciona. Os pontos *a*, *b* e *e* são calculados a partir da matriz \bar{z} . Considerando um conjunto de valores convexas para os pesos (*w*), tem-se que $\sum w_i \bar{z}_i$ representará um ponto na linha de utopia. Fazendo \hat{n} denotar um vetor unitário normal à linha de utopia nos pontos $\sum w_i \bar{z}_i$ na direção de origem; então $\sum w_i \bar{z}_i + \alpha \hat{n}$, com $\alpha \in \mathbb{R}$, representará o conjunto de pontos naquela normal (JIA e IERAPETRITOU, 2007). O ponto de interseção desta normal com a fronteira da região viável que for mais próximo da origem corresponderá à maximização da distância entre a linha de utopia e a fronteira de Pareto (OLIVEIRA, 2013). Desse modo, o método NBI pode ser escrito como um problema de programação não-linear restrita, tal que:

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & \sum w_i \bar{z}_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum w_i \bar{z}_i + \alpha \hat{n} = \bar{z}(z) \\ & z \in Z \end{aligned} \quad (4)$$

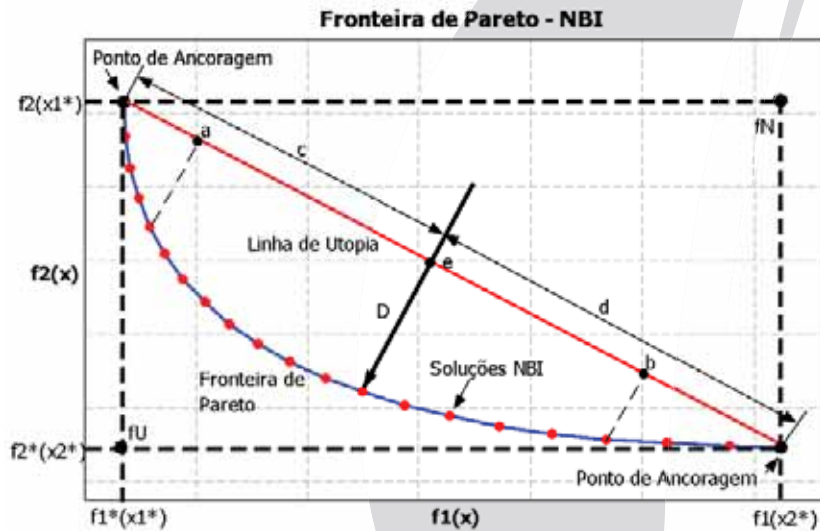


Figura 1 -Método da Interseção Normal à Fronteira (BRITO *et al.*, 2014).

3. Análise de Componentes Principais (PCA)

Análise de componentes principais é uma das ferramentas mais amplamente aplicadas para resumir os padrões comuns de variação entre variáveis (PERUCHI *et al.*, 2013) que condensa os dados sem perda substancial de informações (LIM *et al.*, 2014).

Segundo Paiva (2006), PCA é uma técnica de redução de dimensionalidade reconhecida que tem a característica de manter a maior parte da informação contida no conjunto original de variáveis. O principal objetivo desta técnica é extrair as informações importantes a partir de um grande número de dados complexos multi-atributos, que consiste em variáveis correlacionadas (PARK *et al.*, 2015). O conjunto de dados reduzido consiste em componentes únicos ou múltiplos, chamados de Componentes Principais (PC). Estes componentes são uma combinação linear das variáveis originais, que não estão correlacionados e, geralmente, os primeiros componentes têm uma boa representação dos dados de variabilidade. De acordo com (ZHANG *et al.*, 2013), com base na matriz de covariância, o método PCA procede de tal maneira que o primeiro componente principal tem a maior variância (ou seja, é responsável por toda a variabilidade em um conjunto de dados) e cada componente sucessor tem uma maior variância possível, dentro da limitação.

Paiva (2006) explica que embora p componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, geralmente, a maior parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno número k de componentes principais. Isto quer dizer que existe quase tanta informação em k componentes principais que nas p variáveis originais. A ideia geral do PCA é, portanto, que k componentes principais podem substituir, sem perda considerável de informação, as p variáveis originais. O conjunto original de dados, consistindo de n medições das p variáveis, é reduzido para um conjunto posterior formado por n medições de k componentes principais.

Seja o vetor aleatório $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_p]$, cuja matriz de variância-covariância Σ possua autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$. O primeiro componente principal (PCI), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possui a máxima variância. Genericamente, o i -ésimo componente principal será a combinação linear $\mathbf{X} \mathbf{a}_i$ que resulta da formulação a seguir:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i^T \Sigma \mathbf{a}_i &= \lambda_i & \mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_j &= 0 \quad (i \neq j) \\ \mathbf{a}_i^T \mathbf{a}_i &= 1 & \mathbf{a}_i^T \Sigma \mathbf{a}_j &= 0 \quad (i \neq j) \end{aligned} \quad (5)$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de “escores” do componente principal. Desta maneira, assumindo-se $\mathbf{X} \mathbf{a}_i$ como sendo uma observação aleatória, \bar{x}_i a p -ésima resposta média, $\sqrt{\lambda_i}$ o desvio padrão, p a resposta e $[E]$ como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \quad (6)$$

Os métodos mais utilizados para estimarem-se o número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 90%.

4. Relações Sinal-Ruído de Taguchi (SNR)

Antes de efetuar a análise dos componentes principais, é necessário analisar o objetivo de otimização das respostas. Se existir respostas com o sentido de otimização diferentes (alguns maximizados e outros minimizados), a maximização ou minimização dos componentes principais favorecerá algumas variáveis e outras não. Para resolver este problema, a relação Sinal-ruído de Taguchi (SNR) pode ser aplicado a fim de normalizar o sentido de otimização das respostas

individuais. Os valores de resposta são transformados por uma equação logarítmica (SNR) de acordo com o seu objetivo de otimização (maximização ou minimização). Assim, todas variáveis estarão padronizadas para que o componente principal possa ser maximizado, gerando a mesma influência sobre as variáveis.

Taguchi utiliza o SNR para medir o desvio característica de qualidade a partir do valor desejado (SUN *et al.*, 2015) e estas características variam dependendo do tipo de problema em estudo, que podem ser classificadas como sendo do tipo “*smaller-the-better*” (com o objetivo de minimizar o desempenho), “*bigger-the-better*” (com objetivo de maximizar o desempenho) e “*nominal-is-better*” (com o objetivo de atingir o valor nominal predeterminado) (PONTES *et al.*, 2012). Sabendo-se que o y denota o indicador de desempenho, o subscrito i o número do experimento e N o número de réplicas do experimento i , suas expressões matemáticas são definidas pelas equações (7), (8) e (9), respectivamente (SUN *et al.*, 2015):

$$SNR = -10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N y_i^2}{N} \right)$$

(7)

$$SNR = -10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N 1/y_i^2}{N} \right)$$

(8)

$$\{SNR = 10 \log_{10} \left[\left(\frac{\bar{y}}{\sigma} \right)^2 \right] \} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N-1}$$

(9)

Dessa forma, como as relações Sinal-ruído (SRN) de Taguchi devem ser sempre maximizadas, é possível padronizar a direção de otimização das respostas individuais e de sintonizá-las de acordo com a representação por componentes principais (PAIVA, 2006).

5. O Método NBI-PCA-SNR

Como mencionado anteriormente, resolver um problema de otimização multiobjetivo sem levar em consideração a correlação entre as respostas pode levar a resultados inadequados. Então, este trabalho propõe uma combinação dos métodos NBI, PCA e SNR, a fim de eliminar a correlação entre as respostas e promover a otimização de um processo com respostas correlacionadas.

A estratégia utilizada neste trabalho foi desenvolvida de acordo com o seguinte procedimento, dividido em dez passos:

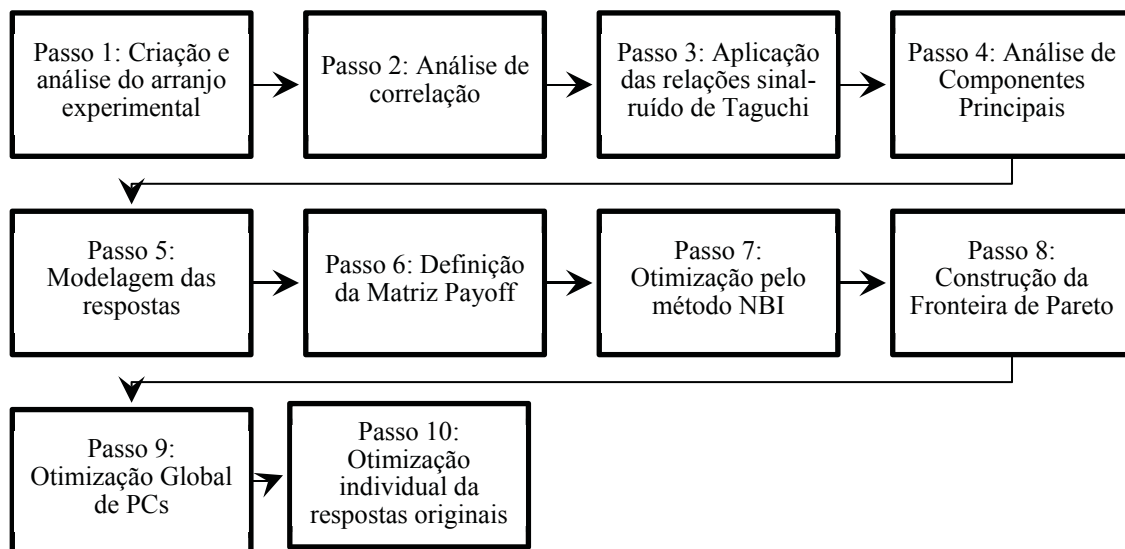


Figura 2 - Resumo do procedimento proposto

No **passo 1**, foi planejado um arranjo composto central, criado para quatro parâmetros em dois níveis, oito pontos axiais e sete pontos centrais. Os experimentos foram rodados em ordem aleatória e as respostas foram armazenadas. O algoritmo *OLS* (*Ordinary Least Squares*) foi aplicado para as superfícies de resposta e os resultados foram analisados. No **passo 2**, a correlação entre as superfícies de respostas foi identificada. No **passo 3**, as relações sinal-ruído de Taguchi foram aplicadas para as respostas. Após, o algoritmo *OLS* foi aplicado para as respostas pré-processadas no passo anterior e os resultados foram analisados. No **passo 4**, aplicou-se a Análise de Componentes Principais nas respostas transformadas em SNR. No **passo 5**, aplicou-se o algoritmo *OLS* para PC_1 e PC_2 . Foram analisados os resultados e definidas as equações para os componentes. No **passo 6**, definiu-se a matriz *Payoff* com base nos pontos de Utopia ($\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$) e Nadir ($\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$), definidos a partir da otimização individual restrita das equações definidas no passo 5. No **passo 7**, utilizou-se o algoritmo GRG (Gradiente Reduzido Generalizado) na minimização restrita dos componentes. No **passo 8**, a fronteira de Pareto foi construída. No **passo 9**, realizou-se a otimização global dos PCs, utilizando como função de avaliação o Erro Percentual Global (EPG). No **passo 10**, o ponto de Utopia ($\mathbb{Q}^{\mathbb{Q}}$) para as superfícies de resposta originais foi determinado através das otimizações individuais restritas, para fins de comparação com os resultados obtidos no passo 9.

A próxima seção apresenta um exemplo numérico e avalia a adequação do método proposto.

6. Otimização do processo de torneamento do aço 12L14

Este trabalho foi baseado na metodologia de pesquisa experimental fornecida por (FREITAS *et al.*, 2012) onde informações detalhadas dos experimentos podem ser obtidas. Os dados foram coletados para o processo de torneamento do aço 12L14. Três respostas foram medidas: rugosidade média (R_a), rugosidade total (R_t) e taxa de remoção (MRR). Os parâmetros de entrada considerados foram: a velocidade de corte (v), o avanço (f) e a profundidade de corte (d). Um conjunto de rodadas experimentais foi estabelecido utilizando-se um CCD, construído a partir dos parâmetros demonstrados na Tabela 1.

Passo 1: O algoritmo *OLS* foi aplicado e pode-se observar que todos os modelos apresentaram um R^2 elevado, indicando que os modelos adotados são adequados. Estes modelos estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 1 - Parâmetros de usinagem e respostas para CCD

| Teste | Configuração do CCD | | | Parâmetros de usinagem | | | Respostas | | | Respostas SNR | | | Respostas PC | |
|-------|---------------------|-------|-------|------------------------|-----------------|-------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|---------------|------------|---------|--------------|--------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | v [m/min] | f [mm/rev] | d [mm] | Minimizar | | Maximizar | Maximizar | | | PC_1 | PC_2 |
| | | | | | | | R_a [μ m] | R_t [μ m] | MRR [cm ³ /min] | SNR/ R_a | SNR/ R_t | SNR/MRR | | |
| 1 | -1 | -1 | -1 | 220 | 0.08 | 0.70 | 1.36 | 9.54 | 12.32 | 0.34 | 0.52 | 2.18 | -0.81 | -1.89 |
| 2 | 1 | -1 | -1 | 340 | 0.08 | 0.70 | 1.65 | 11.24 | 19.04 | 0.40 | 0.48 | 2.56 | -0.86 | -0.70 |
| 3 | -1 | 1 | -1 | 220 | 0.12 | 0.70 | 1.78 | 10.08 | 18.48 | 0.86 | 1.04 | 2.53 | 1.73 | -0.83 |
| 4 | 1 | 1 | -1 | 340 | 0.12 | 0.70 | 1.84 | 10.40 | 28.56 | 0.91 | 1.01 | 2.91 | 1.72 | 0.35 |
| 5 | -1 | -1 | 1 | 220 | 0.08 | 1.20 | 2.22 | 14.73 | 21.12 | -0.05 | 0.40 | 2.65 | -2.02 | -0.59 |
| 6 | 1 | -1 | 1 | 340 | 0.08 | 1.20 | 2.21 | 13.82 | 32.64 | 0.17 | 0.37 | 3.03 | -1.68 | 0.67 |
| 7 | -1 | 1 | 1 | 220 | 0.12 | 1.20 | 1.82 | 11.29 | 31.68 | 1.25 | 0.84 | 3.00 | 1.94 | 0.85 |
| 8 | 1 | 1 | 1 | 340 | 0.12 | 1.20 | 2.24 | 13.35 | 48.96 | 0.52 | 0.38 | 3.38 | -0.92 | 1.89 |
| 9 | -1.68 | 0 | 0 | 180 | 0.10 | 0.95 | 1.90 | 13.01 | 17.10 | 0.45 | 0.78 | 2.47 | 0.12 | -1.10 |
| 10 | 1.68 | 0 | 0 | 380 | 0.10 | 0.95 | 2.09 | 13.40 | 36.10 | 0.35 | 0.65 | 3.12 | -0.51 | 0.89 |
| 11 | 0 | -1.68 | 0 | 280 | 0.07 | 0.95 | 1.85 | 10.84 | 18.62 | 0.61 | 0.78 | 2.54 | 0.45 | -0.80 |
| 12 | 0 | 1.68 | 0 | 280 | 0.13 | 0.95 | 1.85 | 10.85 | 34.58 | 1.03 | 1.12 | 3.08 | 2.26 | 0.86 |
| 13 | 0 | 0 | -1.68 | 280 | 0.10 | 0.53 | 1.68 | 8.95 | 14.84 | 0.92 | 0.88 | 2.34 | 1.40 | -1.31 |
| 14 | 0 | 0 | 1.68 | 280 | 0.10 | 1.37 | 2.31 | 13.77 | 38.36 | 0.61 | 0.66 | 3.17 | 0.06 | 1.16 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 280 | 0.10 | 0.95 | 2.32 | 12.57 | 26.60 | 0.37 | 0.46 | 2.85 | -1.01 | 0.18 |
| 16 | 0 | 0 | 0 | 280 | 0.10 | 0.95 | 2.24 | 12.73 | 26.60 | 0.39 | 0.45 | 2.85 | -0.99 | 0.19 |
| 17 | 0 | 0 | 0 | 280 | 0.10 | 0.95 | 2.38 | 13.00 | 26.60 | 0.40 | 0.47 | 2.85 | -0.88 | 0.19 |

Tabela 2 - Modelo quadrático completo para cada resposta

| Coefficiente | R_a | R_t | MRR | NR/ R_a | NR/ R_t | NR/MRR | PC_1 | PC_2 |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|---------------|---------------|
| constante | 2.316* | 12.761 | 26.600 | 0.385 | 0.464 | 2.849 | -0.948 | 0.182 |
| V | 0.079 | 0.280 | 5.679 | 0.000 | -0.039 | 0.189 | -0.273 | 0.588 |
| f | 0.017 | -0.307 | 5.082 | 0.261 | 0.180 | 0.177 | 0.837 | 0.562 |
| d | 0.212 | 1.469 | 6.997 | -0.124 | -0.122 | 0.240 | -0.482 | 0.732 |
| V^*V | -0.121 | 0.168 | 0.000 | 0.009 | 0.068 | -0.020 | 0.228 | -0.086 |
| f^*f | -0.172 | -0.664 | 0.000 | 0.080 | 0.084 | -0.022 | 0.563 | -0.065 |
| d^*d | -0.121 | -0.484 | 0.000 | 0.137 | 0.087 | -0.032 | 0.556 | -0.076 |
| V^*f | 0.023 | 0.198 | 1.140 | -0.188 | -0.083 | 0.002 | -0.381 | -0.032 |
| V^*d | 0.008 | -0.109 | 1.500 | -0.147 | -0.082 | 0.002 | -0.744 | -0.026 |
| f^*d | -0.122 | -0.451 | 1.400 | 0.148 | -0.044 | -0.002 | -0.064 | 0.072 |
| R^2 adj.(%) | 86.20 | 81.64 | 99.72 | 93.60 | 80,94 | 99.89 | 95.74 | 99.43 |

*Os valores destacados indicam os termos significantes (p-value<5%).

Passo 2: Foi realizada a análise de correlação entre as respostas R_a , R_t e MRR. Os resultados desta análise estão apresentados na Tabela 3, onde o primeiro valor representa a Correlação de Pearson e o valor entre parênteses indica o p -value da análise. Considera-se a correlação significativa quando p -value < 0,05, o que leva a concluir que existe uma forte correlação entre R_a/R_t e uma correlação moderada entre MRR/ R_a e MRR/ R_t .

Passo 3: Confirmada a forte dependência entre as respostas e considerando que elas possuem diferentes sentidos de otimização (R_a e R_t devem ser minimizadas, enquanto MRR deve ser maximizada), uma alternativa viável é aplicar as relações sinal-ruído de Taguchi para R_a e R_t de acordo com a equação (7) e para MRR de acordo com a equação (8). As respostas transformadas estão descritas na Tabela 1. A transformação faz com que essas novas respostas tenham o mesmo sentido de otimização, deverão ser maximizadas. O algoritmo OLS foi aplicado para SNR/ R_a , SNR/ R_t e SNR/MRR, obtendo-se um bom ajuste.

Foi feita uma análise de correlação entre estas respostas pré-processadas que indicou que SNR/MRR é independente de SNR/ R_a e SNR/ R_t . Porém, ainda existe correlação entre SNR/ R_a e SNR/ R_t , como apresentado na Tabela 3. Então, o próximo passo é a análise de componentes principais para as respostas SNR.

Tabela 3 - Estrutura de correlação entre as respostas do processo

| | R_a | R_t | MRR | NR/ R_a | NR/ R_t |
|-----------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| R_t | 0,834 (0,000) | | | | |
| MRR | 0,596 (0,012) | 0,591 (0,033) | | | |
| NR/ R_a | -0,401 (0,110) | -0,639 (0,006) | 0,097 (0,710) | | |
| NR/ R_t | -0,448 (0,047) | -0,629 (0,007) | -0,150 (0,565) | 0,823 (0,000) | |
| NR/MRR | 0,664 (0,004) | 0,561 (0,019) | 0,981 (0,000) | 0,099 (0,705) | -0,126 (0,630) |

Passo 4: Foi realizada a análise de componentes principais para as respostas pré-processadas. Usando a matriz de correlação, os componentes (PC) foram extraídos e os respectivos autovalores e autovetores foram armazenados.

Pode-se observar que os dois principais componentes explicam 95,1% da variância-covariância acumulada, com autovalores maiores que uma unidade (Tabela 4). Então, o método NBI-PCA-SNR será implantado utilizando os dois primeiros componentes (PC_1 e PC_2).

Tabela 4 - Análise de componentes principais

| | PC_1 | PC_2 | PC_3 |
|--------------------------|--------|--------|--------|
| Autovalor (ϵ) | 1.823 | 1.029 | 0.1475 |
| Proporção | 0.608 | 0.343 | 0.049 |
| Acumulado | 0.608 | 0.951 | 1.000 |
| Autovetores (δ) | PC_1 | PC_2 | PC_3 |
| NR/ R_a | 0.705 | 0.146 | -0.694 |
| NR/ R_t | 0.709 | -0.113 | 0.697 |
| NR/MRR | -0.023 | 0.983 | 0.183 |

Passo 5: Seguindo o procedimento proposto, o algoritmo OLS também foi aplicado para PC_1 e PC_2 . Os resultados estão apresentados na Tabela 2. Os valores encontrados para R^2 mostraram que o modelo quadrático é adequado, sendo assim possível definir as equações para PC_1 e PC_2 , apresentadas abaixo:

$$\hat{z}_1 = -0,948 - 0,273z + 0,837z^2 - 0,482z^3 + 0,228z^4 + 0,563z^5 + 0,556z^6 - 0,381z^7 - 0,744z^8 - 0,064z^9 \quad (10)$$

$$\hat{z}_2 = 0,182 + 0,588z + 0,562z^2 + 0,732z^3 - 0,086z^4 - 0,065z^5 - 0,076z^6 - 0,032z^7 - 0,026z^8 + 0,072z^9 \quad (11)$$

Passo 6: Após a modelagem das equações de PC_1 e PC_2 , os valores para o pontos de Utopia (z^*) e Nadir ($z^{\#}$) para as duas respostas foram estabelecidos através da maximização individual restrita das mesmas, levando à definição da matriz *Payoff* para PC_1 e PC_2 , representada na Tabela 5.

| Matriz <i>Payoff</i> (Φ) para PC_1 e PC_2 | |
|--|--------|
| 2.381 | -0.528 |
| 0.319 | 1.835 |

Passo 7: Seguindo o procedimento proposto, as respostas pré-processadas foram otimizadas através do método NBI. O problema multiobjetivo resolvido foi obtido como mostrado nas equações Na distribuição de pesos (w) das funções objetivo foram utilizados incrementos de 5%. A restrição não-linear $x^T x \leq 2.829$ foi considerada como restrição de espaço. As soluções encontradas estão apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Resultados da otimização pelo método NBI-PCA-SNR

| (ω) | Respostas | | $\bar{f}_1(x)$ $\bar{f}_2(x)$ | | Parâmetros não-codificados | | | Respostas não-codificadas | | | EPG |
|-------------|-----------------|-----------------|-------------------------------|--------------|----------------------------|-------------|--------------|---------------------------|---------------|---------------|--------------|
| | PC ₁ | PC ₂ | | | v | r | d | Ra | Rt | MMR | |
| 0 | -0.529 | 1.835 | 1 | 0 | 325.616 | 0.119 | 1.24 | 2.138 | 12.54 | 47.559 | 1.222 |
| 0.05 | -0.251 | 1.829 | 0.905 | 0.005 | 318.901 | 0.121 | 1.237 | 2.106 | 12.331 | 47.187 | 1.109 |
| 0.1 | 0.006 | 1.811 | 0.816 | 0.016 | 312.626 | 0.122 | 1.233 | 2.077 | 12.147 | 46.685 | 1.011 |
| 0.15 | 0.247 | 1.785 | 0.734 | 0.034 | 306.661 | 0.124 | 1.228 | 2.051 | 11.981 | 46.087 | 0.924 |
| 0.2 | 0.474 | 1.751 | 0.656 | 0.056 | 301.018 | 0.125 | 1.222 | 2.026 | 11.828 | 45.414 | 0.847 |
| 0.25 | 0.652 | 1.72 | 0.719 | 0.219 | 290.195 | 0.126 | 1.206 | 1.981 | 11.56 | 43.874 | 0.789 |
| 0.3 | 0.891 | 1.665 | 0.512 | 0.112 | 290.195 | 0.126 | 1.206 | 1.981 | 11.56 | 43.874 | 0.718 |
| 0.35 | 1.083 | 1.614 | 0.446 | 0.146 | 285.024 | 0.127 | 1.197 | 1.96 | 11.44 | 43.022 | 0.666 |
| 0.4 | 1.264 | 1.556 | 0.384 | 0.184 | 279.993 | 0.128 | 1.186 | 1.941 | 11.328 | 42.119 | 0.622 |
| 0.45 | 1.433 | 1.493 | 0.326 | 0.226 | 275.096 | 0.128 | 1.174 | 1.922 | 11.223 | 41.168 | 0.585 |
| 0.5 | 1.591 | 1.423 | 0.272 | 0.272 | 270.396 | 0.129 | 1.16 | 1.905 | 11.123 | 40.172 | 0.556 |
| 0.55 | 1.737 | 1.348 | 0.222 | 0.322 | 265.86 | 0.129 | 1.145 | 1.888 | 11.028 | 39.131 | 0.536 |
| 0.6 | 1.87 | 1.266 | 0.176 | 0.376 | 261.626 | 0.13 | 1.127 | 1.872 | 10.935 | 38.05 | 0.525 |
| 0.65 | 1.989 | 1.176 | 0.135 | 0.435 | 257.617 | 0.13 | 1.108 | 1.857 | 10.844 | 36.923 | 0.524 |
| 0.7 | 2.094 | 1.079 | 0.099 | 0.499 | 254.039 | 0.131 | 1.085 | 1.844 | 10.751 | 35.758 | 0.532 |
| 0.75 | 2.184 | 0.975 | 0.068 | 0.568 | 250.957 | 0.131 | 1.059 | 1.832 | 10.657 | 34.553 | 0.552 |
| 0.8 | 2.258 | 0.861 | 0.043 | 0.643 | 248.593 | 0.131 | 1.029 | 1.822 | 10.557 | 33.312 | 0.583 |
| 0.85 | 2.314 | 0.739 | 0.023 | 0.723 | 247.272 | 0.132 | 0.994 | 1.814 | 10.451 | 32.041 | 0.626 |
| 0.9 | 2.353 | 0.608 | 0.01 | 0.810 | 247.283 | 0.132 | 0.954 | 1.81 | 10.34 | 30.746 | 0.681 |
| 0.95 | 2.375 | 0.467 | 0.002 | 0.902 | 249.034 | 0.132 | 0.909 | 1.81 | 10.226 | 29.43 | 0.748 |
| 1 | 2.381 | 0.319 | 0 | 1 | 252.765 | 0.132 | 0.858 | 1.816 | 10.12 | 28.093 | 0.826 |

*Os valores em negrito representam o ponto ótimo na minimização do Erro Percentual Global.

Passo 8: Os dados da Tabela 6 foram utilizados na construção da fronteira de Pareto para o método NBI-PCA-SNR. Como mencionado anteriormente, o método NBI permite a construção de uma fronteira equiespaçada, como verifica-se na Figura 3:

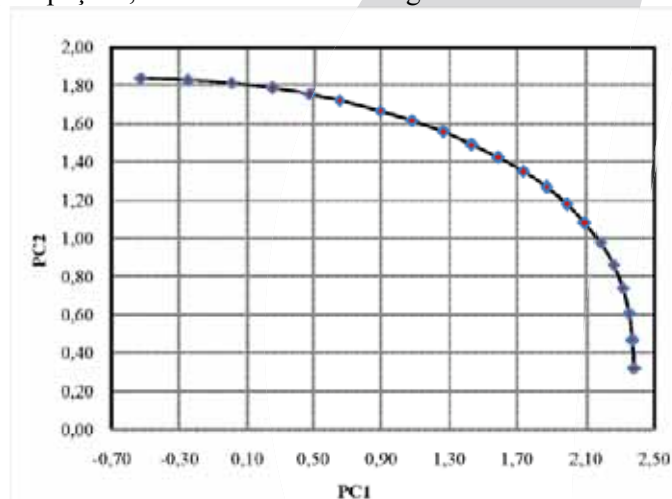


Figura 3 – Fronteira de Pareto para o método NBI-PCA-SNR

Passo 9: Finalmente, é possível a realização da otimização global. Como função de avaliação, optou-se por utilizar o Erro Percentual Global (EPG) das respostas em relação aos alvos. O EPG foi proposto por Gomes (2013) e pode ser calculado segundo a equação (12), onde: y_i^* são os valores das respostas Pareto-ótimas, T_i são os valores ótimos encontrados para PC1 e PC2 no passo 6 e m é o número de funções objetivos, que neste caso é 2.

$$EPG = \sum_{i=1}^m \left| \frac{y_i^*}{T_i} - 1 \right| \quad (12)$$

Reescrevendo a equação, substituindo os alvos, tem-se o problema de otimização global:

$$\min \left| \frac{0,01}{2,381} - 1 \right| + \left| \frac{0,02}{1,835} - 1 \right| \quad (13)$$

Os valores ótimos encontrados para EPG, assim como para R_a , R_t e MRR também estão apresentados na Tabela 6. O menor valor encontrado para o EPG foi 0,5239, para a combinação de pesos de 0,65 w_1 e 0,35 w_2 . Neste ponto, foi observado que os valores ótimos encontrados para R_a , R_t e MRR foram 1,86 μ m, 10,84 μ m e 36,92 cm³/min, respectivamente. Neste caso, os parâmetros de processo que atenderiam estas condições seriam uma velocidade de corte de 257,617 m/min, um avanço de 0,13mm/rev e uma profundidade de corte de 1,108mm.

Passo 10: Para tornar possível a comparação entre os resultados obtidos e os ótimos individuais de R_a , R_t e MRR, foi necessária a otimização individual de cada uma das respostas iniciais. Assim, R_a e R_t foram minimizadas de acordo com as equações (14) e (15) e MRR foi maximizada de acordo com a equação (16).

$$\zeta_n = \min_{x \in \Omega} [\hat{R}_a(x)] \quad (14)$$

$$\zeta_n = \min_{x \in \Omega} [\hat{R}_t(x)] \quad (15)$$

$$\zeta_n = \max_{x \in \Omega} [\hat{MRR}_i(x)] \quad (16)$$

Os resultados encontrados nas otimizações individuais estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Ponto de Utopia e Resultados da Otimização Global

| | R_a | R_t | MRR |
|---|---------|---------|----------------------|
| Ponto de Utopia (Otimizações individuais) | 1.45 | 8.75 | 47.78 |
| Otimização global (método NBI-PCA-SNR) | 1.86 | 10.84 | 36.92 |
| Unidade | μ m | μ m | cm ³ /min |

Através da análise dos resultados obtidos, é possível afirmar que a combinação dos métodos NBI, PCA e SNR produz uma solução próxima dos valores ótimos determinados. Como os resultados são compatíveis com os valores esperados e a teoria do processo de torneamento, o método NBI-PCA-SNR mostra-se eficiente, levando em consideração a influência da correlação existente entre as respostas e o conflito de otimização das respostas, informações geralmente não consideradas pelos métodos tradicionais.

Embora não se possa generalizar, este procedimento pode ser adequado para a modelagem e otimização de diversos outros processos.

6. Conclusão

No contexto da otimização multiobjetivo dos processos de manufatura, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de propor uma combinação de métodos a fim de eliminar a

correlação entre as respostas e promover a otimização de um processo com respostas correlacionadas.

Foi aplicada uma combinação dos métodos de Interseção Normal à Fronteira, Análise de Componentes principais e relações Sinal-ruído de Taguchi na otimização do processo de torneamento do aço 12L14. A utilização das relações Sinal-ruído de Taguchi permitiu a padronização do sentido de otimização das respostas avaliadas. A análise de componentes principais foi responsável por eliminar a correlação entre as respostas e tornou possível a otimização final através do método NBI.

O método proposto permitiu que se chegasse a valores próximos dos valores definidos como valores ótimos, provando ser eficiente na otimização deste tipo de processo, demonstrando ser uma abordagem adequada e de possível aplicação para outros problemas de otimização multiobjetivo com respostas correlacionadas.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a FAPEMIG, CNPq e CAPES pelo suporte nesta pesquisa.

Referências

- BARIL, C.; YACOUT, S.; CLÉMENT, B.** Design for Six Sigma through collaborative multiobjective optimization. *Computers and Industrial Engineering*, v. 60, p. 43–55, 2011.
- BRITO, T. G.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; GOMES, J. H. F.; BALESTRASSI, P. P.** A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. *Precision Engineering*, v. 38, n. 3, p. 628–638, 2014. Elsevier Inc.
- DAS, I.; DENNIS, J. E.** Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. *SIAM Journal on Optimization*, v. 8, n. 3, p. 631–657, 1998.
- FREITAS, G. J. H.; JÚNIOR, A. R. S.; PAIVA, A. P.; et al.** Global Criterion Method based on principal components to the optimization of manufacturing processes with multiple responses. *Journal of Mechanical Engineering*, v. 58, p. 345–353, 2012.
- GOMES, J. H. F.** Método dos polinômios canônicos de misturas para otimização multi-objetivo, 2013. Itajubá, Minas Gerais, Brazil: Universidade Federal de Itajubá.
- JIA, Z.; IERAPETRITOU, M. G.** Generate Pareto optimal solutions of scheduling problems using normal boundary intersection technique. *Computers and Chemical Engineering*, v. 31, p. 268–280, 2007.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W.** Applied multivariate statistical analysis. 5 ed ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 2002.
- KONAK, S. K.; SMITH, A. E.; NORMAN, B. A.** Multi-objective tabu search using a multinomial probability mass function. *European Journal of Operational Research*, v. 169, p. 918–931, 2006.
- LIM, Y.; PARK, Y.; OH, H.-S.** Robust principal component analysis via ES-algorithm. *Journal of the Korean Statistical Society*, v. 43, p. 149–159, 2014. Elsevier B.V.
- OLIVEIRA, C. H.** Método Da Interseção Normal À Fronteira Para a Otimização Multiobjetivo De Superfícies De Resposta Duais Correlacionadas, 2013.
- PAIVA, A. P.** Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em Otimização de Processos de Manufatura com Múltiplas Respostas Correlacionadas. , p. 257, 2006.
- PARK, Y. S.; EGILMEZ, G.; KUCUKVAR, M.** A novel life cycle-based Principal Component Analysis framework for eco-efficiency analysis: case of the U.S. manufacturing and transportation nexus. *Journal of Cleaner Production*, v. 92, p. 327–342, 2015. Elsevier Ltd.
- PERUCHI, R. S.; BALESTRASSI, P. P.; PAIVA, A. P.; FERREIRA, J. R.; SANTANA CARMELOSSI, M.** A new multivariate gage R&R method for correlated characteristics. *International Journal of Production Economics*, v. 144, p. 301–315, 2013.

PONTES, F. J.; PAIVA, A. P. DE; BALESTRASSI, P. P.; FERREIRA, J. R.; SILVA, M. B. Optimization of Radial Basis Function neural network employed for prediction of surface roughness in hard turning process using Taguchi's orthogonal arrays. *Expert Systems with Applications*, v. 39, p. 7776–7787, 2012.

RAO, S. S. *Engineering optimization: theory and practice*. 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

SHUKLA, P. K.; DEB, K. On finding multiple Pareto-optimal solutions using classical and evolutionary generating methods. *European Journal of Operational Research*, v. 181, n. 3, p. 1630–1652, 2007.

SUN, G.; FANG, J.; TIAN, X.; LI, G.; LI, Q. Discrete robust optimization algorithm based on Taguchi method for structural crashworthiness design. *Expert Systems with Applications*, v. 42, n. 9, p. 4482–4492, 2015. Elsevier Ltd.

ZHANG, M.; ANWER, N.; STOCKINGER, A.; MATHIEU, L.; WARTZACK, S. Discrete shape modeling for skin model representation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, v. 227, n. 5, p. 672–680, 2013.

