

O PROBLEMA DA PSEUDO ÁRVORE CAPACITADA DE CUSTO MÍNIMO

Guilherme Figueiredo Terenciani

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Av. Costa e Silva, s/n. Campo Grande, MS - Brasil
guilhermeterenciani@gmail.com

Edna Ayako Hoshino

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Av. Costa e Silva, s/n. Campo Grande, MS - Brasil
eah@facom.ufms.br

RESUMO

Este trabalho propõe uma heurística para o problema da pseudo árvore capacitada de custo mínimo (CRTP), que surge como um subproblema de pricing de modelos baseados em cobertura de conjuntos para o problema das m pseudo árvores capacitadas. Trabalhos anteriores mostram que a relaxação linear destes modelos fornecem bons limitantes inferiores, mas a solução exata do subproblema de pricing exige alto custo de processamento, o qual motiva o estudo de boas heurísticas para o subproblema. Dado um grafo $G = (V, E)$, uma **pseudo árvore** é um subgrafo conexo de G contendo no máximo um ciclo. Dados uma partição de V em $(\{d\}, U_1, U_2, W)$ e um inteiro Q , uma pseudo árvore $T = (V_T, E_T)$ de G é **válida** se (i) T é uma árvore com exatamente uma aresta incidente em d e $V_T \cap U_2 = \emptyset$; ou (ii) T contém um ciclo C tal que vértices em U_2 pertencem a V_T somente se ocorrem no único ciclo C , que necessariamente deve conter d ; e (iii) $|V_T \cap (U_1 \cup U_2)| \leq Q$. Dado um grafo $G = (\{d\} \cup U_1 \cup U_2 \cup W, E)$, um inteiro Q , pesos c_e associados a cada aresta $e \in E$ e prêmios p_v em cada vértice $v \in U_1 \cup U_2$, o **CRTP** consiste em encontrar uma pseudo árvore válida $T = (V_T, E_T)$ que minimiza $\sum_{e \in E_T} c_e - \sum_{v \in V_T} p_v$. A heurística proposta é baseada em heurísticas de problemas relacionados, como o problema da árvore de Steiner e o problema dos anéis-estrelas capacitados. Ela consiste em duas fases. Na primeira, uma árvore $T = (V_T, E_T)$ é construída partindo-se de uma solução parcial $T = (\{d\}, \emptyset)$ e, sucessivamente, incluindo-se um vértice v em $V \setminus V_T$ que minimiza $c_{uv} - p_v$, em que $u \in V_T$, enquanto $|V_T \cap (U_1 \cup U_2)| \leq Q$. Essa ideia é similar àquela do Algoritmo de Prim. Se $V_T \cap U_2 = \emptyset$, T é uma pseudo árvore válida. Caso contrário, a árvore T é estendida, incluindo-se e trocando-se arestas, até que T seja uma pseudo árvore válida. Na segunda fase, a busca local two-change, bastante conhecida para o problema do caixeiro viajante, é aplicada para obter a solução ótima local. Experimentos empíricos foram realizados em 63 instâncias testes da literatura. Na média, o valor da solução obtida pela heurística ainda está distante do ótimo, cerca de 17% nas instâncias com 51 vértices, mas o tempo gasto pela heurística é muito baixo (menos de um segundo) se comparado com o algoritmo exato que, em média, gastou 180 segundos e não foi capaz de resolver 17,9% das instâncias quando limitado a meia hora de processamento. Futuramente, pretende-se incorporar outras buscas locais na heurística proposta e avaliar o ganho de desempenho ao usá-la como uma heurística de *pricing* em um algoritmo *branch-and-price* para o problema das m pseudo árvores capacitadas.

PALAVRAS CHAVE. Heurística, geração de colunas, programação linear inteira.