

## UMA HEURÍSTICA BASEADA EM *PARETO LOCAL SEARCH* PARA O *POLLUTION-ROUTING PROBLEM* BI-OBJETIVO

**Luciano Costa, Anand Subramanian**

Departamento de Engenharia de Produção - Centro de Tecnologia - UFPB  
Campus I, Bloco G, Cidade Universitária, 58051-970, João Pessoa, PB  
{lucianocosta, anand}@ct.ufpb.br

**Thibaut Lust**

Sorbonne Universités, UPMC, Université Paris 06, CNRS, LIP6, UMR 7606  
F-75005, Paris, França  
thibaut.lust@lip6.fr

**Raphael Kramer**

Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia (UNIMORE)  
Via Amendola 2, 42122 Reggio Emilia, Itália  
raphael.kramer@unimore.it

### RESUMO

Este trabalho trata do *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo. Os dois objetivos considerados no problema, conflitantes entre si, referem-se à minimização das emissões de CO<sub>2</sub> e dos custos relacionados aos salários dos motoristas. Uma abordagem multi-objetivo baseada no método *Two-Phase Pareto Local Search* é utilizada na geração do conjunto de soluções eficientes do problema. Durante a primeira fase, um conjunto inicial, formado por soluções suportadas é gerado. Em seguida, as soluções presentes nesse conjunto são exploradas através de um procedimento de *Pareto Local Search*. Os resultados computacionais mostram que a abordagem utilizada leva a resultados melhores do que os obtidos pelas técnicas disponíveis na literatura. Os indicadores de qualidade Hipervolume ( $\mathcal{H}$ ) e Medida R ( $\mathcal{R}$ ) foram utilizados na avaliação dos conjuntos de soluções eficientes. Relações de desempenho também são utilizadas na análise dos resultados.

**PALAVRAS CHAVE.** *Pollution-Routing Problem*, Otimização Multi-objetivo, Two-Phase Pareto Local Search

**Área Principal:** Metaheurísticas. Logística e Transportes. Otimização Combinatória

### ABSTRACT

This paper deals with the bi-Objective Pollution-Routing Problem. In this problem, the two objectives considered in the problem, which are conflicting, are the minimization of the CO<sub>2</sub> emissions and the costs related to drivers wages. A multi-objective approach based on Two-Phase Pareto Local Search is used for generating the set of efficient solutions. During the first phase, an initial set composed by supported solutions is generated. After that, the solutions on the initial set are explored by means of a Pareto Local Search procedure. The computational results show that the proposed approach leads to better results than those obtained by multi-objective techniques available in the literature. The quality indicators Hypervolume ( $\mathcal{H}$ ) and R Measure ( $\mathcal{R}$ ) have been used for assessing the efficient solutions sets. Outperformance Relations have also been used on the results analysis.

**KEYWORDS.** *Pollution-Routing Problem*, Multi-objective Optimization, Two-Phase Pareto Local Search

**Main Area:** Metaheuristics. Logistics and Transport. Combinatorial Optimization.

## 1. Introdução

O planejamento das operações logísticas é diretamente afetado pela gestão das atividades de transporte e distribuição. No contexto da Pesquisa Operacional (PO), essas atividades são comumente relacionadas ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV) (do inglês *Vehicle Routing Problem*, VRP). Quando considerado em situações reais, o PRV tem por principal objetivo a redução dos custos operacionais que lhes são inerentes. Contudo, mesmo que os interesses econômicos relacionados a este problema sejam justificados, se faz necessário que os aspectos ambientais também sejam observados, uma vez que as operações de transporte têm sido responsáveis por boa parte das emissões de gases poluentes. Dados da Agência Internacional de Energia (IEA, 2013) mostram que as maiores emissões de CO<sub>2</sub> no ano de 2011 se concentraram nos setores energético e de transporte, sendo estes responsáveis por 35% e 28% das emissões globais, respectivamente.

Diante da crescente preocupação com os impactos ambientais causados por essas atividades, diversos autores têm trabalhado no sentido de considerar objetivos que busquem uma redução dos danos provenientes das atividades logísticas. Dessa maneira, Sbihi e Eglese (2007) definiram o conceito de Logística Verde e apresentaram alguns problemas de otimização combinatória que poderiam ser trabalhados no contexto ambiental.

Os trabalhos realizados nessa área buscam em sua maioria a redução das emissões dos gases causadores do efeito estufa. No âmbito do roteamento de veículos, alguns trabalhos estimam a emissão dos gases poluentes através do produto carga  $\times$  distância (Figliozzi, 2010; Xiao *et al.*, 2012; Kopfer *et al.*, 2014).

Bektaş e Laporte (2011) propuseram o *Pollution-Routing Problem* (PRP), que é uma extensão do VRPTW (Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo), e que computa as emissões em função da distância percorrida, da carga e da velocidade do veículo. Juntamente com as emissões de CO<sub>2</sub>, a duração das rotas define o custo a ser minimizado pela função objetivo do PRP.

O PRP deu origem a diversos outros problemas, como: o *Emissions-based Time-Dependent Vehicle Routing Problem* (Jabali *et al.*, 2012), o *Time-Dependent Pollution-Routing Problem* (Franceschetti *et al.*, 2013), o *Fleet Size and Mix Pollution-Routing Problem* (Koç *et al.*, 2014), e o *Pollution-Routing Problem* bi-objetivo (Demir *et al.*, 2014). Para uma análise do estado-da-arte relacionado à temática da logística ambiental, indica-se os trabalhos de Demir *et al.* (2012), Salimifard *et al.* (2012), Lin *et al.* (2014) e Kramer (2014).

Em boa parte dos trabalhos citados, os aspectos ambientais são tratados conjuntamente com os aspectos econômicos em uma única função objetivo. Embora a resolução desses problemas segundo essa abordagem permita a obtenção de bons *insights* relacionados às economias que poderiam ser obtidas, os tomadores de decisão nem sempre têm acesso a cenários que os permitam chegar às melhores possibilidades. Além disso, muitos dos objetivos considerados nos problemas de distribuição resolvidos no contexto ambiental são conflitantes, isto é, a otimização de um objetivo leva a degeneração de outros. Nesse sentido, Ehrgott (2005) afirma que a utilização de uma metodologia multi-objetivo é indicada quando os objetivos considerados no problema são conflitantes e quando se deseja realizar uma análise dos *trade-offs* existentes durante o processo de tomada de decisão.

No PRP, o custo associado às emissões de poluentes é estimado por meio de uma função quadrática da velocidade. Considerando que a função é convexa e que existe uma velocidade ótima que minimiza esse custo, é fácil perceber que qualquer alteração na velocidade objetivando a minimização da duração das rotas acarreta em um aumento na quantidade de CO<sub>2</sub> emitida. Diante dessa situação, Demir *et al.* (2014) definiram o *bi-Objective Pollution-Routing Problem* (b-PRP), uma vez que os objetivos se mostram conflitantes. Os autores resolveram este problema através de quatro métodos: método da soma ponderada das funções objetivo, método da soma ponderada das funções objetivo normalizadas, método baseado em  $\epsilon$ -restrições e um método híbrido. A principal contribuição deste trabalho reside na proposição do problema, pois os métodos utilizados se

mostraram muito simples.

Visando a melhoria dos resultados presentes na literatura para o b-PRP, um algoritmo de duas fases baseado em Lust e Teghem (2009) é apresentado. Na primeira fase, problemas ponderados mono-objetivo são resolvidos utilizando-se uma adaptação do método de Kramer *et al.* (2015). Na segunda fase, realiza-se uma Busca Local de Pareto visando-se encontrar soluções para o b-PRP que possam compor o conjunto de soluções.

O restante deste artigo é estruturado como segue: a Seção 2 descreve o b-PRP de maneira formal, identificando e definindo os principais parâmetros e variáveis do problema. A Seção 3, por sua vez, apresenta os principais conceitos relacionados à Otimização Multi-Objetivo. A Seção 4 descreve o método proposto para a resolução do b-PRP. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos na Seção 5, enquanto que a Seção 6 conclui o trabalho e apresenta propostas para trabalhos futuros.

## 2. Descrição do Problema

O *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo é definido em um grafo completo  $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathcal{A})$ , onde  $\mathcal{N} = \{0, \dots, n\}$  é conjunto dos vértices e  $\mathcal{A} = \{(i, j) : i, j \in \mathcal{N}; i \neq j\}$  é o conjunto de arcos. O vértice  $\{0\}$  representa o depósito e o conjunto  $\mathcal{N}_0 = \mathcal{N} \setminus \{0\}$  está relacionado aos clientes. A cada cliente  $i$  é associado: uma demanda  $q_i$  que deve ser satisfeita completamente, um intervalo de atendimento  $[a_i, b_i]$  e um tempo de atendimento  $t_i$ . A distância entre dois clientes  $i$  e  $j$  é dada por  $d_{ij}$  e uma frota homogênea  $\kappa = \{1, \dots, r\}$  é disponível, onde cada veículo possui capacidade  $Q$ .

O b-PRP possui duas funções objetivo: a primeira objetiva minimizar os custos das emissões provenientes dos veículos (associado ao consumo de combustível) e a segunda minimiza os custos com os salários dos motoristas (associado com a duração das rotas).

As emissões são calculadas segundo o *Modelo Compreensivo de Emissões* que é descrito por Barth *et al.* (2005). Após algumas simplificações, ele é apresentado em Bektaş e Laporte (2011) como:

$$F(\nu) = \lambda(\mu NV + w\lambda\alpha\nu + \lambda\alpha f\nu + \beta\gamma\nu^3)d/\nu, \quad (1)$$

onde  $\lambda$  e  $\gamma$  são parâmetros ligados às propriedades do combustível,  $\beta$  e  $w$  estão relacionados às características dos veículos e  $a_{ij}$  é uma contante dependente das características da rodovia e da aceleração do veículo. Os outros parâmetros são:  $\mu$  é o fator de atrito do motor,  $N$  é a velocidade de rotação das engrenagens no motor,  $V$  é relacionado ao deslocamento do pistão no motor do veículo,  $\nu$  é a velocidade do veículo em um dado arco,  $f$  é a carga acumulada do veículo em um arco analisado e  $d$  é a distância entre dois clientes. Excetuando  $\nu$ ,  $f_{ij}$ , que são variáveis, e  $d_{ij}$  que é um parâmetro do PRP, os valores das constantes apresentadas podem ser encontrados em Demir *et al.* (2012).

Como o PRP é uma variante do VRPTW, o tempo de chegada nos clientes também é uma variável de decisão. Dessa forma, pode-se facilmente determinar a duração de cada uma das rotas, bastando apenas verificar o tempo de chegada no último cliente da rota. O salário dos motoristas pode ser calculado como sendo a duração rota (em segundos) vezes o salário do motorista (por segundo trabalhado).

Tomando  $f_c$  como sendo o custo pelo consumo de um litro de combustível e  $f_d$  como o custo do salário dos motoristas, as funções objetivo do b-PRP podem ser sintetizadas como:

$$\min \sum_{(i,j) \in \mathcal{S}} f_c F \quad (2)$$

$$\min \sum_{i \in \kappa} f_d s_i, \quad (3)$$

onde  $S$  é conjunto dos arcos presentes na solução,  $F$  é o consumo total em litros associado aos arcos de  $S$  e  $s_r$  é o tempo de retorno ao depósito em cada uma das  $r$  rotas. Uma formulação completa para esse problema pode ser encontrada em Demir *et al.* (2014).

### 3. Otimização Multi-Objetivo

O Problema de Otimização Multi-Objetivo (POM) é definido em (4) sobre um espaço de soluções  $X$  e visa otimizar simultaneamente dois ou mais objetivos conflitantes. Para cada um dos  $k$  objetivos, uma função escalar  $f$  é definida.

$$\min z(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)], \quad (4)$$

$$x \in X.$$

O conjunto  $X$ , também chamado de conjunto viável, ou conjunto das alternativas em um problema de decisão, é definido por um conjunto de restrições e é dado por  $X = \{x \in R^n : h(x) = 0, g(x) \geq 0\}$ . O conjunto viável no espaços de objetivos (a imagem do conjunto) é chamado  $Z$  e é definido por  $Z = z(X) = \{[f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] : x \in X\}$ .

Uma solução viável  $x^* \in X$  é dita Pareto-Ótima ou Eficiente se, para um dado POM, não existe uma outra solução  $x \in X$ ,  $x \neq x^*$ , tal que  $f_i(x) \leq f_i(x^*) \forall i \in \{1, \dots, k\}$  e  $\exists i \in \{1, \dots, k\}$  tal que  $f_i(x) < f_i(x^*)$ . A imagem  $z(x)$  de uma solução eficiente  $x$  no espaço de objetivos é um Ponto Não-Dominado no  $R^k$ . Se  $f_i(x^*) < f_i(x) \forall i \in \{1, \dots, k\}$ , diz-se que a solução  $x^*$  domina estritamente a solução  $x$ . Ainda, se a relação  $f_i(x^*) \leq f_i(x) \forall i \in \{1, \dots, k\}$  vale, a solução  $x$  é fracamente dominada por  $x^*$ .

O conjunto formado por todas as Soluções Eficientes de um POM é chamado Conjunto de Soluções Eficientes, enquanto o conjunto composto pelas imagens  $z(x)$  de todas as soluções eficientes é chamado de Fronteira de Pareto (FP) ou Fronteira de Soluções Não-Dominadas.

#### 3.1. Classificação das Soluções Eficientes e dos Pontos Não-Dominados

Um método bastante conhecido para a resolução de problemas multi-objetivo é o da soma ponderada (dos objetivos). Sejam  $f_i(x) \forall i \in \{1, \dots, k\}$  funções escalares e  $\lambda_i \in [0, 1] \forall i \in \{1, \dots, k\} | \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1$ , valores escalares que representam pesos atribuídos às funções, o POM (4) pode ser re-escrito como:

$$\min z = \sum_{i=1}^k \lambda_i f_i(x), \quad (5)$$

$$x \in X.$$

Uma vez que a função ponderada tenha sido obtida, técnicas mono-objetivo podem ser utilizadas para resolver o problema. Variando-se os valores dos pesos, diferentes soluções podem ser encontradas (Ehrgott, 2005).

A vantagem desse método reside na simplicidade de sua execução. Além disso, ele leva à distinção das soluções eficientes e dos pontos dominados em duas categorias: soluções eficientes suportadas e as não-suportadas (Ehrgott, 2005).

As soluções suportadas são obtidas resolvendo-se problemas mono-objetivo obtidos através da soma ponderada dos objetivos do POM. A imagem dessas soluções no espaço de objetivos é chamada de ponto suportado não-dominado e é localizada na envoltória convexa do espaço de objetivos ( $\text{conv } Z$ ). Soluções suportadas eficientes e pontos suportados não-dominados são representados respectivamente por:  $X_{SE}$  e  $Y_{SN}$ . As soluções não-suportadas, por sua vez, não são obtidas a partir da solução de problemas ponderados e suas imagens são localizadas no interior de  $\text{conv } Z$ . As soluções não-suportadas são denotadas por  $X_{NSE}$  e suas imagens em por  $Y_{NSN}$ .

As soluções suportadas podem ainda ser divididas em dois tipos: as soluções suportadas extremas ( $X_{SE_1}$ ) e as não-extremas ( $X_{SE_2}$ ). As primeiras possuem suas imagens ( $z(X_{SE_1})$ ) localizadas nos vértices de  $\text{conv } Z$ , ao passo que as segundas possuem suas imagens ( $z(X_{SE_2})$ ) situadas ao longo das arestas que ligam dos vértices do espaço de soluções.

Pode-se definir ainda dois limitantes para as imagens das soluções eficientes de um POM. O Ponto Ideal ( $z^I$ ) tem como coordenadas no Espaço de Objetivos os menores valores para cada um dos objetivos:  $z_i^I = \min_{x \in \mathcal{X}} z_i(x) \quad \forall i = 1, \dots, k$ . O Ponto de Nadir ( $z^N$ ), por sua vez, contém as coordenadas no Espaço de Objetivos formadas pelos piores valores para cada um dos objetivos, dentre as soluções eficientes:  $z_i^N = \max_{x \in \mathcal{X}} z_i(x) \quad \forall i = 1, \dots, k$ .

#### 4. Algoritmo Proposto

O método utilizado para a resolução do b-PRP foi o *Two-Phase Pareto Local Search* (2PPLS) proposto por Lust e Teghem (2009) que, diferentemente dos métodos de duas fases proposto por Ulungu e Teghem (1995), utiliza abordagens aproximativas nas duas fases do método.

As duas fases do método são apresentadas abaixo:

- **Fase 1:** Objetiva encontrar uma boa aproximação das soluções eficientes suportadas. Essas soluções são obtidas a partir da resolução de um problema mono-objetivo que é resultado da agregação linear das funções objetivo do POM.
- **Fase 2:** Procede-se com uma busca por soluções eficientes não-suportadas aproximadas, que são localizadas entre as soluções eficientes suportadas. Neste trabalho, as soluções não-suportadas são obtidas a partir da aplicação de um procedimento de busca local.

Os algoritmos utilizados para a resolução de cada uma das fases são apresentados e descritos nas Subseções 4.1 e 4.2. Por notação, os símbolos  $\uparrow$ ,  $\downarrow$ ,  $\updownarrow$  e  $\triangleright$ , apresentados nos Algoritmos 1-4, significam respectivamente: parâmetro de entrada, parâmetro de saída, parâmetro de entrada e saída e comentários.

#### 4.1. Primeira Fase: Geração do Conjunto de Soluções Suportadas

A primeira fase do método consiste na obtenção de um conjunto de soluções suportadas. Os pesos utilizados na agregação dos objetivos foram obtidos segundo o esquema dicotômico proposto por Aneja e Nair (1979) e adaptado por Lust e Teghem (2009). Esse procedimento consiste na geração de pesos que tornam possível a obtenção do conjunto completo mínimo de soluções suportadas extremas para problemas bi-objetivo.

Dado que Lust e Teghem (2009) empregam um método heurístico para a resolução dos problemas mono-objetivo, as soluções obtidas não são necessariamente eficientes ou suportadas. Contudo, elas constituem um conjunto de soluções muito próximo do conjunto completo mínimo de soluções eficientes suportadas.

##### 4.1.1. Procedimento de Obtenção de Soluções Suportadas

O método para a obtenção do conjunto de soluções suportadas extremas aproximadas para o b-PRP é apresentado no Algoritmo 1. Sempre que o método `SolvePRP` é chamado, uma ponderação do tipo  $\lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2$  é feita e o problema é resolvido utilizando-se uma adaptação do método de Kramer *et al.* (2015) (Seção 4.1.2). Nas Linhas 4 e 6, o PRP é resolvido apenas para um dos objetivos. Os custos referentes às emissões totais das rotas são minimizados na primeira chamada (Linha 4), tomando-se  $\lambda_1 = 1$  e  $\lambda_2 = 0$ , ao passo que na segunda chamada (Linha 6), apenas o objetivo que minimiza a soma da duração total das rotas é considerado, assumindo-se  $\lambda_1 = 0$  e  $\lambda_2 = 1$ . Uma vez que ambas as soluções tenham sido obtidas, o conjunto de soluções é gerado (Linha 7), e então o procedimento `SolveRecursionHeuristic` é chamado.

O método `SolveRecursionHeuristic`, que é um algoritmo recursivo, é apresentado no Algoritmo 2. Ele recebe duas soluções suportadas  $x_r$  e  $x_s$  presentes no conjunto  $\hat{S}$  (Linha 7 do Algoritmo 1) e determina um novo conjunto de pesos (Linha 3) que levará a obtenção de uma nova solução suportada, que pode ser extrema. Quando  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são calculados, resolve-se um novo PRP (Linha 4) e então se obtém uma solução  $x_t$ . A solução  $x_t$  é aplicada ao procedimento `AddSolution` que tentará atualizar o conjunto de soluções eficientes. Ela será comparada a cada uma das soluções presentes no conjunto de soluções e só será adicionada a  $\hat{S}$  caso ela não seja

---

**Algoritmo 1 bPRP\_Phase1\_Heuristic**


---

- 1: Parâmetros↑: Matriz de custos  $C$  do bPRP
  - 2: Parâmetros↓: Uma aproximação  $X_{SE}$  de  $X_{SE}$
  - 3:  $\lambda = (1, 0)$
  - 4: SolvePRP( $\lambda$  ↓,  $x_1$  ↑) ▷ Resolver o PRP considerando apenas o objetivo que minimiza as emissões
  - 5:  $\lambda = (0, 1)$
  - 6: SolvePRP( $\lambda$  ↓,  $x_2$  ↑) ▷ Resolver o PRP considerando apenas o objetivo que minimiza os custos com os salários dos motoristas
  - 7:  $\hat{S} \leftarrow \{x_1, x_2\}$  ▷ Computar uma aproximação para o  $X_{SE}$
  - 8: SolveRecursionHeuristic( $x_1$  ↓,  $x_2$  ↓,  $\hat{S}$  ↓)
  - 9:  $\hat{X}_{SE} \leftarrow \hat{S}$
- 

---

**Algoritmo 2 SolveRecursionHeuristic**


---

- 1: Parâmetros↓:  $x_r$  e  $x_s$
  - 2: Parâmetros↑:  $\hat{S}$
  - 3:  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$   $\lambda_1 = \frac{f_2(x_r) - f_2(x_s)}{f_2(x_r) - f_2(x_s) + f_1(x_s) - f_1(x_r)}$  e  $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$  ▷ Novo conjunto de pesos  $\lambda$
  - 4: SolvePRP( $\lambda$  ↓,  $x_t$  ↑) ▷ Resolver PRP  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$
  - 5: AddSolution( $\hat{S}$  ↓,  $x_t$  ↓,  $z(x_t)$  ↓) ▷ Adicionar  $x_t$  ao conjunto  $\hat{S}$
  - 6: **se**  $z(x_t) \cap \text{int } \Delta z(x_r)z(x_s) \neq 0$  **então**
  - 7:     SolveRecursionHeuristic( $x_r$  ↓,  $x_t$  ↓,  $\hat{S}$  ↓)
  - 8:     SolveRecursionHeuristic( $x_t$  ↓,  $x_s$  ↓,  $\hat{S}$  ↓)
- 

dominada por nenhuma outra solução presente no conjunto. O Algoritmo AddSolution será melhor explicado mais adiante.

Se a imagem da solução  $x_t$  (nova solução) estiver localizada no interior do triângulo formado pelos pontos  $z(x_r)$ ,  $z(x_s)$  e o ponto ideal local formado por essa duas soluções ( $\Delta z(x_r)z(x_s)$ ) (Linha 6 do Algoritmo 2), o algoritmo recursivo é re-iniciado duas vezes: uma considerando as soluções  $x_r$  e  $x_t$  (Linha 7) e outra considerando  $x_t$  e  $x_s$  (Linha 8). Caso contrário, o algoritmo para.

Em AddSolution (Algoritmo 3), o custo da solução  $p$  candidata é comparado ao custo de todas as demais soluções presentes no conjunto de soluções eficientes. Se a solução  $p$  for fracamente dominada por alguma solução  $x$  existente no conjunto das soluções eficientes, o parâmetro *Added* recebe *false* e a execução do procedimento é finalizada. Por sua vez, caso a solução  $p$  domine alguma solução  $x$  presente no conjunto de soluções eficientes, a solução  $x$  é removida. É importante notar que mais de uma solução  $x$  pode ser removida, bastando apenas que a solução candidata  $p$  as domine. Ao final do laço, caso a solução candidata não seja dominada por nenhuma solução eficiente, ela é adicionada ao conjunto de soluções eficientes.

---

**Algoritmo 3 AddSolution**


---

- 1: Parâmetros ↓: Um lista  $\hat{S}_E$  das potenciais soluções eficientes
  - 2: Parâmetros ↓: Uma solução  $p$  e seu custo  $z(p)$
  - 3: Parâmetros ↓: *Added* (Opcional)
  - 4: *Added* ← *true*
  - 5: **para todo**  $x \in \hat{X}_E$  **faça**
  - 6:     **se**  $z(x) \leq z(p)$  **então**
  - 7:         *Added* ← *false*
  - 8:         Vá para Linha 11 ▷ Deixar o laço
  - 9:     **se**  $z(p) \prec z(x)$  **então**
  - 10:          $\hat{X}_E \leftarrow \hat{X}_E \setminus \{x\}$
  - 11: **se** *Added* = *true* **então**
  - 12:      $\hat{X}_E \leftarrow \hat{X}_E \cup \{p\}$
- 

**4.1.2. Procedimento de Resolução do PRP mono-objetivo**

Os problemas mono-objetivo obtidos a partir da ponderação descrita na subseção 4.1.1 são resolvidos utilizando-se uma adaptação do método proposto por Kramer *et al.* (2015). A escolha por

esse método se deu pois, na literatura do PRP mono-objetivo, ele foi o que apresentou os melhores resultados.

O algoritmo proposto por Kramer *et al.* (2015) combina procedimentos de Busca Local (ILS), com um procedimento de otimização das velocidades (SOA) e um modelo de *Set Partitioning* (SP) para a seleção das melhores rotas obtidas ao longo da execução do algoritmo. No caso em questão, entretanto, foi feita uma simplificação deste algoritmo a fim de que seu tempo de execução fosse reduzido. Para o caso em questão, o modelo de SP não foi utilizado, considerando-se apenas os procedimentos ILS e SOA.

O algoritmo de Kramer *et al.* (2015) utiliza estruturas eficientes (Vidal *et al.*, 2013) na avaliação dos movimentos durante a etapa de busca local. Tal recurso leva a uma diminuição do tempo de execução do algoritmo, o que o torna bastante competitivo. Para maiores informações acerca das estruturas de vizinhança utilizadas, do SOA ou mesmo do procedimento de avaliação eficiente dos movimentos de busca local, ver Kramer *et al.* (2015).

#### 4.2. Segunda Fase: Encontrar Soluções Eficientes Não-Suportadas

A segunda fase do método tem por objetivo encontrar soluções eficientes não-suportadas entre as soluções suportadas, e assim aumentar o número de soluções no conjunto de soluções eficientes. Esse processo se dá através da utilização de um procedimento de *Pareto Local Search* (PLS) que é apresentado no Algoritmo 4.

Um método PLS baseia-se na noção de Ótimo Local de Pareto (OLP). Segundo Paquete *et al.* (2004), um OLP pode ser definido como: seja  $p \in X$  uma solução eficiente e  $\mathcal{N}$  uma vizinhança de  $p$ , diz-se que a solução  $p$  é um OLP com relação à  $\mathcal{N}$ , se e somente se, não existe uma solução  $p' \in \mathcal{N}$  tal que  $z(p') \prec z(p)$ . Nesse contexto, pode-se também apresentar o conceito de Conjunto de Ótimos Locais de Pareto (COLP). Diz-se que  $P$  é um conjunto de Ótimos Locais de Pareto, se e somente se,  $P$  contém apenas Ótimos Locais com relação à  $\mathcal{N}$ .

O Algoritmo 4 leva à obtenção de um COLP e foi proposto por Paquete *et al.* (2004). O procedimento recebe um conjunto inicial de soluções  $P_0$  (formado por soluções suportadas aproximadas geradas durante a primeira fase do método) e retorna uma aproximação do conjunto de soluções eficientes. O método é iniciado com um conjunto  $P$ , que é composto por potenciais soluções eficientes contidas em  $P_0$ . Durante a execução do procedimento, para cada uma das soluções  $p \in P$ , todos os vizinhos  $p'$  são gerados. Se uma solução  $p'$  gerada não for fracamente dominada por  $p$ , tenta-se adicioná-la ao conjunto de soluções eficientes. É importante notar que o método *AddSolution* não só adiciona novas soluções ao conjunto de soluções eficientes, como também remove soluções presentes em  $\hat{X}_E$  que passam a ser dominadas. Pode-se verificar que não apenas soluções suportadas podem dar origem a novas soluções. Sempre que uma solução  $p' \in \mathcal{N}$  é adicionada ao conjunto de soluções eficientes, ela é também colocada em uma lista de soluções que será analisada uma vez que todas as soluções do atual conjunto tenham sido exploradas.

Embora esta fase seja simples do ponto de vista conceitual, alguns cuidados devem ser tomados quando da avaliação das novas soluções. A determinação de uma nova solução para o b-PRP consiste na determinação de um novo conjunto de rotas e de novos valores de velocidade nos arcos da solução. Esta segunda etapa pode resultar em um aumento considerável no tempo de execução do algoritmo e portanto deve ser bem gerenciada.

Na PLS, um novo conjunto de rotas pode ser determinado a partir da aplicação de alguma estrutura de vizinhança. É importante ressaltar que, a cada simples mudança da ordem dos clientes na rota dos veículos, uma nova solução é gerada. Nesta fase foram utilizadas as seguintes vizinhanças: *Shift* (1, 0) e *Crossover*, como vizinhanças Inter-Rota, e *Or-Opt1* e *2-Opt* como vizinhanças Intra-Rota.

Quando uma nova ordem para os clientes é estabelecida, as novas velocidades nos arcos da solução devem ser recomputadas, e isto deve ser feito utilizando-se o SOA. Contudo, utilizar o SOA sempre que uma nova solução é obtida pode se tornar inviável no que diz respeito ao tempo computacional. Como discutido em Hvattum *et al.* (2013), o SOA apresenta uma complexidade  $\mathcal{O}(n^2)$ .

---

**Algoritmo 4** Pareto Local Search
 

---

```

1: Parâmetros ↓: Um conjunto inicial  $P_0$  e dados do b-PRP
2: Parâmetros ↑: Uma aproximação  $\hat{X}_E$  do conjunto de soluções eficientes
3:  $\hat{X}_E \leftarrow P_0$                                      ▷ Inicialização dos conjuntos  $\hat{X}_E$  e  $P$  a partir dos valores de  $P_0$ 
4:  $P \leftarrow P_0$ 
5:  $P_a \leftarrow \emptyset$                                    ▷ Inicialização de um conjunto auxiliar  $P_a$ 
6: enquanto  $P \neq \emptyset$  faça
7:   para todo  $p \in P$  faça
8:     para todo  $p' \in \mathcal{N}(p)$  faça                       ▷ Geração de todos os vizinhos  $p'$  de cada solução  $p \in P$ 
9:       se  $z(p) \not\leq z(p')$  então
10:        AddSolution( $\hat{X}_E \downarrow, p' \downarrow, z(p') \downarrow, Added \downarrow$ )
11:        se  $Added = true$  então
12:          AddSolution( $P_a \downarrow, p' \downarrow, z(p') \downarrow$ )
13:    $P \leftarrow P_a$                                      ▷  $P$  é composto pelas novas potenciais soluções eficientes
14:    $P_a \leftarrow \emptyset$                                ▷ Reinicialização da  $P_a$ 

```

---

Por sua vez, as estruturas de vizinhança empregadas também possuem complexidade  $\mathcal{O}(n^2)$ . Assim, empregar o SOA dentro das estruturas de vizinhança a cada vez que alguma mudança na ordem dos clientes é feita, elevaria consideravelmente o tempo de execução.

A fim de se viabilizar a geração de novas soluções durante essa fase do método, um mecanismo de avaliação das novas soluções baseado na estimativa das velocidades em cada arco é empregado. Nesse procedimento, sempre que uma nova ordem dos clientes é determinada, o valor da solução é avaliado considerando-se que todos os arcos da solução possuem a velocidade máxima da instância. Caso a solução obtida seja um OLP, o SOA é empregado e os valores das velocidades nos arcos são determinados. Apesar da simplicidade da abordagem, essa estratégia reduz consideravelmente o número de chamadas ao SOA, tornando o procedimento de busca local mais barato sob o ponto de vista computacional.

## 5. Resultados Computacionais

Nesta seção são reportados os resultados dos experimentos realizados com o 2PPLS na resolução do b-PRP. As instâncias utilizadas nos testes foram as apresentadas no trabalho de Demir *et al.* (2012), uma vez que as instâncias para o b-PRP, descritas em Demir *et al.* (2014), não foram disponibilizadas pelos autores.

O algoritmo proposto foi implementado em linguagem de programação C++ e executado em um computador com processador Intel Core i7-3770 3.40GHz, 16 GB de memória RAM e Sistema Operacional Ubuntu 14.04. Uma única *thread* foi utilizada durante os testes e o algoritmo foi executado 10 vezes para cada instância, com sementes aleatórias.

Na literatura do b-PRP, o único trabalho que propõe métodos de resolução e apresenta resultados é o de Demir *et al.* (2014). Contudo, como as instâncias utilizadas nesse trabalho não estão disponíveis para *download*, os resultados obtidos pelo 2PPLS não puderam ser comparados diretamente. A fim de se avaliar o desempenho do 2PPLS na resolução do b-PRP, os métodos da Soma Ponderada das Funções Objetivo (SPF) e da Soma Ponderada das Funções Objetivo Normalizadas (SPFN), utilizados em Demir *et al.* (2014), foram re-implementados. Nesses métodos, a ponderação das funções objetivo considerou o conjunto de pesos:  $W = \{(1; 0) (0, 9; 0, 1) \dots (0, 1; 0, 9) (0; 1)\}$ , totalizando 11 conjuntos de pesos. Uma vez que os problemas ponderados tenham sido obtidos, um método mono-objetivo foi utilizado para os resolver. Neste artigo, utilizou-se o ILS-SOA como método mono-objetivo, que foi o mesmo método utilizado na primeira fase do 2PPLS. Testes preliminares mostraram que este método é melhor do que o utilizado originalmente por Demir *et al.* (2014) na resolução do PRP mono-objetivo. Dessa forma, as diferenças apresentadas nos resultados são devidas apenas aos métodos multi-objetivo empregados.

Os resultados foram avaliados segundo os indicadores Hipervolume  $\mathcal{H}$  (a ser maximizado) (Zitzler *et al.*, 2003) e Medida  $\mathcal{R}$  (normalizada entre 0 e 1, a ser maximizada) (Jaszkiewicz, 2002).



O primeiro avalia o volume do espaço delimitado por um ponto de referência (aproximação do ponto de Nadir), que é dominado pelo conjunto de pontos. Quanto maior o número de pontos na fronteira e melhor sua distribuição, além de quanto mais distantes forem do ponto de referência, maior o valor de  $\mathcal{H}$ . O segundo indicador, avalia a fronteira obtida através do valor esperado da Função de Tchebycheff ponderada por um conjunto de pesos normalizados. Foram utilizados 101 conjuntos de pesos.

Os valores dos indicadores obtidos pelo 2PPLS e pelos métodos de *benchmarking* foram avaliados por meio do teste estatístico não-paramétrico de Mann-Whitney (MW), pois assumiu-se que as distribuições dos dados não eram conhecidas. Como duas hipóteses foram simultaneamente testadas (diferenças nos valores de  $\mathcal{H}$  e  $\mathcal{R}$ ), os valores do risco  $\alpha$ , que indicam a probabilidade de erro do teste, foram ajustados segundo o Método de Rejeição Sequencial de Holm (Holm, 1979). Tomou-se  $\alpha$  igual a 0,05. O menor p-valor obtido durante a realização dos testes estatísticos foi comparado com  $\alpha/2$ , enquanto que o segundo menor foi comparado à  $\alpha$ . Os resultados estatísticos são apresentados nas colunas (MW) da Tabela 1. As análises foram feitas sempre em relação ao 2PPLS e seguiram o seguinte esquema: os sinais “>” e “<” indicam, respectivamente, que o valores médios obtidos pelos critérios nas análise são maiores/menores do que o valores médios obtidos pelos outros métodos. O sinal “=”, por sua vez, indica que os valores médios não diferem estatisticamente. O número de soluções obtidas (# Sol.) e o tempo de execução (T (s)) também são apresentados na Tabela 1, mas não são determinantes na avaliação da qualidade do método.

A cada iteração do algoritmo foram computados os indicadores de qualidade considerados. Os valores médios foram comparados utilizando-se o teste MW. O *Software R* (R Core Team, 2013) foi empregado nas análises estatísticas.

Os resultados na Tabela 1 mostram que o desempenho do 2PPLS é melhor do que o dos métodos de *benchmarking*. Exceto para a instância UK100\_12, resolvida pelo Método da SPF, os valores do Hipervolume e da Medida R são sempre estatisticamente superiores. Isso mostra que as soluções presentes nas Fronteiras de Pareto obtidas pelo método proposto estão mais próximas do ponto ideal. Além disso, mesmo que não sejam determinantes na avaliação da qualidade do método, o número de soluções obtidas e tempo de execução do algoritmo mostraram que o método foi capaz de gerar um grande número de cenários de análise (soluções) em um tempo reduzido.

Tabela 1: Resultados Comparativos 2PPLS x Soma Ponderada (SP) x Soma Ponderada Normalizada (SPN)

Instância	2PPLS				Soma Ponderada				MW		Soma Ponderada Normalizada				MW	
	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	# Sol.	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$	T (s)	$\mathcal{H}$	$\mathcal{R}$
UK100_01	<b>87,6</b>	54414,32	0,88685	<b>226,59</b>	8,9	53353,17	0,86819	332,88	>	>	9,1	52916,21	0,87172	370,55	>	>
UK100_02	<b>94,7</b>	49673,12	0,89094	<b>193,86</b>	10,2	49148,35	0,87918	323,76	>	>	9,9	49015,58	0,87365	365,85	>	>
UK100_03	<b>79,2</b>	40390,48	0,88964	<b>208,46</b>	9,9	39902,40	0,87391	325,80	>	>	10,1	39815,65	0,87716	373,67	>	>
UK100_04	<b>90,4</b>	52787,86	0,89456	<b>222,95</b>	9,5	52071,60	0,88086	319,08	>	>	9,7	51847,24	0,87864	360,71	>	>
UK100_05	<b>83,2</b>	39897,78	0,88944	<b>217,47</b>	8,9	39265,10	0,87404	331,17	>	>	9,3	39051,90	0,87243	376,00	>	>
UK100_06	<b>88,5</b>	51216,17	0,88759	<b>213,94</b>	9,6	50275,93	0,86957	298,76	>	>	10,2	50139,68	0,87387	332,78	>	>
UK100_07	<b>73,5</b>	41638,30	0,88697	<b>185,84</b>	8,6	40205,30	0,87414	282,06	>	>	9,0	40587,36	0,87292	314,25	>	>
UK100_08	<b>75,5</b>	42974,44	0,88377	<b>173,16</b>	8,9	41984,04	0,86711	275,24	>	>	9,3	42337,61	0,86664	315,60	>	>
UK100_09	<b>87,3</b>	46237,46	0,88887	<b>222,77</b>	10,0	45831,44	0,87309	318,81	>	>	9,7	45660,94	0,87084	362,32	>	>
UK100_10	<b>82,1</b>	43865,31	0,88417	<b>192,40</b>	9,9	43023,59	0,87125	275,27	>	>	9,3	42880,69	0,86726	314,30	>	>
UK100_11	<b>92,9</b>	60011,79	0,88959	<b>202,57</b>	9,1	59473,31	0,87496	350,25	>	>	9,1	58625,56	0,86998	390,95	>	>
UK100_12	<b>71,8</b>	40661,16	0,88984	<b>191,47</b>	8,5	39680,32	0,87400	291,28	=	>	9,1	39855,49	0,87051	336,28	>	>
UK100_13	<b>79,7</b>	48891,32	0,88931	<b>193,54</b>	10,1	48229,18	0,87621	286,39	>	>	10,2	48241,62	0,87586	327,50	>	>
UK100_14	<b>88,8</b>	50275,94	0,88753	<b>206,95</b>	9,2	49238,26	0,87133	321,89	>	>	9,4	49466,61	0,87137	364,21	>	>
UK100_15	<b>101,6</b>	65482,62	0,89230	<b>235,81</b>	10,3	64548,79	0,87850	352,67	>	>	9,9	64425,31	0,87795	405,05	>	>
UK100_16	<b>82,2</b>	40519,42	0,89185	<b>181,28</b>	9,2	39888,97	0,87311	290,53	>	>	9,3	39522,49	0,87107	322,41	>	>
UK100_17	<b>88,9</b>	60265,74	0,89024	<b>239,91</b>	9,2	59569,53	0,87321	370,48	>	>	10,0	59433,81	0,87867	407,19	>	>
UK100_18	<b>78,5</b>	44377,73	0,89353	<b>227,36</b>	8,5	43357,29	0,87055	328,33	>	>	9,8	43822,27	0,87872	373,57	>	>
UK100_19	<b>83,4</b>	45585,95	0,89207	<b>198,11</b>	9,3	45179,69	0,87703	317,24	>	>	9,4	44852,44	0,87677	352,88	>	>
UK100_20	<b>86,0</b>	56472,95	0,89060	<b>204,86</b>	10,1	55881,15	0,87783	323,73	>	>	10,0	55628,47	0,87634	360,75	>	>

As Fronteiras de Pareto obtidas ainda foram comparadas segundo às Relações de Desempenho descritas por Hansen (1998). Comparando uma solução presente em uma fronteira obtida pelo 2PPLS com uma outra solução presente em um fronteira obtida pelos métodos de *benchmarking* (SPF/SPFN), quatro situações podem ocorrer: um ponto obtido por 2PPLS domina pelo menos

um ponto presente na outra fronteira; um ponto obtido por 2PPLS é dominado por pelo menos um ponto presente na fronteira comparada; um ponto obtido por 2PPLS é igual a alguma ponto obtido pelos outros métodos; ou ainda, os valores das soluções são incomparáveis.

Tabela 2: Relações de Desempenho

Instância	2PPLS x Soma Ponderada				Instância	2PPLS x Soma Ponderada Normalizada			
	Domina	Dominada	Igual	Incomparável		Domina	Dominada	Igual	Incomparável
UK100_01	2,91%	19,00%	0,01%	<b>78,08%</b>	UK100_01	3,45%	18,91%	0,02%	<b>77,62%</b>
UK100_02	<b>53,32%</b>	46,66%	0,01%	0,02%	UK100_02	<b>53,63%</b>	46,36%	0,01%	0,00%
UK100_03	<b>67,43%</b>	32,56%	0,00%	0,00%	UK100_03	<b>67,65%</b>	32,35%	0,01%	0,00%
UK100_04	<b>75,71%</b>	24,27%	0,00%	0,01%	UK100_04	<b>75,90%</b>	24,08%	0,01%	0,02%
UK100_05	<b>80,36%</b>	19,63%	0,00%	0,00%	UK100_05	<b>80,51%</b>	19,48%	0,00%	0,00%
UK100_06	<b>78,44%</b>	21,55%	0,00%	0,00%	UK100_06	<b>79,11%</b>	20,89%	0,00%	0,00%
UK100_07	<b>81,09%</b>	18,91%	0,00%	0,00%	UK100_07	<b>81,67%</b>	18,33%	0,00%	0,00%
UK100_08	<b>83,21%</b>	16,79%	0,00%	0,00%	UK100_08	<b>83,72%</b>	16,27%	0,00%	0,00%
UK100_09	<b>85,14%</b>	14,86%	0,00%	0,00%	UK100_09	<b>85,60%</b>	14,40%	0,00%	0,00%
UK100_10	<b>86,59%</b>	13,41%	0,00%	0,00%	UK100_10	<b>87,00%</b>	13,00%	0,00%	0,00%
UK100_11	<b>82,71%</b>	17,29%	0,00%	0,00%	UK100_11	<b>83,32%</b>	16,67%	0,00%	0,00%
UK100_12	<b>83,94%</b>	16,06%	0,00%	0,00%	UK100_12	<b>84,51%</b>	15,49%	0,00%	0,00%
UK100_13	<b>85,12%</b>	14,88%	0,00%	0,00%	UK100_13	<b>85,65%</b>	14,35%	0,00%	0,00%
UK100_14	<b>78,70%</b>	21,30%	0,00%	0,00%	UK100_14	<b>79,19%</b>	20,81%	0,00%	0,00%
UK100_15	<b>72,44%</b>	27,56%	0,00%	0,00%	UK100_15	<b>72,88%</b>	27,11%	0,00%	0,00%
UK100_16	<b>74,10%</b>	25,90%	0,00%	0,00%	UK100_16	<b>74,52%</b>	25,48%	0,00%	0,00%
UK100_17	<b>69,55%</b>	30,45%	0,00%	0,00%	UK100_17	<b>69,95%</b>	30,05%	0,00%	0,00%
UK100_18	<b>71,12%</b>	28,88%	0,00%	0,00%	UK100_18	<b>71,49%</b>	28,51%	0,00%	0,00%
UK100_19	<b>72,61%</b>	27,39%	0,00%	0,00%	UK100_19	<b>72,97%</b>	27,03%	0,00%	0,00%
UK100_20	<b>68,93%</b>	31,07%	0,00%	0,00%	UK100_20	<b>69,26%</b>	30,74%	0,00%	0,00%

Os resultados na Tabela 2 mostram que, exceto para os resultados obtidos para a instância UK100\_01, os pontos obtidos pelo 2PPLS dominam na maioria dos casos os pontos obtidos pelos outros métodos. Na instância UK100\_01, por sua vez, pode-se observar que mesmo que o 2PPLS não apresente um melhor desempenho, as soluções obtidas são em sua maioria equivalentes (não dominam, nem são dominadas). Uma representação gráfica desses resultados pode ser vista nas Figuras 1 e 2. Essas informações ratificam o bom desempenho do 2PPLS na obtenção de soluções eficientes para o b-PRP.

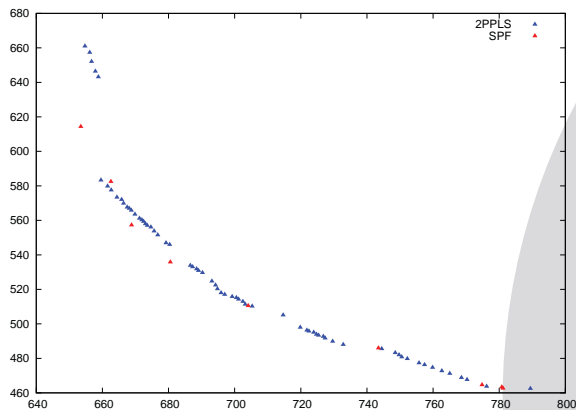


Figura 1: 2PPLS X SPF (UK100\_01)

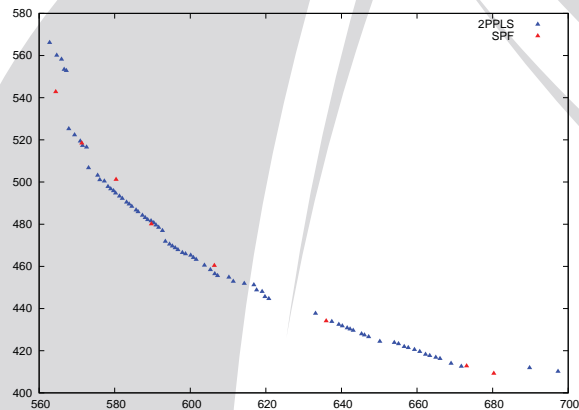


Figura 2: 2PPLS X SPFN (UK100\_10)

## 6. Conclusões e Trabalhos Futuros

O artigo em questão considerou o *Pollution-Routing Problem* bi-Objetivo, uma variante do PRP, que visa minimizar duas funções objetivo conflitantes simultaneamente: as emissões de CO<sub>2</sub> e os custos com os salários dos motoristas. Um método (2PPLS) foi utilizado para a resolução do problema. Essa metodologia foi capaz de encontrar melhores resultados do que aqueles obtidos pelas metodologias multi-objetivo existentes na literatura do b-PRP.

À luz do resultados obtidos, pode-se concluir a utilização do 2PPLS como meio de obtenção de soluções eficientes para o b-PRP se mostrou bastante efetiva. A associação de um método de agregação (primeira fase) com um método de Busca Local de Pareto (segunda fase),

levou a obtenção de conjuntos de soluções eficientes de boa qualidade, e em um tempo computacional baixo. Embora a PLS tenha como principais características a simplicidade de utilização e a capacidade de gerar um número elevado de soluções em um tempo reduzido, no contexto do b-PRP um mecanismo de avaliação eficiente das soluções precisou ser empregado.

Como trabalhos futuros, sugere-se a consideração de novas relações de dominância durante a resolução do b-PRP. Um exemplo seria a utilização da dominância de Lorenz, que tem por objetivo a obtenção de soluções balanceadas. No caso do b-PRP, um equilíbrio na duração das rotas poderia ser um aspecto pretendido. Além disso, pode-se ainda empregar um mecanismo iterativo, que leva em consideração a preferência do decisor no momento da definição da direção que deve ser tomada durante a exploração do espaço de soluções.

## Referências

- Aneja, Y. P. e Nair, K. P. K.** (1979), Bicriteria transportation problem. *Management Science*, v. 25, n. 1, p. 73–78.
- Barth, M., Younglove, T. e Scora, G.** Development of a heavy-duty diesel modal emissions and fuel consumption model. Relatório técnico, California Partners for Advanced Transit and Highways (PATH), UC Berkeley, 2005.
- Bektaş, T. e Laporte, G.** (2011), The Pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 45, n. 8, p. 1232–1250.
- Demir, E., Bektaş, T. e Laporte, G.** (2012), An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, v. 223, n. 2, p. 346–359.
- Demir, E., Bektaş, T. e Laporte, G.** (2014), The bi-objective Pollution-Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, v. 232, n. 3, p. 464–478.
- Ehrgott, M.** *Multicriteria Optimization*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2 edição, 2005.
- Figliozzi, M.** (2010), Vehicle Routing Problem for Emissions Minimization. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, v. 2197, n. -1, p. 1–7.
- Franceschetti, A., Honhon, D., Van Woensel, T., Bektaş, T. e Laporte, G.** (2013), The time-dependent pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 56, p. 265–293.
- Hansen, M. P.** Evaluating the quality of approximations to the non-dominated set approximations to the non-dominated set. Relatório técnico, Institute of Mathematical Modelling - Technical University of Denmark, 1998.
- Holm, S.** (1979), A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics*, v. 6, n. 2, p. 65–70.
- Hvattum, L. M., Norstad, I., Fagerholt, K. e Laporte, G.** (2013), Analysis of an exact algorithm for the vessel speed optimization problem. *Networks*, v. 62, n. 2, p. 132–135.
- IEA.** CO2 Emissions from Fuel Combustion. Relatório técnico, 2013.
- Jabali, O., Van Woensel, T. e de Kok, A. G.** (2012), Analysis of Travel Times and CO2 Emissions in Time-Dependent Vehicle Routing. *Production and Operations Management*, v. 21, n. 6, p. 1060–1074.

- Jaszkiewicz, A.** (2002), On the Performance of Multiple-Objective Genetic Local Search on the 0/1 Knapsack Problem - A Comparative Experiment. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 4, p. 402–412.
- Koç, c., Bektaş, T., Jabali, O. e Laporte, G.** (2014), The fleet size and mix pollution-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, v. 70, p. 239–254.
- Kopfer, H., Schönberger, J. e Kopfer, H.** (2014), Reducing greenhouse gas emissions of a heterogeneous vehicle fleet. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, v. 26, n. 1-2, p. 221–248.
- Kramer, R., Subramanian, A., Vidal, T. e Cabral, L. A. F.** (2015), A matheuristic approach for the pollution-routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 243, n. 2, p. 523–539.
- Kramer, R. H. F. R.** Uma abordagem Heurística para o Pollution-Routing Problem. Dissertação de mestrado, Universidade Federal da Paraíba, disponível em <http://tede.biblioteca.ufpb.br/bitstream/tede/1635/1/arquivototal.pdf>, 2014.
- Lin, C., Choy, K., Ho, G., Chung, S. e Lam, H.** (2014), Survey of Green Vehicle Routing Problem: Past and future trends. *Expert Systems with Applications*, v. 41, n. 4, p. 1118–1138.
- Lust, T. e Teghem, J.** (2009), Two-phase Pareto local search for the biobjective traveling salesman problem. *Journal of Heuristics*, v. 16, n. 3, p. 475–510.
- Paquete, L., Chiarandini, M. e Stützle, T.** Pareto local optimum sets in the biobjective traveling salesman problem: An experimental study. Gandibleux, X., Sevaux, M., Sörensen, K. e T'kindt, V. (Eds.), *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, volume 535 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, p. 177–199. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- R Core Team.** *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>. ISBN 3-900051-07-0, 2013.
- Salimifard, K., Shahbandarzadeh, H. e Raeesi, R.** Green Transportation and the Role of Operation Research. *Proceedings of 2012 International Conference on Traffic and Transportation Engineering*, volume 26, p. 1–6, Singapore. IACSIT Press, 2012.
- Sbihi, A. e Eglese, R. W.** (2007), Combinatorial optimization and Green Logistics. *4Or*, v. 5, n. 2, p. 99–116.
- Ulungu, E. e Teghem, J.** (1995), The two phases method: An efficient procedure to solve bi-objective combinatorial optimization problems. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, v. 20, n. 2, p. 149–165.
- Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M. e Prins, C.** (2013), A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows. *Computers & Operations Research*, v. 40, n. 1, p. 475 – 489.
- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I. e Xu, Y.** (2012), Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 39, n. 7, p. 1419–1431.
- Zitzler, E., Thiele, L., Laumanns, M., Fonseca, C. M. e Grunert, V.** (2003), Performance Assessment of Multiobjective Optimizers : An Analysis and Review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 2, p. 117–132.