

**MEDIDA DE ROBUSTEZ DE REDES UTILIZANDO TEORIA DA INFORMAÇÃO****Tiago Schieber**

Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal de Minas Gerais  
Av. Antônio Carlos, 6627 - Belo Horizonte - MG - CEP 31.270-901  
tiagoschieber@gmail.com

**Laura C. Carpi**

Departament de Física i Enginyeria Nuclear  
Universitat Politècnica de Catalunya  
Colom 11, Terrassa 08222, Barcelona, Spain  
lauracarpi@gmail.com

**Martín Gómez Ravetti**

Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal de Minas Gerais  
Av. Antônio Carlos, 6627 - Belo Horizonte - MG - CEP 31.270-901  
martin.ravetti@dep.ufmg.br

Dentro da Teoria de Redes, um importante desafio é o estudo de robustez estrutural de redes ao enfrentar uma sequência de falhas aleatórias ou direcionadas. Neste trabalho discutimos e analisamos uma nova definição dinâmica de robustez com base na Teoria da Informação. Com este fim utilizamos medidas de divergências considerando as distribuições de grau e distância das redes.

As falhas são aqui definidas como um processo temporal e a robustez da rede é então avaliada medindo diferenças entre topologias após cada falha. Desta forma o método fornece uma informação dinâmica sobre os danos estruturais. Através desta metodologia conseguimos capturar eficientemente todas as perturbações da rede. Os métodos mais comuns para analisar a robustez da rede, são métodos baseados percolação  $R_{\pi_d}$  e no tamanho da maior componente convexa  $R_{bc}$ . Uma versão completa do estudo aqui analisado pode ser encontrado em [1].

A metodologia está baseada no uso da divergência de Jensen-Shannon, se consideramos duas distribuições de probabilidade, P e Q, então a divergência é uma medida de dissimilaridade entre as densidades :

$$\mathcal{J}^H(P, Q) = H\left(\frac{P+Q}{2}\right) - \frac{H(P) + H(Q)}{2},$$

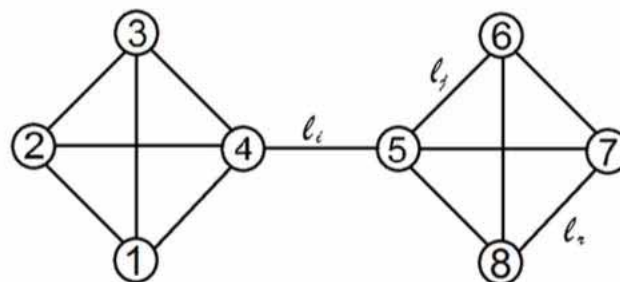
onde,  $H(P) = -\sum_{p_i > 0} p_i \log_2 p_i$  é a entropia de Shannon que mede a quantidade de incerteza. Desta forma podemos definir a Robustez Estrutural de uma rede para uma dada sequência temporal de  $n$  falhas  $(G_t)_{t \in \{1, 2, \dots, n\}}$

$$R_P(G | (G_t)_{t \in \{1, 2, \dots, n\}}) = \prod_{t=1}^n [1 - \mathcal{J}^H(P(G_t), P(G_{t-1}))],$$

sendo  $G_0 = G$ .

Para caracterizar a rede, utilizamos duas distribuições de probabilidade, a distribuição de grau da rede e a distribuição de distância. A probabilidade de grau,  $P_{deg}(k)$ , indica a fração de nodos com grau  $k$ . Ao contrario, a probabilidade de distância,  $P_{\delta}(k)$ , é a fração de pares de nodos a distância  $k$ .

Num experimento inicial testamos uma pequena rede para avaliar o comportamento das diferentes medidas de robustez. A Figura 1 apresenta o caso.



Edge Removed	$R_{P_{\delta}}$	$R_{P_{deg}}$	$R_{bc}$	$R_{\pi_d}$
$l_i$	0.447	0.862	0.500	0.000
$l_j$	0.943	0.922	1.000	0.750
$l_r$	0.998	0.857	1.000	1.000

**Figura 1** Computação de diferentes medidas de robustez para 3 falhas individuais,  $l_i$ ,  $l_j$  e  $l_r$ .  
 Figura retirada de [1].

Diferente dos métodos encontrados na literatura, a metodologia proposta pode capturar eficientemente as desconexões, por pequenas que sejam. Contudo a distribuição de distância se apresenta como a mais adequada para avaliar as flutuações estruturais.

### Referências

**Schieber, T. et. al.** (2015), Information Theory Perspective on Network Robustness. *ArXiv e-prints*. 1410.8525.