

Busca baseada no Método Branch-and-Bound para Identificação de Vulnerabilidades na Estimação de Estado

A. A. Augusto, M. A. R. Guimaraens, J. C. Stacchini de Souza

Universidade Federal Fluminense Departamento de Engenharia Elétrica Rua Passos da Pátria, 156, Bloco D – sala 404, São Domingos, Niterói – RJ aaaugusto@id.uff.br

> **M. B. Do Coutto Filho** Universidade Federal Fluminense Instituto de Computação

RESUMO

A redundância de dados em tempo real é o principal determinante do desempenho da estimativa de estado (SE), avaliada considerando a quantidade, tipo e localização das medições. Redundância é um termo genérico usado para dar uma idéia aproximada das forças e fraquezas dos conjuntos de medição para SE. As rotinas de validação de dados têm propensão para falhar, quando ocorrem medições espúrias e níveis inadequados de redundância. Estes níveis estão associados com a presença de dados críticos, isto é, aqueles cuja indisponibilidade torna a rede não observável. A determinação de dados críticos é uma tarefa vital e complexa, que envolve a resolução de um problema de natureza combinatória. Este artigo propõe um método *Branch-and-Bound* para a identificação de dados críticos através da análise de observabilidade. A criticalidade das medidas e unidades de medição (UTRs e UMFs) são avaliadas. Simulações realizados no sistema de teste IEEE 14-barras ilustram a metodologia proposta.

PALAVRAS CHAVE. Observabilidade, Análise de Criticalidade, Estimação de Estado.

Área: PO na Área de Energia, Otimização Combinatória

ABSTRACT

Real-time data redundancy is the main determinant of the state estimation (SE) performance, assessed considering the quantity, type, and location of measurements. Redundancy is a generic term used to given a rough idea of the strengths and weaknesses of measurement sets for SE. Data validation routines have a propensity to fail, when spurious measurements take place and inadequate redundancy levels are reached. These levels are associated with the presence of critical data, i.e. those whose unavailability makes the grid unobservable. The search for critical data is a vital, arduous task, which involves solving a problem of combinatorial nature. This paper proposes a *Branch-and-Bound* method for the identification of critical data through the processing of residual covariance matrices. The criticality of measurements and measuring units (RTUs and PMUs) are evaluated. Simulations performed on the IEEE 14-bus test system illustrate the proposed methodology.

KEYWORDS. Observability, Criticality analysis, State estimation.

O.R Applied to Energy, Combinatorial Optimization



1. Introdução

Os sistemas de gerenciamento de energia (SGE) são compostos por um conjunto de ferramentas computacionais usadas para monitorar, controlar e otimizar a operação de sistemas de energia. Dentre essas ferramentas, a estimativa de estado (EE) se distingue servindo como um filtro para suavizar erros comuns e estatisticamente pequenos inerentes à medição e suprimir medições corrompidas - normalmente chamadas de erros grosseiros (EGs) - devido ao mau funcionamento do sistema de aquisição de dados [Montecelli 1999], [Abur e Gómez-Expósito 2004]. As medições são obtidas em subestações instrumentadas com unidades de medição (UMs), a partir de dispositivos como unidades terminais remotas (UTRs) e, mais recentemente, unidades de medição fasorial (UMFs). As tensões complexas (ângulos de fase e magnitudes) das barras para uma determinada configuração de rede constituem o estado do sistema. Normalmente, UTRs coletam fluxos e injeções de potência, enquanto as UMFs os fasores de tensão e corrente [Phadke e Thorp 2008].

O processamento da topologia de rede, a análise de observabilidade, a filtragem e a análise residual são rotinas constituintes do processo SE. O procedimento de configuração de rede transforma o modelo de seção de barra no modelo barra-ramo. A análise de observabilidade verifica se o conjunto de medidas atualmente disponível permite a determinação do estado do sistema em sua totalidade. No módulo de filtragem, a estimativa do estado e das medidas são obtidas, usualmente pelo estimador de mínimos quadrados ponderados (MQP). A análise residual verifica a consistência dos resultados da EE.

Considerando o atual estado da arte da EE, são necessárias pesquisas adicionais para enfrentar os desafios relacionados à confiabilidade e robustez desta importante função. Nesta linha, um tópico de pesquisa fundamental é o impacto de dados críticos sobre a capacidade de observação do estado do sistema. A identificação das condições de criticalidade é imperativa, não só do ponto de vista da observabilidade, mas também considerando que a presença de dados críticos compromete a capacidade natural da SE para a detecção e identificação de medidas com erros grosseiros. Quando os investimentos em UMs e na infra-estrutura de comunicação são insuficientes para financiar planos de medição com elevada redundância, o processo de estimação de estado torna-se mais suscetível de produzir resultados não confiáveis, devido à criticalidade de alguns de seus dados de entrada (medições, para a configuração atual da rede), individualmente ou de forma agrupada. Esta situação é particularmente perceptível, no caso de: mau funcionamento temporário do sistema de comunicação, eliminação de EGs, manutenção de UMs e ramos de rede. Além disso, a análise de segurança cibernética de redes elétricas recentemente tem chamado a atenção para o problema da vulnerabilidade à ataques maliciosos, que causam EGs intencionalmente - e não por acaso, como estes geralmente ocorrem [Kosut et al. 2010]. Os ataques cibernéticos representam intrusões que podem modificar o estado estimado do sistema, mantendo inalterados os resíduos da estimação. Eles são direcionados para grupos específicos de medições (aqueles de diferentes níveis de criticalidade) nos quais o erro grosseiro não pode ser detectado.

A grande maioria dos estudos de criticidade destina-se a identificar medidas únicas críticas e pares críticos de medidas. A razão para isso é a correlação entre a criticidade de dados de baixa ordem e as consequentes condições adversas da SE para detectar / identificar medidas únicas ruins [Do Coutto Filho et al. 2007] e [Clements et al. 1986]. No entanto, é muito importante avaliar a capacidade de SE para lidar com erros grosseiros múltiplos, especialmente sob diferentes níveis de criticalidade.

Este artigo se concentra na análise de conjuntos de medição destinados à ferramenta EE, com o objetivo de identificar seus pontos fortes e fracos. A análise proposta baseia-se na identificação, por meio de um algoritmo do tipo *Branch-and-Bound*, de diferentes níveis de criticalidade das medições e UMs (UTRs e UMFs). No contexto da EE, os dados críticos são aqueles cuja indisponibilidade torna a rede não observável. São apresentados e discutidos os resultados numéricos obtidos no sistema de teste IEEE 14-barras.



2. Método Branch-and-Bound

2.1 Introdução

O Branch-and-Bound (BB ou B&B) é um paradigma de solução de problemas de otimização discreta por enumeração implícita [Taha 1975] e [Papadimitrou e Steigtlitz 1998]. Os métodos deste tipo se caracterizam por recursivamente separarem o espaco de busca associado ao problema em subespaços menores, nos quais relaxações (aproximações) do problema original são resolvidas.

Algoritmos de Branch-and-Bound possuem duas rotinas essenciais: a de ramificação ou branching, responsável pela subdivisão do espaco de soluções, e o processo de limitação (bounding), na qual se determina, para cada subespaço viável não explorado, a solução ótima do problema relaxado. Tais soluções fornecem, para cada subproblema, limites inferior e superior da função objetivo do problema original. Supondo o problema original de minimização, descarta-se do processo de busca (isto é, não se aplica a ramificação ao subespaço associado) subproblemas cujo limite inferior da função objetivo seja maior do que o melhor valor encontrado.

A etapa de limitação informa ao método B&B as porções do espaço de busca onde é garantida a impossibilidade de melhoramento da função objetivo, tornando desnecessária a investigação de tais regiões. Caso contrário, poder-se-ia prosseguir com a ramificação de destes subespaços. Desta maneira, o B&B é capaz de investigar inteligentemente o espaço de busca, evitando a enumeração de soluções já sabidas serem não-ótimas, o que resulta em menor esforço computacional. Adicionalmente, constrói-se ao longo do processo de otimização uma árvore de soluções cujos nós terminais correspondem a subespaços inviáveis ou à solução ótima.

2.2 Descrição Geral do Algoritmo

Considere o seguinte problema de minimização:

$$\begin{array}{l} \operatorname{Min} f(s) \\ s \in \mathbf{S} \end{array} \tag{1}$$

onde S é o espaço de busca contendo as soluções viáveis, f(s) a função objetivo e s uma solução contida em S.

A descrição geral do Algoritmo B&B pode ser realizada por meio das etapas a seguir. Nesta, Λ representa a conjunto de subproblemas ativos (isto é, não explorados), $s_{opt,i}$ a solução ótima do subproblema *sp*_i e *s*_{opt} a solução ótima do problema [Papadimitrou e Steigtlitz 1998].

Procedimento BB

Passo 1 – Inserir $\{p_0\}$ em Λ , onde p_0 representa o problema original; Passo 2 – Iniciar o limite superior como $ub \leftarrow +\infty$ Passo 3 – Enquanto Λ não está vazio: Passo 3.1 – Selecionar e remover problema p de Λ ; Passo 3.2 – Gerar subproblemas *sp*₁, ..., *sp*_{nsp} a partir de *p*; Passo 3.3 – Determinar os limites inferiores $lb_1, ..., lb_{nsp}$ para $sp_1, ..., sp_{nsp}$, respectivamente; Passo $3.4 - Para i = 1, \dots, nsp$: Passo $3.4.1 - \text{se } lb_i > ub$ então descarta sp_i , retornar ao Passo 3; Passo 3.4.2 – se solução $s_{opt,i}$ de sp_i for viável, então $ub=lb_i$ e $s_{opt} \leftarrow s^*$, retornar ao Passo 3; Passo 3.4.3 – se $lb_i \leq ub$, armazenar $sp_i \text{ em } \Lambda$, retornar ao Passo 3;

Passo 4 – Retornar s_{opt} como a solução de p_0 ;



No Algoritmo anterior, o Passo 3.1 corresponde à operação de ramificação, enquanto a limitação é representada pelo Passo 3.3. Os limite inferior lb_i é a estimativa do valor mínimo de f(s) no subproblema sp_i . É importante ressaltar que a qualidade de tal limite é diretamente associada à relaxação adotada para o problema original p_0 . Nota-se pelo procedimento anterior que o processo de ramificação é realizado sucessivamente em um subespaço, sendo encerrado somente quando encontra-se neste uma solução viável do problema original melhor do que a atual ótima, ou quando atesta-se por meio do limite inferior que nenhuma solução deste subespaço pode ser a solução ótima do problema original. O Algoritmo encerra-se quando Λ se torna vazia, sinalizando a impossibilidade de melhorias na solução ótima. Conforme a processo de busca progride, os limites lb_i e ub tornam-se progressivamente próximos. Consequentemente, há a possibilidade de se obter soluções sub-ótimas do problema original com limite de otimalidade conhecido, sendo este outro atrativo do método [Taha 1975] e [Papadimitrou e Steigtlitz 1998]. Esta seção apresentou uma descrição sucinta e geral do método B&B. Mais detalhes sobre o Algoritmo podem ser encontrados em [Taha 1975] e [Papadimitrou e Steigtlitz 1998].

3. Análise de Observabilidade e Criticalidade

3.1 Análise de Observabilidade

A interdependência existente entre variáveis de estado e suas medições, estabelecidas pela configuração da rede, regula a análise de observabilidade. Os métodos adotados nesta análise tipicamente assumem as medições em pares (P, Q) e utilizam o modelo linear de potência-ângulo ativo como em (1) [Montecelli 1999] e [Abur e Gómez-Expósito 2004]:

$$\boldsymbol{z}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{H}_{\mathrm{a}}\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{v}_{\mathrm{a}} \tag{2}$$

onde: θ – vetor de ângulo de fase da tensão das barras $(n \times 1)$; n – número de ângulos de fase desconhecidos; z_a – vetor de medidas ativas $(m \times 1)$; m – número de medidas ativas; v_a – vetor erro de medição das medidas ativas $(m \times 1)$, suposto com média zero e variância igual a matriz identidade I; H_a – matriz Jacobiano de medidas ativas $(m \times n)$.

O estado estimado, de acordo com (1) e utilizando o estimador de mínimos quadrados ponderados (MQP) pode ser determinado a partir da equação normal:

$$\boldsymbol{G}_{a}\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{H}_{a}^{t}\boldsymbol{z}_{a} \tag{3}$$

onde $G_a = H_a^t H_a \acute{e}$ a matriz de Ganho associada às medidas ativas. A análise de observabilidade consiste em verificar se o sistema (2) admite solução única.

Na análise residual, o vetor de resíduos (isto é, a diferença entre as medidas e valores estimados correspondentes) é normalizado e submetido a uma validação estatística (teste r_N) [Montecelli 1999], sendo consideradas suspeitas as medidas que não atenderem as condições:

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} \tag{4}$$

$$\mathbf{r}_{\mathbf{N}}(i) = \left| \mathbf{r}(i) \right| / \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{E}}(i) \leq \lambda \tag{5}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}$$
(6)

onde: $\hat{\mathbf{x}}$ é obtido a partir de (6); $\boldsymbol{\sigma}_{E}(i) = \sqrt{\mathbf{E}(i,i)}$ é o desvio padrão do i-ésimo resíduo; $\mathbf{E}(i,i)$ o elemento da i-ésima linha/coluna da matriz de covariância dos resíduos **E**; **I** é a matriz identidade; e $\mathbf{r}_{N}(i)$ é o resíduo normalizado da i-ésima medida.



3.2 k-tuplas críticas de elementos da rede

As forças e fraquezas dos locais medidos da rede refletem os diferentes níveis de criticalidade dos dados. O conceito geral de criticalidade de um elemento no processo de estimação é útil para expressar a intensidade de uma condição crítica. Assim sendo, considere a seguinte caracterização de uma *k*-tupla crítica (Ck-tupla): é um grupo de *k* elementos de mesma natureza tal que a indisponibilidade simultânea de todos esses elementos torna o sistema inobservável, mas a indisponibilidade de *j* deles, para j < k, não. A cardinalidade *k* de uma tupla crítica quantifica suas consequências disruptivas na EE, uma vez que a presença de uma Ck-tupla estabelece a capacidade de detecção e identificação de EGs [Clements et al. 1986].

Usando a definição de *k*-tupla crítica, que é aplicável tanto às medidas quanto às UMs, pode-se derivar algumas propriedades valiosas (alguma das provas podem ser encontradas em [Clements et al. 1986]) para a construção de algoritmos de identificação de criticalidade.

- **Propriedade 3.1:** Se um grupo de *k* medidas constitui uma Ck-tupla então as linhas correspondentes na matriz *H*_a são linearmente dependentes;
- **Propriedade 3.2:** Uma *k*-tupla crítica não contém uma Cj-tupla, $\forall j < k$;
- **Propriedade 3.3:** Se *k*-*r* elementos de um Ck-tupla (r < k) tornam-se indisponíveis, os elementos remanescentes constituirão uma *r*-tupla crítica;
- **Propriedade 3.4:** Se uma Ck-tupla for formada a partir de todas ou parte das medidas disponíveis e coletadas por uma UM, então esta UM é crítica;
- **Propriedade 3.5:** Se todas as medidas constituintes de uma Ck-tupla são coletadas por *p* UMs distintas (*p* ≤ *k*), então eles formam um Cp-tupla de UMs, desde que o grupo de UMs não contenha um *r*-tupla crítica de UMs (*r* < *p*).

A identificação de Ck-tuplas desempenha um papel importante na EE, uma vez que sua capacidade de processar múltiplos EGs tem limites estabelecidos pela presença de *Ck*-tuplas, [Clements et al. 1986], [Sou et al. 2012] e [Augusto et al. 2016]. Como condição geral de criticalidade de medidas, pode-se dizer que: se até (k - 2) medidas pertencentes à mesma *k*-tupla crítica são contaminadas por com erros grosseiros, tais erros podem ser detectados e identificados pela análise residual. Contudo, se (k - 1) ou (k) EGs estão presentes numa Ck-tupla de medidas, eles somente podem ser detectados.

4. Metodologia Proposta

A análise das criticidades pode ser realizada por meio de diferentes técnicas, agrupadas em duas grandes classes: topológica [Simões Costa et al. 1990] e numérica [Korres e Contaxis 1991], [Castillo et al. 2006], [Do Coutto Filho et al. 2007], [Korres 2011a], [Do Coutto Filho et al. 2013], [Do Coutto Filho et al. 2014]. A abordagem topológica baseia-se na teoria dos grafos (operações lógicas), enquanto a numérica envolve a manipulação das matrizes Jacobiano [London Jr et al. 2007], Gram [de Almeida 2008] e [Korres 2011b] ou de Ganho (operações de aritmética de ponto flutuante) [Gou e Abur 2000].

Neste trabalho, adota-se a abordagem numérica explorando a matriz de Ganho, devido a sua simplicidade e fácil implementação estimadores de estado existentes. Em termos do problema genérico da identificação de Ck-tuplas, a literatura especializada é escassa. Em [Sou et al. 2012], os autores propõem um método para lidar com a pesquisa específica de *k*-tuplas críticas de cardinalidade mínima envolvendo pelo menos uma medida arbitrariamente especificada.



4.1 Formulação do Problema

O caráter combinatório do problema de determinação das Ck-tuplas torna infactível o emprego de enumeração explícita das combinações de medidores ou unidades de medição. Entretanto, a partir das propriedades 3.1 - 3.2, apresentadas na seção 3, pode-se formular um problema de otimização combinatória multimodal cujas soluções viáveis correspondam às *k*-tuplas críticas a serem descobertas. Desta forma, técnicas de otimização combinatória podem ser eficientemente empregadas no problema de enumeração.

Seja S o conjunto de *m* elementos (medidas ou unidades de medição), associado a uma rede observável e $T^{(i)}$ um subconjunto de S $(1 \le i \le 2^m)$ representando uma combinação de elementos de S que se deseja testar o impacto na observabilidade da rede. Considere a função *g*: $\mathcal{P}(S) \rightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$g(T^{(i)}) = \begin{cases} 0, se \ a \ rede \ \acute{e} \ observável \ com \ T^{(i)} \ indisponível \\ 1, se \ a \ rede \ \acute{e} \ inobservável \ com \ T^{(i)} \ indisponível \end{cases}$$
(7)

onde $\mathcal{P}(S)$ é o conjunto potência de *S*, formado por todas as combinações possíveis de elementos de *S* além do conjunto vazio \emptyset .

Para qualquer subconjunto $T_j^{(i)}$ de $T^{(i)}$ tem-se as propriedades da função g:

Propriedade 4.1: Se $g(T^{(i)})=0$, então $g(T_i^{(i)})=0$ para todo $T_i^{(i)} \subseteq T^{(i)}$;

Propriedade 4.2: Se $g(T^{(i)})=1$, então existe pelo menos um $T_i^{(i)} \subseteq T^{(i)}$ tal que $g(T^{(i)})=0$;

A primeira relação estabelece que se a rede mantém-se observável na indisponibilidade da combinação de elementos representada por $T^{(i)}$, então nenhum subconjunto desta (indicados por $T_j^{(i)}$) tornará a rede não observável quando ausente do plano de medição. Tal afirmação é justificável pelo fato de que quanto maior o número de elementos indisponíveis, maior a propensão à inobservabilidade. Por outro lado, a segunda afirmação sugere que existe pelo menos um subconjunto de $T^{(i)}$ cuja indisponibilidade não afeta a observabilidade da rede. Considerando-se que o subconjunto vazio (que representa a indisponibilidade de nenhum elemento de *S* é subconjunto de qualquer $T^{(i)}$, nota-se que tal propriedade é totalmente válida.

Tendo em vista o exposto anteriormente, pode-se formular o seguinte problema de otimização:

minimizar $f(T^{(i)}) = \sum_{T_j^{(i)} \subseteq T^{(i)}} g(T_j^{(i)})$ (8) $g(T^{(i)}) = 1$ s.a $T^{(i)}, T_j^{(i)} \subseteq \mathcal{P}(S)$

A restrição $g(T^{(i)})=1$ impõe que a rede seja não observável na ausência do grupo de elementos representados por T(i). A função $f(T^{(i)})$ relaciona o subconjunto $T^{(i)}$ à quantidade de subconjuntos deste que afetam a observabilidade da rede quando indisponíveis. Sendo (8) um problema de minimização com as restrições indicadas, o valor ótimo de $f \notin 1$, o que, pelas propriedades 4.1 e 4.2 implica que nenhum subconjunto $T_j^{(i)}$ de $T^{(i)}$ quando a ausente torne o sistema inobservável. É importante notar $T^{(i)}$ satisfaz, portanto, as características de um *k*-tupla crítica. Também nota-se que caso $T^{(i)}$ viole a restrição em (8), então $f(T^{(i)}) \ge 2$. O problema (8) é de otimização combinatória, podendo as técnicas de otimização combinatória – entre elas o *Branch-and-Bound* – serem pronta e eficazmente aplicadas.



4.2 Algoritmo Proposto

Neste trabalho, o problema combinatório (8) será solucionado utilizando-se um algoritmo do tipo *Branch-and-Bound*. Conforme apresentado na seção 2, o emprego do método B&B requer a especificação dos procedimentos de ramificação (*branching*) e limitação (*bounding*). Considere $T^{(i)}$ uma solução e $S(T^{(i)})=\{T^{(l)} \in \mathcal{P}(S) \mid T^{(l)} \supseteq T^{(i)}\}$ o espaço de busca a esta associado (note que $S(T^{(i)})$ contém todos os superconjuntos de $T^{(i)}$). A substituição de $S(T^{(i)})$ por $\mathcal{P}(S)$ no problema (8) tem o efeito de restringir o espaço de busca às soluções contendo os mesmos elementos de $T^{(i)}$. Consequentemente, se $S(T^{(i)})$ contiver uma Ck-tupla, desta participará todos os elementos de $T^{(i)}$. O procedimento de ramificação consiste em obter de $S(T^{(i)})$ os subespaços de busca $S(T^{(1,i)}), S(T^{(2,i)}), \dots, S(T^{(ns,i)})$ de modo que:

- 1) $T^{(i)}$ não pertença e nenhum $S(T^{(j,i)})$, $1 \le j \le ns$;
- 2) $S(T^{(1,i)}) \neq S(T^{(2,i)}) \neq ... \neq S(T^{(ns,i)}).$

Seja $T^{(k)}$ o conjunto complementar de $T^{(k)}$, o procedimento adotado de ramificação é o descrito pelos passos a seguir:

- Passo 1 Se $\overline{T}^{(k)} = \emptyset$, então encerra. Caso contrário, faça ns = 1;
- Passo 2 Selecionar e remove o próximo elemento $t \in \overline{T}^{(k)}$;
- Passo 3 Criar o conjunto aumentado $T^{(ns,i)} = \overline{T}^{(k)} \cup \{t\};$
- Passo 4 Se $\overline{T}^{(k)}$ não está vazio, então faça $ns \leftarrow ns+1$ e retorne ao Passo 2. Caso contrário, vá para o próximo passo;
- Passo 5 Retorne os novos subespaços $S(T^{(1,k)})$, $S(T^{(2,k)})$, ..., $S(T^{(ns,k)})$.

A etapa de limitação consiste na solução aproximada do problema (8) para cada subespaço gerado durante a ramificação. Para determinar esta solução, considera-se a seguinte propriedade da função f definida em (8):

Propriedade 4.3: Se $T^{(i)} \subseteq T^{(l)}$ então $f(T^{(i)}) \leq f(T^{(l)})$.

Como todos os elementos de $T^{(i)}$ estão presentes em $T^{(l)}$, $f(T^{(l)})$ pode ser escrito como:

$$f(T^{(l)}) = f(T^{(i)}) + \sum_{\substack{T_j^{(l)} \subseteq T^{(l)} \\ T^{(l)} \propto T^{(i)}}} g(T_j^{(l)})$$
(9)

Tanto f quanto a segunda parcela da expressão (9) são não-negativas, o que permite chegar-se ao resultado anterior. A consequência imediata da propriedade 4.3, é que o valor mínimo do problema (8) em um determinado subespaço $S(T^{(i)})$ é $f(T^{(i)})$. Logo, o procedimento de limitação da solução pode ser descrito pelos seguintes passos:

Passo 1: Faça $lb[S(T^{(i)})] \leftarrow f(T^{(i)})$, onde lb é o limite e inferior de f no subespaço $S(T^{(i)})$;

Se $lb[S(T^{(i)})] > 1$ para determinado $S(T^{(i)})$, nenhuma das soluções deste subespaço é viável, podendo este ser descartado. Por outro lado, se lb=1, a solução encontrada é ótima. Portanto, ramifica-se um subespaço de busca apenas até que $lb \ge 1$, sendo consideradas ótimas as soluções para o qual f=1.



Diante do exposto, o algoritmo de identificação de Ck-tuplas via método B&B pode ser descrito pelos seguintes passos:

Algoritmo: B&B para identificação de criticalidades.
Passo $1 - $ Inicie $L_P e L_S$;
Passo 2 – Faça $T = \emptyset$ e insira em L _P ;
Passo 3 – Determine <i>lb</i> para \emptyset ;
Passo 4 – Remova o próximo elemento T de L _P ;
Passo 5 – Se lb < 1, ramifique S(T), vá para o passo 6. Caso contrário, insira T em L _S ;
Passo 6 – Para cada subespaço produzido no passo 5:
- Calcule $lb[S(T)];$
– Descarte S(T), se lb > 1. Caso contrário, insira T em L _P ;
Passo 7 – Se L _P não está vazio, vá para o passo 4;
Passo 8 – Retorne L_{s} contendo todas as Ck-tuplas de S.

Uma vez que um subespaço $S(T^{(i)})$ é completamente caracterizado pela solução $T^{(i)}$ e os procedimentos de ramificação, limitação e poda operam apenas neste, pode-se representar $S(T^{(i)})$ implicitamente por $T^{(i)}$. Desta forma, a lista Lp contendo as soluções ativas representa ao conjunto de subproblemas ativos. O Algoritmo 2 repetidamente remove de Lp um subproblema ativo e caso seja conveniente, o ramifica, inserindo novos subproblemas em Lp. Este processo continua até que Lp se torne vazia, sendo as *k*-tuplas identificadas durante o a busca armazenada na lista Ls. É importante notar que a ordem de inserção das soluções em Lp estabelece uma lista de prioridades que dependendo da forma com a qual é implementada, poderá facilitar o processo de busca.

5. Testes e Resultados

Esta seção apresenta os resultados numéricos obtidos com a metodologia proposta. O sistema de teste de ônibus IEEE 14, uma rede de referência composta por 20 ramos e 14 barras foi considerado para este fim. O plano de medição adotado consiste em 8 UTRs completas. As UTRs estão localizadas nas barras 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9. As medidas coletadas consistem em 25 fluxos de potência e 8 injeções de potência, conforme ilustrado na Figura 2. Foi implementado um programa de análise de criticalidade no MATLAB® e as simulações foram realizadas em um desktop Intel® Core i7, 3,40 GHz, 8GB RAM.



Figura 1 – Sistema IEEE 14 Barras



Analisando-se as criticalidades de UMs tem-se que S = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9}, onde cada número indica a localização de cada UM instalada. A Figura 2 apresenta todas as soluções visitadas pelo o algoritmo. Um conjunto visitado de UMs indisponíveis é representado por um caminho que começa no nó raiz, sendo as UMs pertencentes à solução visitada indicados pelos números inscritos nos nós do caminho. Por exemplo, o caminho $raiz \rightarrow 1 \rightarrow 2$ simboliza o par de UMs {1,2}.

O procedimento começa com Lp = $[\emptyset]$ e Ls = [], onde [] indica uma lista vazia. Como o conjunto vazio \emptyset não contém UMs indisponíveis, então $S(\emptyset)=\mathcal{P}(S)$. Considerando que a rede é totalmente observável quando todas as UMs estão funcionando, $lb = f(\emptyset) = g(\emptyset) = 0$. Seguindo os passos 4-8, a próxima solução não visitada em Lp é $T = \emptyset$, para o qual lb < 1, sendo ramificado o espaço de busca associado a T. Os conjuntos aumentados obtidos durante a ramificação são $T^{(1)}=\{1\}, T^{(2)}=\{2\}, T^{(3)}=\{3\}, T^{(4)}=\{4\}, T^{(5)}=\{6\}, T^{(6)}=\{7\}, T^{(7)}=\{8\}$ e $T^{(8)}=\{9\}$. O valor de lb para cada conjunto aumentado é apresentado na Figura 2. De acordo com a expressão (2), $f(\{6\}) = g(\emptyset) + g(\{6\})$. A remoção de UM 6 torna a rede não observável, portanto $g(\{6\}) = 1$ e consequentemente, $f(\{6\}) = 0 + 1 = 1$. Por outro lado, a indisponibilidade de UM 4 não causa a inobservabilidade do sistema, então $g(\{4\}) = 0$ e $f(\{4\}) = g(\emptyset) + g(\{4\}) = 0$. Observe que as UMs 6 e 9 são classificadas como C1-tuplas. Qualquer solução a ser visitada que contenha pelo menos uma destas será descartada durante a busca.

Após processar todos os conjuntos aumentados, tem-se Lp = [{1}, {2}, {3}, {4}, {7}, {8}]. O próximo elemento em Lp agora é $T = \{1\}$. Um vez que $lb[S(\{1\})] < 1$, aplica-se o procedimento de ramificação a $S(\{1\})$, sendo os conjuntos aumentados $T^{(1,1)}=\{1,2\}$, $T^{(1,2)}=\{1,3\}$, $T^{(1,3)}=\{1,4\}$, $T^{(1,4)}=\{1,7\}$ e $T^{(1,5)}=\{1,8\}$ criados. Conforme indicado na Figura 3, apenas o par {1,2} tem lb = 1, sendo declarado como uma C2-tupla de UMs. Executando-se as etapas 4-6 até que todos as 1-tuplas de UMs tenham sido visitadas, obtém-se o segundo nível da Figura 3. A solução {8} é "podada", pois o único conjunto aumentado que geraria é o par {8,9}, que é uma solução inviável.

Os pares críticos obtidos na iteração anterior, conforme mostra a Figura 2, são $\{1,2\}$ e {7,8}. Assim, será descartado nas seguintes operações de ramificação qualquer conjunto aumentado que contenha esses conjuntos. Neste ponto, Ls=[$\{6\}, \{9\}, \{1,2\}, \{7,8\}$]. Os conjuntos candidatos em Lp correspondem a caminhos de comprimento 2 na Figura 3 que não terminam em nós pretos. Aplicando-se de novo os passos 4-6 aos conjuntos em Lp, trios candidatos de UMs são gerados. Apenas o trio de UMs $\{2,3,4\}$ tem lb = 1, sendo classificado como crítico. Os pares {1,7}, {1,8}, {2,7}, {2,8}, {3,7}, {3,8}, {4,7} e {4,8} são "podados", uma vez que seus conjuntos aumentados conteriam a UM crítica {9} ou par crítico de UM {7,8}. A lista Ls contém as tuplas críticas de UMs {6}. {9}, {1,2}, {7,8} e {2,3,4}. A lista Lp contém todos os caminhos de comprimento 3 compostos de nós ativos apenas. Como as triplas candidatas contendo das UMs 7 e 8 não levam a tuplas críticas - note que todos os conjuntos aumentados possíveis para estes devem incorporar as tuplas críticas $\{9\}$ e $\{7,8\}$ - apenas o trio $\{1,3,4\}$ não é podado. Na última iteração do algoritmo, Ls = [$\{6\}$, $\{9\}$, $\{1,2\}$, $\{7,8\}$, $\{2,3,4\}$] e Lp = [$\{1,3,4,7\}$, $\{1,3,4,8\}$]. Pelas razões explicadas antes, essas soluções candidatas também serão podadas. A lista Lp se torna vazia, sendo identificada como k-tuplas críticas de UMs os conjuntos $\{6\}, \{9\}, \{1,2\}, \{7,8\}$ e {2,3,4}.

O número de Ck-tuplas de medidas num dado sistema de medição pode ser muito elevado e muito difícil de obter. Procedendo-se à análise da criticalidade de medidas usando o método B&B proposto, a Figura 3 apresenta, para cada cardinalidade, o número de tuplas críticas identificadas pelo método proposto para o plano de medição ilustrado na Figura 1. Há um total de 1003 tuplas críticas com cardinalidades variando de 2 a 20. É importante observar que *k*-tuplas críticas de alta cardinalidade são mais difíceis de obter, pois requerem análises de muitas combinações diferentes de muitas medidas.





Figura 2 – Árvore de soluções visitadas para o sistema IEEE 14 barras.



Figura 3 – k-tuplas críticas de medidas identificadas.

As criticalidades de alta cardinalidade geralmente envolvem medidas associadas com várias UMs diferentes. No entanto, a ocorrência de erros grosseiros múltiplos não correlacionados em medições que estão espalhadas no sistema são menos prováveis de ocorrer. Então, é razoável supor que EGs em medidas associadas a uma ou algumas UMs são mais prováveis de ocorrer e a avaliação das vulnerabilidades da EE com relação a esses eventos é de interesse prático. Suponha agora que a avaliação de vulnerabilidades de estimativa de estado para erros brutos simultâneos envolvendo medições de até 3 UMs seja de interesse. Neste caso, o algoritmo proposto é empregado para identificar apenas as Ck-tuplas de medidas associadas às Ck-tuplas de UMs. Isto reduz o número de combinações de interesse, uma vez que apenas o grupo de medições associadas a uma *k*-tupla de UM (*k* variando de 1 a 3) irá tomar parte no processo de identificação. De acordo com o algoritmo proposto, 20 Ck-tuplas de medidas são de interesse neste caso. A Figura 4 mostra o número de Ck-tuplas de cada cardinalidade que foram encontradas.





Figura 4 - k-tuplas críticas de medidas (até 3 Ck-UMs)

Os resultados obtidos com a abordagem proposta revelam as criticidades das medições que devem ser motivo de preocupação para o mau processamento de dados pela EE. Estas representam as fraquezas do sistema de medição em relação à ocorrência de múltiplos erros grosseiros que são considerados possíveis de ocorrer. Outras Ck-tuplas de medidas são desconsideradas porque envolvem medições de UMs demais e erros grosseiros múltiplos que afetam tais medições são considerados um evento menor probabilidade de ocorrência. Esta abordagem tem por finalidade limitar o número de combinações de medições a serem processadas e reduz consideravelmente o espaço de pesquisa de problemas.

6. Conclusões

O desempenho da EE é diretamente afetado pela presença de criticidades no plano de medição. A ocorrência de erros grosseiros únicos em medidas críticas ou erros múltiplos em *k*-tuplas críticas de medições pode tornar ineficazes as rotinas de processamento de EGs. Além disso, sabe-se que uma Ck-tupla de medições representa um caminho para a inobservabilidade. À medida que mais medidas de uma Ck-tupla ficam indisponíveis, mais próxima a rede está a um estado de inobservabilidade. O conhecimento de Ck-tuplas de medidas revelam as vulnerabilidades de um sistema de medição, indicando quais eventos de dados ruins representam dificuldades para o processo de estimação de estado. No entanto, o número de Ck-tuplas de medidas que estão presentes em um determinado plano de medição é geralmente muito alto e determinar todos eles é uma tarefa muito difícil.

Neste trabalho, é apresentada uma metodologia para determinar Ck-tuplas de medidas e elementos da rede. A abordagem proposta centra-se na identificação através do método B&B. Resultados numéricos obtidos com o sistema IEEE 14 barras atestam a eficácia e utilidade da abordagem proposta.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido pelo CAPES, CNPq, FAPERJ e INERGE.

Referências

Abur, A. e Gómez-Expósito, A. (2004) Power system state estimation: theory and implementation. Marcel Decker, Nova Iorque, NY.



de Almeida, M. C., Asada, E. N. e Garcia, A. V. (2008) Power system observability analysis based on Gram matrix and minimum norm solution, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, 4:1611-1618.

Augusto, A. A., Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C. e Miranda, V. (2016) Probabilistic assessment of state estimation capabilities for grid observation, IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 10, 12:2933-2941.

Castillo, E., Conejo, A. J., Pruneda, R. E. e Solares, C. (2006) Observability analysis in state estimation: a unified numerical approach, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 2:877–886.

Clements, K. A. e Davis, P. W. (1986) Multiple bad data detectability and identifiability. *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. PWRD-1, 3:355-360.

Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., e Schilling, M. Th. (2007) Handling critical data and observability, *Elect. Power Components & Syst.*, vol. 35, no. 5:553-573.

Do Coutto Filho, M. B. Stacchini de Souza, J. C. e Villavicencio Tafur, J. E. (2013) Quantifying observability in state estimation, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3: 2897-2906.

Do Coutto Filho, M. B., Stacchini de Souza, J. C., Augusto, A. A. (2014) Critical measuring units for state estimation. In *Proc. Power Syst. Comput. Conf. (PSCC)*, pp. 1-7, Wroclaw, Polônia.

Gou, B. e Abur, A. (2000) A direct numerical method for observability analysis", *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 15, 2: 625-630.

Korres, G. N. e Contaxis, G. C. (1991) Identification and updating of minimally dependent sets of measurements in state estimation, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, 3:999-1005.

Korres, G. N. (2011) An integer-arithmetic algorithm for observability analysis of systems with SCADA and PMU measurements, *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 81, 7:1388-1402.

Korres, G. N. (2011) A Gram matrix-based method for observability restoration, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, 4:2569-2571.

Kosut, O., Jia, L., Thomas, R., e Tong, L. (2010) Malicious data attacks on smart grid state estimation: attack strategies and countermeasures. In *Proc. IEEE Smart Grid Communications*, pp. 1-6, Maryland, IEEE.

London Jr., J. B. A., Alberto, L. F. C., e Bretas, N. G. (2007) Analysis of measurement set qualitative characteristics for state estimation purposes, *IET Gen., Trans. & Distrib.*, vol. 1, no. 1:39-45.

Monticelli, A. (1999) Power system state estimation: a generalized approach. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA.

Papadimitrou, C. H. e Steigtlitz, K. (1998) Combinatorial Optimization – Algorithms and Complexity. Dover Publications, Mineola, NY.

Phadke, A. G., e Thorp, J. S. (2008) Synchronized phasor measurements and their applications. Springer International Publishing, Cham, Suíça.

Simões Costa, A. J. A., Piazza, T. S. e Mandel, A. (1990) Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, 3: 941-949.

Sou, K. C., Sandberg, H., e Johansson, K. (2012) Computing critical k-tuples in power networks, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 3:1511-1520.

Taha, H. A. (1975), Integer Programming – theory, applications, and computations. Academic Press, Nova Iorque, NY.