



Problema de Roteamento de Veículos com Tempos Adicionais em Fronteiras

Lucas Esperancini Moreira e Moreira

Instituto de Ciências Matemáticas e Computação - USP
Av. Trabalhador São-Carlense, 400, CEP: 13560-970, São Carlos-SP, Brasil
lemm@usp.br

Franklina Maria Bragion Toledo

Departamento de Matemática e Estatística - ICMC/USP São Carlos
Av. Trabalhador São-Carlense, 400, CEP: 13560-970, São Carlos-SP, Brasil
fran@icmc.usp.br

RESUMO

Grandes distribuidoras do Brasil podem atender clientes em diversos estados do país. Um fator complicante na busca destas empresas por rotas com baixos tempos de viagem é a auditoria fiscal. A auditoria ocorre sempre que um veículo atravessa uma fronteira entre dois estados causando acréscimo no tempo total de viagem. Sendo assim, torna-se interessante agrupar clientes de forma regional. Este trabalho tem como objetivo estudar o problema de roteamento de veículos considerando tempos adicionais para viagens entre estados. Para isto, um modelo matemático clássico foi adaptado para tratar as questões de viagens entre clientes de estados diferentes. Testes computacionais utilizando instâncias baseadas na literatura foram realizados. Como esperado, os resultados apontaram soluções distintas para o problema clássico e o problema estudado, ratificando sua importância. Pode-se observar que, apesar de alterar as soluções finais, o problema com os tempos adicionais para cruzar fronteiras não apresentam grandes diferenças no tempo de resolução e na qualidade das soluções encontradas quando comparado com o problema clássico de roteamento de veículos.

PALAVRAS CHAVE. Problema Roteamento de veículos, Agrupamento, Modelagem.

L&T - Logística e Transportes, OC - Otimização Combinatória

ABSTRACT

Distribution companies of large scale in Brazil may need to fulfill requests from clients in different states. A complicate factor for these companies to find low cost routes is tax audits. These audits occurs every time a vehicle cross a boarder between states. This causes an increase in the total time of the trip and thus it may be interesting to group clients regionally. This paper goal is to study the vehicle routing problem considering increased time in trips between states. A classic model was adapted to treat these trips between clients from different states. Computational tests were made using instances from literature. As expected, the results showed different solutions from the classic model from the one studied, validating its importance. Despite the differences of the final solutions, the problem with additional time to cross a boarder did not show high differences in solving time and quality solutions found when compared with the classic routing problem.

KEYWORDS. Vehicle Routing Problem, Clustering, Modeling.

Paper topics L&T - Logistics and Transport, CO - Combinatorial Optimization



1. Introdução

De acordo com a Confederação Nacional do Transporte, o custo logístico no Brasil, isto é, gastos com distribuição, estoque, armazenagem e serviços administrativos consumiu 12,7% do PIB do país no ano de 2016 [Confederação Nacional do Transporte, 2016]. Para algumas empresas, a maior parte do gasto provém dos custos de transporte de produtos. De acordo com [Bräysy e Gendreau, 2005], o custo de distribuição pode representar até 70% do valor de um produto alimentício.

No âmbito de problemas de distribuição, a definição de rotas adequadas para a entrega de produtos permite a redução dos custos de transporte. Neste sentido, o planejamento das rotas utilizando modelos matemáticos se torna relevante. Mais explicitamente, o problema de roteamento de veículos (PRV) consiste em minimizar o tempo total das rotas de uma frota de veículos que iniciam e finalizam seu trajeto em um depósito e durante o processo de distribuição devem atender a demanda de clientes que pode ser, por exemplo, entrega de produtos de uma empresa.

[Dantzig e Ramser, 1959] foram os primeiros autores a abordar o PRV, o foco do estudo foi a distribuição de combustível em postos de gasolina. Desde então, devido a sua relevância prática e o desafio teórico que ele representa, o PRV tem sido amplamente estudado na literatura e diversas variações foram propostas. [Laporte, 2009] e [Toth e Vigo, 2014] apresentam importantes revisões sobre o tema.

Nesse trabalho, é proposto o estudo do PRV inspirado em um caso real. O Brasil é um país de proporção continental, por isso algumas empresas de distribuição têm a necessidade de atender clientes em vários estados do país. Devido a vasta área para a qual é necessária determinar as rotas, planejar a sequência de clientes que cada veículo deve atender se torna uma tarefa árdua sem o auxílio de ferramentas de apoio a decisão. Em especial, nesse trabalho é tratada de forma explícita a questão da inspeção fiscal. As auditorias fiscais em fronteiras são necessárias para evitar evasão de receita tributária [Brasil, Ministério da Fazenda, 2003]. Para isto, é obrigatório emitir um passe fiscal e, ao cruzar uma fronteira entre estados, é necessário fazer a checagem da mercadoria transportada. Este processo, no entanto, interfere no tempo necessário para o veículo viajar entre estados dificultando assim a elaboração de rotas de tempos mínimos. Embora extremamente relevante do ponto de vista prático, não é de conhecimento dos autores que o problema estudado tenha sido abordado anteriormente na literatura.

Na próxima seção, o problema aqui estudado é descrito em detalhes. Em seguida, a modelagem matemática utilizada é apresentada. Experimentos computacionais são reportados na Seção 3.

2. Descrição do Problema

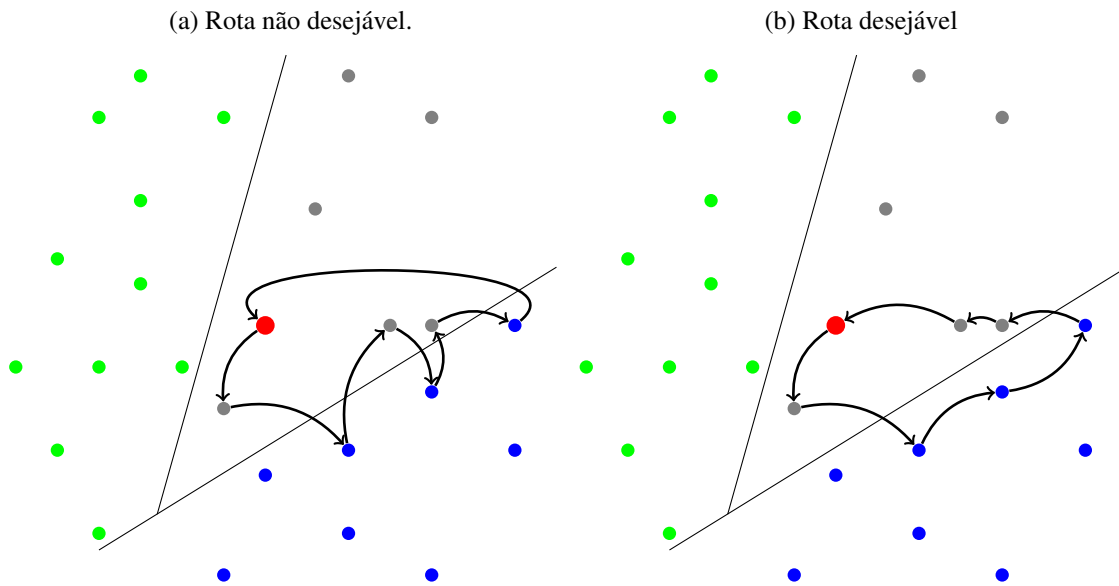
Nesse trabalho, uma aplicação do PRV inspirado em uma empresa de distribuição de produtos em escala nacional é estudado. Os veículos devem iniciar e terminar suas rotas em um mesmo depósito e todos os clientes possuem uma demanda conhecida que deve ser atendida por um único veículo. Além destas características clássicas de um PRV, nesse artigo é abordada a auditoria fiscal que ocorre toda vez que um veículo cruza uma fronteira entre estados do país. Estas auditorias influenciam diretamente no tempo final das rotas, pois o veículo deve ficar parado até que seja atendido e fiscalizado.

A Figura 1 ilustra duas formas de atender os clientes que se localizam próximos a uma fronteira. Na rota apresentada na Figura 1a, o veículo passa pela fronteira seis vezes. Isto significa que o veículo seria auditado em postos fiscais seis vezes em uma mesma viagem. Nota-se que a rota ilustrada na Figura 1b atende os mesmos clientes que a anterior, entretanto o veículo passa pela fronteira apenas duas vezes e, portanto, a rota seria realizada em menos tempo.

O problema estudado foi modelado como um problema de roteamento de veículos capacitado (PRVC) em que os clientes estão em diferentes estados. O modelo utilizado é o modelo clássico de dois índices que pode ser encontrado em [Irnich et al., 2014].



Figura 1: Rotas em fronteiras.



2.1. Modelagem Matemática

Seja $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ o conjunto de N clientes que devem ser atendidos. Cada cliente i possui uma demanda d_i de produtos que é conhecida. O vértice 0 é o depósito que possui demanda igual a zero ($d_0 = 0$). O conjunto de veículos é denotado por $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$. Os veículos são homogêneos e possuem capacidade Q . Da mesma forma que no PRV, o problema estudado é representado por um grafo completo $G = (V, A)$, onde $V = \{0\} \cup \mathcal{N}$ e $A = \{(i, j) \mid i \in V, j \in V, i \neq j\}$. O objetivo é minimizar a soma dos tempos de viagem dos veículos. Neste modelo, são utilizados dois conjuntos de variáveis de decisão. Assim, o modelo é descrito da seguinte forma:

Parâmetros:

T_{ij} : tempo de viagem do cliente i para o cliente j

Q : capacidade de transporte dos veículos

K : número de veículos disponíveis

d_i : demanda do cliente i

Variáveis:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se um veículo realiza a viagem de } i \text{ para } j \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

u_i : quantidade de carga do veículo atendendo o cliente i



$$\min \quad \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{N}} T_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{j \in \mathcal{N}} x_{i,j} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} x_{i,j} = 1, \quad \forall j \in \mathcal{N} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} x_{0j} \leq K, \quad (4)$$

$$u_i - d_j - Q(x_{ij} - 1) \geq u_j, \quad \forall i, j \in \mathcal{N} \quad (5)$$

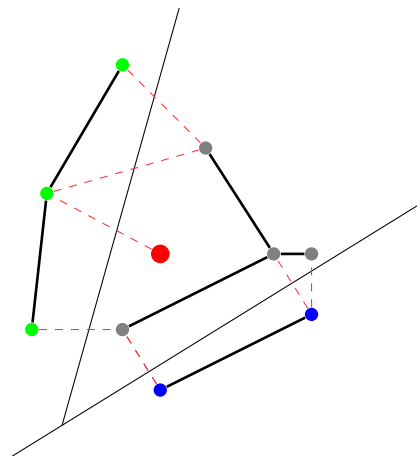
$$0 \leq u_i \leq Q, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \in \mathcal{N} \quad (7)$$

A função objetivo (1) visa minimizar a soma dos tempos de viagens de todos os veículos. As restrições (2) e (3) garantem o fluxo dos veículos entre os vértices do grafo, isto é, todos os vértices são conectados a apenas dois outros vértices em uma rota. A restrição (4) restringe o número máximo de veículos a ser utilizado. As restrições (5) garantem o sequenciamento das cargas e eliminam subciclos no grafo. Esse tipo de formulação para eliminação de subciclos é conhecida como MTZ e foi proposta por [Miller et al., 1960]. As restrições (6) garantem a não violação da capacidade dos veículos. Por fim, as restrições (7) definem as variáveis x_{ij} como binárias.

A Figura 2 ilustra um exemplo com nove clientes em três estados separados por retas. As arestas vermelhas tracejadas representam as viagens que demandam tempo adicional devido a cada cliente pertencer a um estado diferente, enquanto o tempo correspondente às arestas em cor preta é apenas o tempo de viagem entre os clientes.

Figura 2: Exemplo de arestas com custos adicionais.



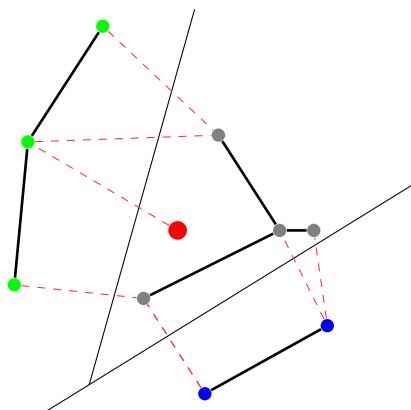
Para representar os tempos adicionais gerados ao veículo cruzar a fronteira entre estados, os valores do tempo de viagem entre clientes de estados distintos foi acrescido. A Figura 3 ilustra como estes vértices se apresentariam caso as distâncias fossem reais. As distâncias dos clientes pertencentes ao mesmo estado não sofrem alterações, entretanto os clientes de estados diferentes ficam a uma distância maior.

3. Experimentos Computacionais

Experimentos computacionais foram realizados para avaliar a estratégia de solução utilizada. O principal objetivo é analisar a eficácia desta abordagem e a dificuldade de resolução do PRV



Figura 3: Exemplo das arestas modificadas mostradas caso as distâncias fossem reais.



adaptado. Os testes foram realizados em um computador com processador Intel Core i7 de 3,6GHz, 16GB de memória RAM e no sistema operacional *Ubuntu* 16.04 LTS com o tempo máximo de 15 minutos. As instâncias foram resolvidas utilizando o *software* comercial Gurobi com a interface Python.

Todas as classes de instâncias de [Solomon, 2005] foram utilizadas: agrupados (C), aleatórios (R) e agrupados aleatoriamente (RC). Estas instâncias foram originalmente criadas para problemas de roteamento de veículos com janelas de tempo, entretanto devido a característica do problema estudado, as janelas de tempo foram descartadas. Portanto, foram utilizadas apenas as instâncias com configurações geográficas distintas, isto é, que possuem posições dos clientes e depósito alocadas de formas diferentes. Entre todas as instâncias de [Solomon, 2005] com 50 clientes existem 5 diferentes posicionamentos dos clientes e do depósito. As seguintes instâncias foram utilizadas: C101, C208, R211, RC101, RC208. Para cada uma destas instâncias foram variados dois parâmetros. O primeiro parâmetro variado foi o número de clientes que variou de 5 a 50, de 5 em 5. O segundo parâmetro alterado em cada teste foi o tempo adicional para cruzar uma fronteira. Quatro casos foram avaliados: nenhum tempo adicionado, um tempo de 10, 50 e 100 adicionado. Desta forma, 50 instâncias foram avaliadas para cada tempo adicionado para cruzar a fronteira.

As Figuras 4a e 4b ilustram um exemplo de solução do PRV estudado. Na Figura 4a está representada a solução do PRV sem tempos adicionais entre vértices de estados diferentes e a Figura 4b representa uma solução com os tempos adicionados para cruzar uma fronteira de estado iguais 10. O vértice circular vermelho no centro das figuras ilustra a posição do depósito e os outros vértices representam os clientes. As cores e formatos dos vértices representam os estados a que pertencem. Ambas as soluções apresentadas nas Figuras 4a e 4b são soluções ótimas, entretanto o acréscimo nos tempos ao cruzar a fronteira levou a uma alteração da rota. Na Figura 4a, os clientes do estado representado por estrelas de cinco pontas na cor azul são atendidos em dois momentos, isto é, três são inicialmente atendidos, e os outros três clientes deste estado são atendidos depois do veículo atender alguns clientes dos estados vizinhos. Ao adicionar tempo para cruzar as fronteiras entre estados, a solução final da rota ilustrada na Figura 4b foi alterada de forma que os clientes do estado representado pela estrela de cinco pontas na cor azul foram atendidos sequencialmente. Tal resultado mostra que, ao se considerar o tempo adicional para cruzar fronteiras, a solução ótima pode ser alterada.

Uma análise comparativa de todas as instâncias está apresentada nas Figuras 5 e 6. Para a construção dos gráficos os valores dos tempos de resolução e os GAPs foram ordenados. Desta forma, na Figura 5 é possível observar que o aumento dos tempos de viagem influenciou diretamente no tempo de resolução das instâncias, isto é, um maior número de instâncias considerando o tempo para cruzar as fronteiras atingiram o tempo máximo de resolução.



Figura 4: Comparação das soluções para a instância R211 com 40 clientes.

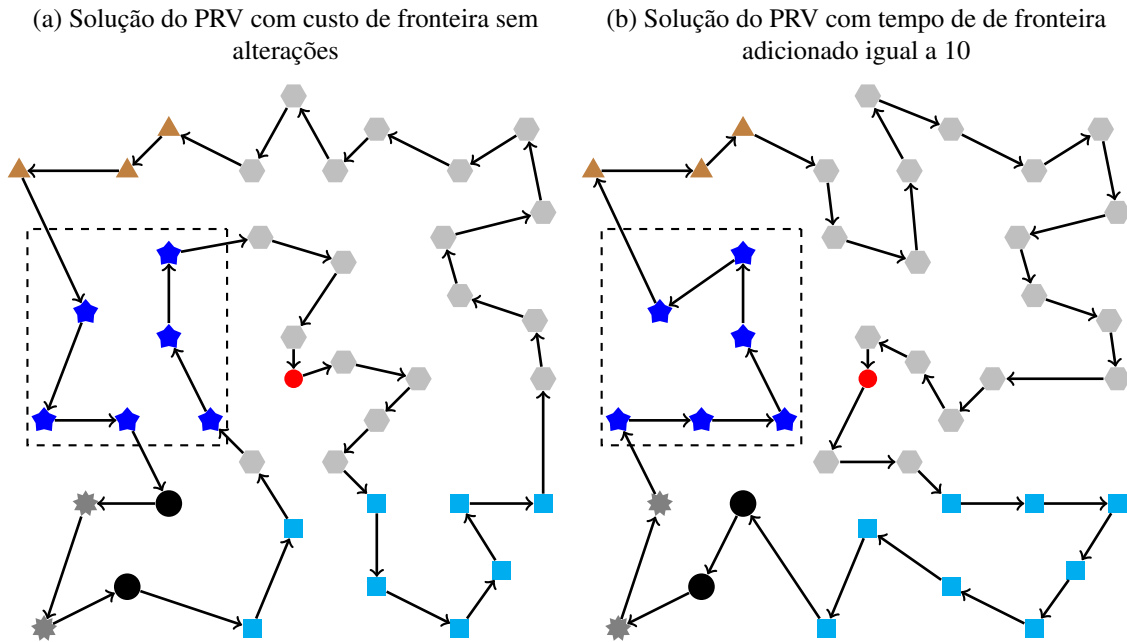
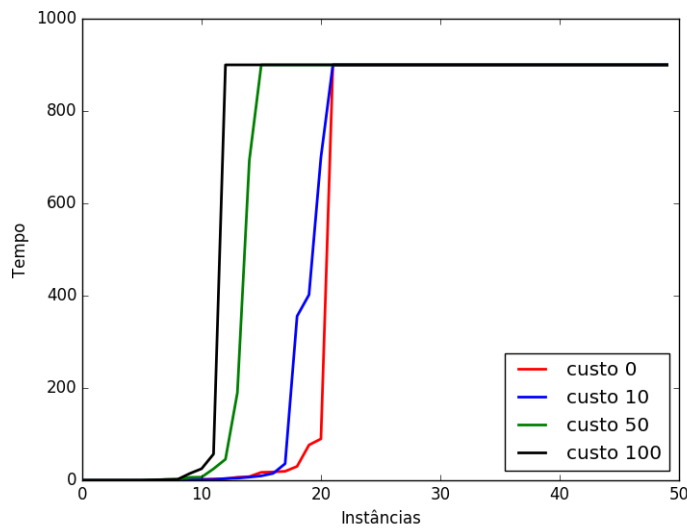


Figura 5: Gráficos com o tempo de execução das instâncias testadas.

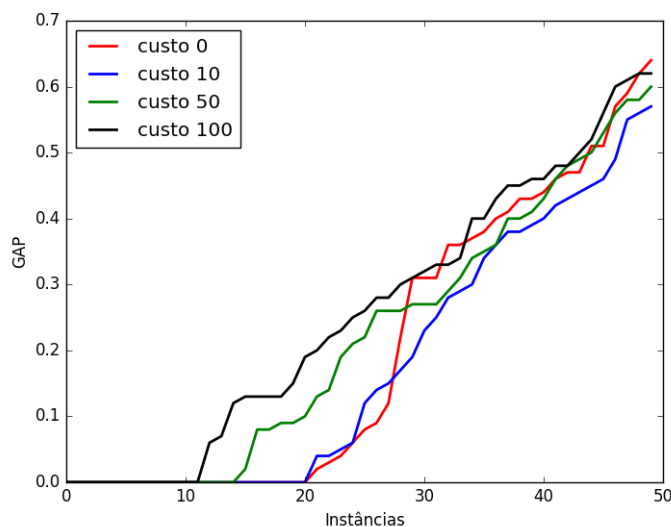


Efeitos semelhantes aconteceram com a qualidade da solução. As instâncias com tempos de viagem menores permitiram encontrar um número maior de soluções ótimas e de melhor qualidade, e as soluções de qualidade inferior não ultrapassaram o GAP de 80%.

Nos resultados obtidos, a maioria das instâncias com 15 clientes ou mais não foram resolvidas na otimalidade no tempo limite estabelecido. As instâncias R211 foram, em todos os casos, resolvidas com um GAP menor que 5%. Além disso, em cada instância com o mesmo número de clientes, a maioria das soluções não apresentaram diferenças nas soluções com os custos 10, 50 e 100, isto é, a quantidade acrescida nos custos não causaram diferenças nas rotas finais. Com estes resultados foi possível concluir que o acréscimo de tempo nas arestas entre estados diferentes pode alterar a solução final das rotas.



Figura 6: Gráficos com os GAPs das instâncias testadas.



4. Conclusão

Nesse trabalho foi estudado o problema de roteamento de veículos com auditorias fiscais de mercadorias nos momentos que os veículos cruzam fronteiras entre estados. O problema foi modelado como um PRV com tempos adicionais relacionado ao cruzamento de fronteira. Testes computacionais foram realizados para validar a proposta.

Os resultados obtidos mostraram que apesar de não haver uma grande diferença em relação aos tempos de resolução e aos GAPs conforme os custos são acrescidos, as soluções ótimas com a característica adicional de auditorias em fronteiras podem alterar as rotas finais como ilustrado para a instância R211 na Figura 4.

Além disso, este acréscimo resulta em instâncias mais difíceis de resolver utilizando o modelo clássico de dois índices. Apesar de representar com uma maior precisão problemas reais, este método não resolve instâncias com um grande número de clientes e, por isso, metaheurísticas estão sendo estudadas para que instâncias com um maior número de clientes possa ser resolvido.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores do trabalho e ao apoio financeiro do CNPq (132524/2016-3 e 306918/2014-5) e da FAPESP (2013/07375-0).

Referências

- Brasil, Ministério da Fazenda (2003). Protocolo ICMS-10/03. URL <http://app1.sefaz.mt.gov.br/Sistema/legislacao/legislacaotribut.nsf/07fa81bed2760c6b84256710004d3940/550f7efb88f30e1304256d0b004a41c5?OpenDocument>. Acessado em: 21 fev 2017.
- Bräysy, O. e Gendreau, M. (2005). Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation science*, 39(1):104–118.
- Confederação Nacional do Transporte (2016). URL <http://www.cnt.org.br/Imprensa/noticia/custo-logistico-consome-12-do-pib-do-brasil>. Acessado em: 28 fev 2017.
- Dantzig, G. B. e Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1): 80–91.



- Irnich, S., Toth, P., e Vigo, D. (2014). *The family of vehicle routing problems*, volume 18. SIAM.
- Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43(4):408–416. ISSN 0041-1655.
- Miller, C. E., Tucker, A. W., e Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulation of traveling salesman problems. *Journal of the ACM (JACM)*, 7(4):326–329.
- Solomon, M. M. (2005). Vrptw benchmark problems. URL <http://w.cba.neu.edu/~msolomon/problems.htm>. Acessado em: 1 mar 2017.
- Toth, P. e Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. SIAM.