



ANÁLISE E PROPOSIÇÃO DE DIFERENTES ESTRATÉGIAS PARA RESOLUÇÃO CONJUNTA DE PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

Fernanda de Freitas Alves

Universidade Federal de Minas Gerais
Avenida Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil
fernandafalves@ufmg.br

Thiago Henrique Nogueira

Universidade Federal de Viçosa
Rodovia MG-230 Km 7, Rio Paranaíba, MG, Brasil
thiagoh.nogueira@ufv.br

Maurício Cardoso de Souza

Martín Gómez Ravetti

Universidade Federal de Minas Gerais
Avenida Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil
mauricio@dep.ufmg.br, martin.ravetti@dep.ufmg.br

RESUMO

Considerar problemas de dimensionamento e sequenciamento da produção separadamente pode levar à inviabilidades ao plano de produção, bem como aumento de custos e utilização inadequada de recursos. Logo, o presente trabalho tem como objetivo analisar diferentes formas de conexão entre tais problemas, comparando os resultados obtidos quando as abordagens integrada, hierárquica e iterativa são utilizadas para resolução destes. Para as abordagens hierárquica e iterativa, serão propostas diversas estratégias para resolução do problema, analisando as diferentes informações compartilhadas entre os níveis de decisão. As estratégias propostas são comparadas à uma formulação integrada, resolvendo-as com a utilização do *solver* CPLEX. Uma análise é então realizada em relação aos resultados obtidos quando as distribuições uniforme, normal e de Poisson são utilizadas para geração das instâncias testadas. A partir desta análise, pode-se concluir que as estratégias propostas foram eficientes, encontrando bons resultados em baixos tempos computacionais, podendo ser consideradas boas alternativas ao método integrado.

**PALAVRAS CHAVE. Planejamento da Produção, Dimensionamento, Sequenciamento.
AD&GP - PO na Administração e Gestão da Produção**

ABSTRACT

To consider production lot sizing and scheduling problems separately can lead to infeasible production plans, an increase of costs and a poor use of resources. Therefore, this work aims to analyze different forms of connection between such problems, comparing the results when the integrated, hierarchical and iterative approaches are used to solve them. For the hierarchical and iterative approaches, several strategies are proposed to address the problem, analyzing the different information shared between the decision levels. The proposed strategies are compared to an integrated formulation, solving them using the CPLEX solver. An analysis of the results is performed considering uniform, normal and Poisson distributions to generate the instance set. Results show that the proposed strategies are efficient, finding good results in low computational times, and are good alternatives for the integration of the problems.

**KEYWORDS. Production Planning. Lot sizing. Scheduling.
AD&GP - OR in Administration and Production Management**



1. Introdução

Problemas de planejamento da produção que consideram simultaneamente decisões relativas ao dimensionamento e sequenciamento estão sendo amplamente estudados na literatura devido ao fato de que tratá-los de forma individual pode levar a planos de produção inviáveis. Logo, devido à importância de se considerar tais problemas de forma conjunta, o presente trabalho tem como objetivo analisar as diferentes formas de conexão entre os problemas de dimensionamento e sequenciamento da produção, comparando os resultados obtidos quando três abordagens são utilizadas para resolução, sendo estas as abordagens integrada, hierárquica e iterativa. O foco do trabalho será nas abordagens hierárquica e iterativa, sendo propostas diversas estratégias para resolução dos problemas estudados, analisando as diferentes informações compartilhadas entre tais problemas.

Para a abordagem integrada é utilizada uma formulação baseada em formulações existentes na literatura, utilizando-se os resultados obtidos como comparação com as estratégias propostas. Ressalta-se que não foram encontrados trabalhos que comparassem as três abordagens analisadas no presente trabalho ou que fizessem uma análise mais detalhada do tipo de informação compartilhada entre os níveis de dimensionamento e sequenciamento, sendo este um diferencial deste artigo. O problema estudado trata-se de um problema de dimensionamento e sequenciamento em uma máquina considerando tempos de preparação dependentes da sequência.

O restante do trabalho é organizado da seguinte maneira: A Seção 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os problemas e abordagens em estudo. Na Seção 3 é feita uma breve descrição do problema estudado, enquanto que na Seção 4 os modelos e métodos utilizados para resolvê-lo são apresentados. Os resultados obtidos são mostrados na Seção 5. Por fim, na Seção 6 são apresentadas as conclusões sobre o presente trabalho.

2. Referencial Teórico

O problema de dimensionamento da produção consiste em definir quais produtos serão produzidos em cada período, bem como a quantidade a ser produzida de cada um destes produtos [Brahimi et al., 2006]. Já o problema de sequenciamento determina datas de início e término de processamento, definindo-se, portanto, uma sequência de produção [Stadtler, 2005]. Segundo [Maravelias e Sung, 2009], tais problemas podem ser resolvidos de forma conjunta utilizando três diferentes abordagens: *full-space methods* (ou integrada, como chamada no presente trabalho), hierárquica e iterativa. Comparações entre as abordagens integrada e hierárquica podem ser vistas em [Sawik, 2009] e [Vogel et al., 2016].

As diferentes abordagens são ilustradas na Figura 1, que apresenta uma adaptação de [Maravelias e Sung, 2009] para o problema específico tratado neste trabalho. Na abordagem integrada os dois problemas estudados são resolvidos simultaneamente em uma mesma formulação, enquanto que na abordagem hierárquica resolve-se cada problema separadamente. Na abordagem iterativa, cada problema também é resolvido de forma separada, porém neste caso informações de *feedback* podem ser retornadas para o nível superior previamente resolvido. O compartilhamento de informações de níveis inferiores para níveis superiores possibilita que o problema de dimensionamento seja resolvido novamente considerando características que não eram conhecidas *a priori*. Logo, caso a sequência determinada no nível de sequenciamento seja inviável, a abordagem iterativa permite que informações retornadas sejam utilizadas a fim de encontrar soluções viáveis.

A abordagem integrada incorpora em um mesmo modelo matemático todas as variáveis e restrições referentes aos dois problemas analisados. [Wolosewicz et al., 2015] afirmam que esta abordagem pode ser considerada uma boa alternativa em relação às demais, porém comentam que o grande número de variáveis de decisão pode causar dificuldade para resolução do problema. Trabalhos que utilizam abordagens integradas para resolução de problemas de dimensionamento e sequenciamento podem ser vistos em [Xiao et al., 2015] e [Gicquel e Minoux, 2015].

Segundo [Vogel et al., 2016], o planejamento hierárquico da produção consiste em resolver de forma sequencial diversos níveis do planejamento da produção, reduzindo-se a complexidade

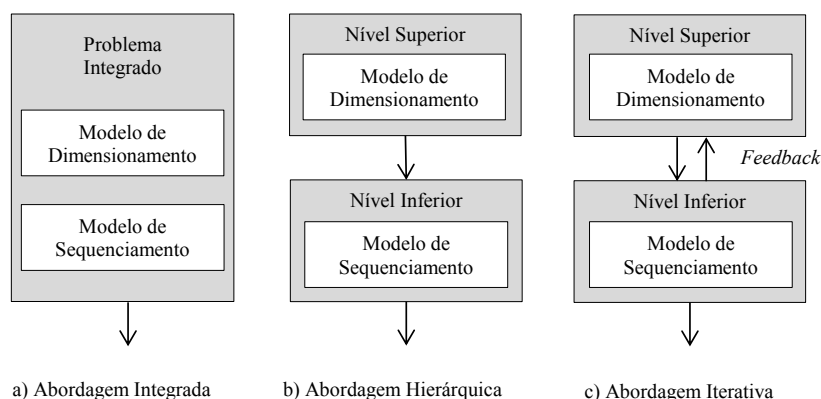


Figura 1: Abordagens para resolução dos problemas de dimensionamento e sequenciamento da produção (Adaptado de [Maravelias e Sung, 2009]).

de resolução do problema total. No entanto, o resultado gerado pelo planejamento hierárquico é subótimo, dado que este não considera decisões de diferentes níveis de forma global [Pochet, 2001]. [Dauzère-Pérès e Lasserre, 1994] ressaltam ainda que resolvê-los sequencialmente não garante consistência entre os diferentes níveis de decisão, o que pode levar à inviabilidades ao planejamento. Um exemplo da utilização de tal abordagem pode ser visto em [Katayama, 1996].

Na abordagem iterativa informações obtidas em níveis inferiores podem ser retornadas para níveis superiores a fim de encontrar uma solução viável ou melhorar uma solução obtida. Uma abordagem iterativa para resolução dos problemas tratados neste trabalho é proposta por [Kim e Lee, 2016], no qual informações obtidas no nível de sequenciamento são utilizadas a fim de melhorar a viabilidade do plano encontrado. Outro exemplo pode ser visto em [Bang e Kim, 2010].

Os trabalhos de [Sawik, 2009] e [Vogel et al., 2016] são os que mais se assemelham ao objetivo do presente trabalho, dado que comparam diferentes abordagens para resolução de problemas de planejamento da produção. Em relação às estratégias para resolução do problema o que mais se assemelha ao presente artigo é tratado por [Calfa et al., 2013], no qual cortes também são adicionados ao problema de dimensionamento caso a sequência determinada seja inviável.

3. Descrição do Problema

No presente artigo um problema capacitado de dimensionamento e sequenciamento da produção em uma máquina é estudado. Considera-se a produção de múltiplos produtos que possuem demandas conhecidas para cada período considerado. A empresa pode optar por não entregar um determinado produto, ou parte dele, no período previsto, porém tal opção acarretará em custos de *backorder*. Além disso, pode optar por produzir produtos a serem entregues em períodos futuros e estocá-los, incorrendo em custos de estoque.

Considerou-se que no início do primeiro período de planejamento não existiam estoques de nenhum dos produtos considerados, bem como quantidades não atendidas. Além disso, são considerados tempos de preparação dependentes da sequência para o período a ser sequenciado, enquanto que para os demais períodos um valor médio para o tempo de preparação é utilizado.

4. Modelos e Métodos de Solução

Nesta seção são apresentados os modelos matemáticos utilizados, bem como as estratégias propostas para resolução do problema. Os conjuntos, parâmetros e variáveis de decisão utilizados são apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3, respectivamente.

4.1. Abordagem Integrada

Uma formulação integrada baseada nas formulações propostas por [Toso et al., 2009] e [Ferreira et al., 2010] é utilizada para resolução, sendo esta denominada Modelo matemático Integrado de programação linear inteira mista com horizonte de planejamento Indexado no tempo (MII),



Tabela 1: Conjuntos utilizados nos modelos matemáticos.

Conjunto	Descrição
J	Conjunto de produtos
T	Conjunto de períodos do horizonte de planejamento
S	Conjunto de subperíodos de cada período do horizonte de planejamento. No presente artigo, o número de subperíodos considerados é igual ao número de produtos a serem produzidos

Tabela 2: Parâmetros utilizados nos modelos matemáticos.

Parâmetro	Descrição
t^*	Período do horizonte de planejamento a ser sequenciado
H_j	Custo de estoque do produto j
B_j	Custo de <i>backorder</i> do produto j
C_t	Capacidade (em horas) do período t
D_{jt}	Quantidade demandada do produto j no período t
p_j	Tempo de produção do produto j
Sm_j	Tempo de preparação médio para produção do produto j
St_{ij}	Tempo de preparação para produção do produto j após a produção do produto i

Tabela 3: Variáveis de decisão utilizadas nos modelos matemáticos.

Variável	Descrição
I_{jt}	Variável inteira que indica a quantidade de produto j em estoque ao final do período t
I_{jt}^-	Variável inteira que indica a quantidade de produto j cuja demanda não foi atendida no período t
q_{jt}	Variável inteira que indica a quantidade produzida do produto j no período t
w_{jt}	Variável binária que indica se existe produção ($w_{jt} = 1$) ou não ($w_{jt} = 0$) do produto j no período t
β_{ijs}	Variável binária que indica a produção ($\beta_{ijs} = 1$) ou não ($\beta_{ijs} = 0$) do produto j no subperíodo s após a produção do produto i no subperíodo $s - 1$
x_{js}	Variável binária que indica a produção ($x_{js} = 1$) ou não ($x_{js} = 0$) do produto j no subperíodo s

apresentada a seguir. Ressalta-se que o objetivo do artigo não é estudar as características específicas dessa formulação, e sim utilizá-la como meio de comparação com as estratégias propostas.

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (H_j I_{jt} + B_j I_{jt}^-) \quad (1)$$

$$\text{s.a. } I_{jt} = I_{j,t-1} + q_{jt} - D_{jt} + I_{jt}^- - I_{j,t-1}^- \quad \forall j \in J, \forall t = t^*, \dots, T, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in J} \sum_{j \in J, i \neq j} \sum_{s \in S} St_{ij} \beta_{ijs} + \sum_{j \in J} p_j q_{jt^*} \leq C_{t^*}, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{J-1} Sm_j w_{jt} + \sum_{j \in J} p_j q_{jt} \leq C_t \quad \forall t = t^* + 1, \dots, T + 1, \quad (4)$$

$$(p_j q_{jt}) / C_t \leq w_{jt} \leq q_{jt} \quad \forall j \in J, \forall t = t^* + 1, \dots, T + 1, \quad (5)$$

$$(p_j q_{jt^*}) / C_{t^*} \leq \sum_{s \in S} x_{js} \quad \forall j \in J, \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} x_{js} = 1 \quad \forall s \in S, \quad (7)$$

$$\beta_{ijs} \geq x_{i,s-1} + x_{j,s} - 1 \quad \forall i \in J, \forall j \in J, \forall s = 2, \dots, S, i \neq j, \quad (8)$$

$$q_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^- \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (9)$$

$$\beta_{ijs} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in J, \forall j \in J, \forall s \in S, i \neq j, \quad (10)$$

$$w_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (11)$$

$$x_{js} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, \forall s \in S. \quad (12)$$

A Restrição 1 apresenta a função objetivo do problema, que minimiza custos de estoque e *backorder*. A Equação 2 apresenta o balanceamento da linha de produção. Na Restrição 3 temos



que a soma de todos os tempos de preparação e produção incorridos no período t^* deve ser inferior à capacidade, enquanto que a Restrição 4 garante tal condição para os períodos restantes, utilizando um valor médio para o tempo de preparação. Em 5 temos a restrição que garante que, caso ocorra produção do produto j no período t , a variável binária w_{jt} assumirá um valor igual a 1, caso contrário, assumirá um valor igual a 0. A Equação 6 garante que a variável q_{jt^*} assumirá um valor igual a 0 caso não ocorrer produção de j em nenhum dos subperíodos considerados. Na Restrição 7 temos que só é produzido um produto j em cada subperíodo s . A Restrição 8 determina se existe troca na produção do produto i , previamente produzido no subperíodo $s - 1$, para produção do produto j no subperíodo s . Por fim, nas Restrições 9, 10, 11 e 12 temos o domínio das variáveis de decisão.

4.2. Abordagem Hierárquica

Na abordagem hierárquica cada nível de decisão é resolvido de forma sequencial. Nesta seção são apresentadas duas estratégias hierárquicas propostas para resolução do problema estudado. Na Tabela 4 são mostrados os novos parâmetros utilizados.

Tabela 4: Novos parâmetros utilizados na abordagem hierárquica.

Dado	Descrição
MKS	Makespan da sequência resultante
K	Número total de produtos pertencentes à sequência inicial encontrada
Seq_i	Sequência de produção no qual i indica a posição em que cada produto é produzido $\forall i = 1, \dots, K$

4.2.1. Estratégia Hierárquica I - EHI

Na Estratégia Hierárquica I (EHI) primeiramente o problema de dimensionamento é resolvido para todos os períodos do horizonte de planejamento e, com base nas informações resultantes, resolve-se o problema de sequenciamento somente para o período t^* . Caso a sequência obtida seja viável, ou seja, caso o *makespan* referente à esta sequência seja inferior à capacidade do período considerado, o procedimento é finalizado. Caso contrário, tenta-se viabilizar a sequência encontrada, realizando-se esta viabilização no nível inferior de sequenciamento. A Figura 2 apresenta o fluxograma que ilustra a estratégia EHI. Ressalta-se que todos os fluxogramas mostrados ao longo do trabalho apresentam apenas as principais informações compartilhadas entre os níveis de decisão. No entanto, para todas as estratégias apresentadas, o procedimento tem como saída os custos totais e as quantidades a serem produzidas, não atendidas e estocadas de todos os produtos em todos os períodos considerados, bem como a sequência de produção para o período t^* .

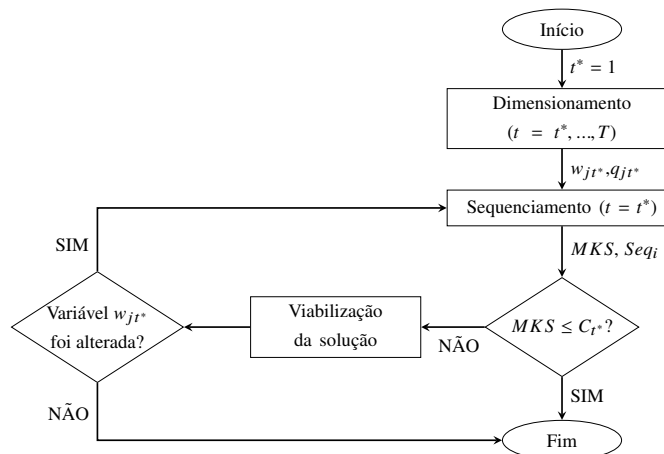


Figura 2: Fluxograma representando a estratégia EHI. As setas mostram as principais informações compartilhadas entre diferentes níveis de decisão.

Primeiramente o problema de dimensionamento é resolvido na otimalidade com o modelo apresentado a seguir, sendo este baseado nas formulações apresentadas em [Pochet e Wolsey, 2006].



$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (H_j I_{jt} + B_j I_{jt}^-) \quad (13)$$

$$\text{s.a. } I_{jt} = I_{j,t-1} + q_{jt} - D_{jt} + I_{jt}^- - I_{j,t-1}^- \quad \forall j \in J, \forall t = t^*, \dots, T, \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^{J-1} S m_j w_{jt} + \sum_{j \in J} p_j q_{jt} \leq C_t \quad \forall t = t^*, \dots, T, \quad (15)$$

$$(p_j q_{jt}) / C_t \leq w_{jt} \leq q_{jt} \quad \forall j \in J, \forall t = t^*, \dots, T, \quad (16)$$

$$q_{jt}, I_{jt}, I_{jt}^- \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (17)$$

$$w_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (18)$$

As Restrições 13, 14 e 16 possuem o mesmo significado das Restrições 1, 2 e 5, respectivamente. A Restrição 15 possui o mesmo significado da Restrição 4, porém neste caso é válida para todos os períodos de planejamento. As Equações 17 e 18 representam o domínio das variáveis.

Este modelo repassa ao nível de sequenciamento a informação de quais produtos serão produzidos no período t^* , w_{jt^*} , bem como as quantidades a serem produzidas de tais produtos, q_{jt^*} . Com base nas informações recebidas, o nível de sequenciamento determina uma sequência inicial com a regra *Longest Processing Time* (LPT), sequenciando os produtos definidos para serem produzidos de acordo com o maior tempo de processamento. Uma heurística de inserção é então aplicada à sequência obtida a fim de encontrar uma sequência melhor que minimize os tempos de preparação, consequentemente reduzindo-se *MKS*. Caso esta sequência exista, o *MKS* é recalculado e esta operação é repetida até que não seja possível realizar mais alterações em seu valor. As decisões tomadas no nível de sequenciamento são utilizadas para checar a viabilidade do plano de produção definido no dimensionamento, não sendo necessário encontrar uma sequência ótima de produção. Logo, optou-se pela utilização de heurísticas para resolução do problema de sequenciamento com o objetivo de encontrar, em um baixo tempo computacional, qualquer sequência que possua um valor para *MKS* menor do que o encontrado anteriormente.

O nível de sequenciamento tem como saída a sequência de produção Seq_i que possui o menor valor encontrado para *MKS*. Caso esta sequência seja viável, o procedimento é finalizado. Caso contrário, tenta-se viabilizar a sequência obtida, calculando-se a quantidade que deve ser retirada de *MKS* a fim de que este valor obedeça à capacidade. Esta quantidade é então reduzida da produção do último produto sequenciado em Seq_i . Caso após essa redução tal produto não seja mais produzido ou caso não seja possível retirar toda a quantidade determinada somente deste produto, o sequenciamento é resolvido novamente. Caso contrário, o procedimento é finalizado.

4.2.2. Estratégia Hierárquica II - EHII

Para a Estratégia Hierárquica II (EHII) são propostas duas formas de resolução, apresentadas a seguir, que se diferem em relação à definição do parâmetro θ . O fluxograma para esta estratégia é ilustrado na Figura 3, enquanto que a Tabela 5 apresenta os novos parâmetros utilizados.

Tabela 5: Novos parâmetros utilizados na estratégia EHII.

Dado	Descrição
Δ	Diferença entre <i>MKS</i> e C_{t^*} . Indica a quantidade que deve ser reduzida de <i>MKS</i> a fim de viabilizá-lo
θ	Em EHIIa indica o produto definido para ser produzido em t^* que possui o menor custo total de <i>backorder</i> caso deixe de ser produzido neste período. Em EHIIb indica o produto definido para ser produzido nos períodos t^* e $t^* + 1$ que possui o menor custo total de <i>backorder</i> caso deixe de ser produzido em t^*
γ	Diferença entre a capacidade do período t^* e o valor de <i>MKS</i> , ou seja, indica as horas ociosas de t^*
λ	Porcentagem máxima de reaproveitamento da capacidade
μ	Porcentagem mínima que deve ser produzida do produto θ
$\Delta setup$	Variação no tempo total de preparação se o produto θ é retirado da sequência de produção do período t^*

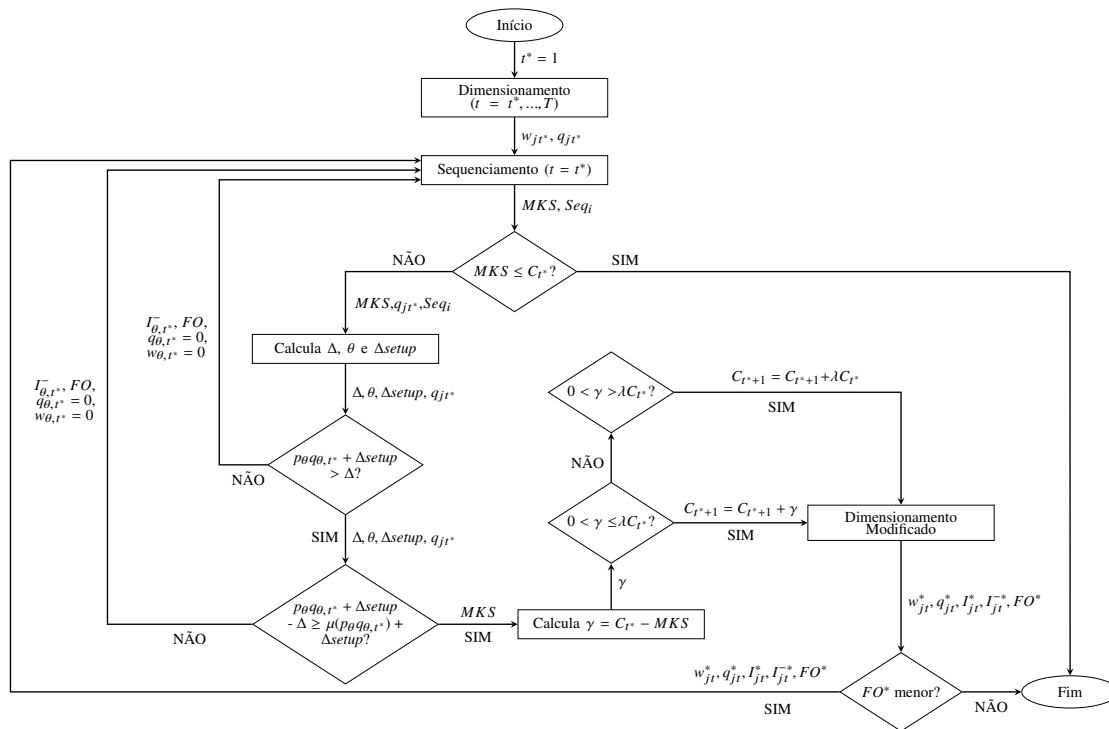


Figura 3: Fluxograma representando a estratégia EHII.

4.2.2.1. Estratégia Hierárquica IIa - EHIIa Inicialmente, os problemas de dimensionamento e sequenciamento são resolvidos da mesma forma que na estratégia EHI. Caso a sequência obtida seja inviável, na Estratégia Hierárquica IIa (EHIIa) primeiramente os parâmetros Δ , θ e $\Delta setup$ são determinados. Então o procedimento verifica se retirar quantidades a serem produzidas somente do produto θ é suficiente para viabilizar a sequência encontrada. Caso esta condição seja verdadeira, verifica-se se ao se retirar a quantidade Δ da produção de θ ainda resta uma determinada quantidade de horas de produção deste produto, sendo esta quantidade definida pelo parâmetro μ . Caso retirar Δ somente da produção de θ não for suficiente ou caso não restar a quantidade determinada por μ , o sequenciamento é resolvido novamente desconsiderando a produção de θ no período t^* .

Após a viabilização da solução, optou-se por utilizar uma extensão da capacidade do período $t^* + 1$, considerando que as horas ociosas do período t^* poderiam ser utilizadas para produção de produtos a serem entregues em períodos futuros. Tal estratégia foi utilizada a fim de minimizar a quantidade de produtos cuja demanda não é atendida no período determinado. Primeiramente é calculado o parâmetro γ . Caso este valor seja maior do que zero e menor ou igual a λC_{t^*} , uma quantidade γ é adicionada à capacidade do período $t^* + 1$. Caso este valor seja maior do que zero, porém maior do que λC_{t^*} , uma quantidade λC_{t^*} é adicionada à capacidade do período $t^* + 1$. O problema de dimensionamento modificado é então resolvido, resultando em novos valores para as variáveis de decisão e para a função objetivo. Ressalta-se que ocorre extensão de capacidade somente se esta incorrer em melhora na função objetivo do problema. Neste caso, o sequenciamento é realizado novamente com base nos novos valores obtidos. Se não houver melhora neste valor, o procedimento é finalizado, retornando o último valor obtido para a função objetivo.

4.2.2.2. Estratégia Hierárquica IIb - EHIIb Como podemos verificar na Tabela 5, na Estratégia Hierárquica IIb (EHIIb), o parâmetro θ é definido de maneira diferente, sendo esta a única diferença em relação à estratégia EHIIa. Caso não exista tal produto, a estratégia HSIa é utilizada. Com a nova definição de θ , só terá sua produção atrasada um produto que já acarretará em preparação no próximo período, modificando o mínimo possível o planejamento realizado no nível superior.



4.3. Abordagem Iterativa

Para as estratégias iterativas propostas, o problema de dimensionamento também é resolvido na otimalidade para todos os períodos do horizonte de planejamento, enquanto que o problema de sequenciamento também é resolvido somente para o período t^* com a regra LPT e com a heurística de inserção. Porém, neste caso informações podem ser retornadas ao nível de dimensionamento previamente resolvido. A Tabela 6 apresenta os novos conjuntos e parâmetros utilizados.

Tabela 6: Novos conjuntos e parâmetros utilizados nas estratégias iterativas.

Dado	Descrição
L	Conjunto do número de iterações realizadas pelo procedimento iterativo até encontrar uma solução viável
Ω_l	Conjunto de produtos que foram sequenciados na iteração l , tal que $l \in L$
SS_l	Tempo total de preparação da sequência resultante da iteração l , tal que $l \in L$
K_l	Número total de produtos pertencentes a Ω_l na iteração l , tal que $l \in L$
MKS_l	<i>Makespan</i> da iteração l , tal que $l \in L$

4.3.1. Estratégia Iterativa I - EII

Na Estratégia Iterativa I (EII), caso o valor obtido para MKS_l seja inviável, dois tipos de cortes representados pelas Restrições 19 e 20 são inseridos ao problema de dimensionamento a fim de encontrar soluções viáveis. $L1$ e $L2$ representam os conjuntos de iterações em que as Restrições 19 e 20, respectivamente, são inseridas. A escolha de qual delas é adicionada em cada iteração será explicada a seguir. Com a adição do corte, o problema de dimensionamento é resolvido novamente e repassa para o problema de sequenciamento a informação dos novos produtos definidos para serem produzidos, bem como as quantidades para produção. O sequenciamento é então resolvido novamente com base nos novos dados. Este procedimento iterativo é resolvido até que se obtenha um valor viável para MKS_l . Os parâmetros SS_l e MKS_l e o conjunto Ω_l representam as informações repassadas do nível inferior ao nível superior, sendo estas utilizadas nos cortes.

$$SS_l + \sum_{j \in \Omega_l} p_j q_{jt^*} \leq C_{t^*} \quad \forall l \in L1 \quad (19)$$

$$SS_l + \sum_{j \in \Omega_l} p_j q_{jt^*} \leq MKS_l - 1 \quad \forall l \in L2 \quad (20)$$

A escolha de qual dos cortes será inserido depende do parâmetro SS_l , calculado ao término de cada iteração l . Caso este valor seja inferior ou igual à C_{t^*} , o corte representado pela Restrição 19 é inserido. Caso contrário, a Restrição 20 é adicionada ao problema de dimensionamento. A cada iteração do procedimento iterativo um dos dois cortes é inserido mantendo-se os cortes adicionados anteriormente à iteração atual, logo o problema tem sempre L cortes adicionados em relação ao problema (13)-(18), sendo estes divididos em restrições do tipo 19 ou do tipo 20. O problema foi modelado desta forma a fim de evitar que o problema de dimensionamento determine como ótima uma solução já encontrada em iterações anteriores e que não resultou em uma sequência viável. Tais cortes permitem que o problema de dimensionamento altere a sequência encontrada nas iterações anteriores, definindo-se outro conjunto de produtos a serem produzidos ou que este somente reduza a quantidade a ser produzida de produtos da sequência obtida na iteração anterior.

4.3.2. Estratégia Iterativa II - EIII

Na Estratégia Iterativa II (EIII) caso a sequência obtida seja inviável um corte também é adicionado ao problema de dimensionamento a fim de encontrar uma solução viável. Neste caso tal corte é baseado na técnica *Local Branching*. Na restrição característica desta técnica são contabilizadas as variáveis binárias que tiveram seu valor alterado em uma dada solução, tendo como limitante superior um número máximo de trocas. No corte proposto, mostrado na Restrição 21, são somadas todas as variáveis binárias que indicam se os produtos pertencentes ao conjunto Ω_l são produzidos no período t^* , cujo resultado deverá ser inferior ou igual ao número de produtos



sequenciados na iteração anterior menos um. Assim como na estratégia EII, a cada iteração é adicionado um corte referente à iteração l , mantendo as restrições adicionadas nas iterações anteriores.

$$\sum_{j \in \Omega_l} w_{jt^*} \leq K_l - 1 \quad \forall l \in L \quad (21)$$

A Restrição 21 obriga que pelo menos um dos produtos que foram sequenciados na iteração anterior seja alterado, podendo-se encontrar uma nova solução que respeite a capacidade. As quantidades a serem produzidas também poderão ser alteradas, a única obrigatoriedade é que um produto definido para ser produzido na iteração anterior não seja mais produzido na iteração atual. As informações retornadas para o nível superior se tratam do conjunto Ω_l e do parâmetro K_l .

A Figura 4 apresenta o fluxograma que ilustra o procedimento proposto para as estratégias EII e EIII. A partir dos resultados obtidos na iteração l , o procedimento tenta viabilizar os resultados inviáveis adicionando-se alguns tipos de cortes ao problema de dimensionamento, que dependem de qual estratégia está sendo utilizada. O fluxograma apresenta ainda as informações repassadas do nível de sequenciamento para o nível superior de dimensionamento, sendo estas utilizadas nos cortes adicionados. Tal procedimento é resolvido de forma iterativa até que se encontre uma sequência viável, ou seja, um valor para MKS_l que seja inferior ou igual à capacidade do período t^* .

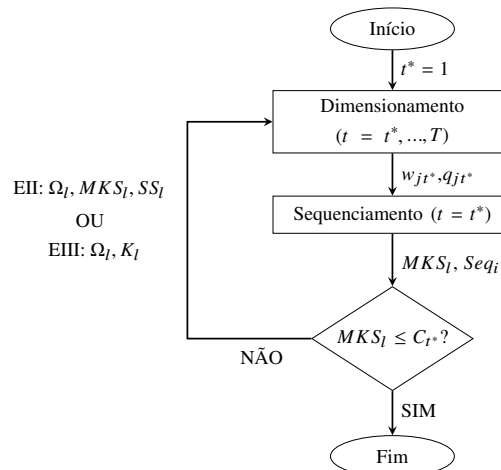


Figura 4: Fluxograma representando as estratégias EII e EIII.

5. Resultados

Os resultados foram obtidos através do *solver* CPLEX versão 12.6. Foi utilizada para todos os modelos e abordagens a linguagem de programação AMPL, sendo estes resolvidos em um computador com sistema operacional Linux, com 3.8GB de memória e processador Intel® Core™ 2 Quad. O tempo de resolução foi limitado em 3600 segundos para cada instância testada.

5.1. Geração de Instâncias

Para a geração das instâncias foi considerada a produção de 2, 4, 6, 8, 10, 12, 15 e 20 produtos. Para cada uma dessas quantidades foram gerados dez valores para os parâmetros apresentados na Tabela 7. As distribuições uniforme, normal e de Poisson foram utilizadas para geração dos dados. Logo, foram testadas 240 instâncias para cada abordagem.

O horizonte de tempo considerado é de 4 períodos ($T = 4$), no qual o dimensionamento é realizado para todos os períodos, enquanto que o problema de sequenciamento é resolvido apenas para o primeiro período. Tal estratégia foi utilizada a fim de reduzir o esforço computacional gasto para sequenciar períodos futuros de planejamento. Além disso, para as estratégias EIIa e EIIb o parâmetro μ foi estabelecido em 0.30, enquanto que o parâmetro λ foi considerado igual a 0.07, valor que indica a porcentagem de um turno de produção em relação ao total de horas disponíveis. A capacidade considerada para cada período do horizonte de planejamento é de 112 horas.



Tabela 7: Distribuições utilizadas para geração das instâncias.

Parâmetro	Uniforme	Normal	Poisson
Demanda D_{jt}	$U(0,8)$	$N(8,2)$	$Poisson(8)$
Tempo de produção p_j	$U(1,5)$	$N(5,3)$	$Poisson(5)$
Tempo de preparação St_{ij}	$U(10,100)$	$N(50,20)$	$Poisson(60)$
Custo de estoque H_j	$U(2,7)$	$N(3,1)$	$Poisson(3)$
Custo de Backorder B_j	$U(7,9)$	$N(8,1)$	$Poisson(8)$

5.2. Resultados Obtidos

A Tabela 8 apresenta os resultados médios obtidos para a função objetivo e para o tempo computacional para todas as abordagens analisadas. Dentre as instâncias testadas, foram selecionadas para cálculo da média aquelas cuja sequência era inicialmente inviável, selecionando o mesmo número de instâncias inviáveis para cada quantidade de produtos considerada. Os melhores resultados disponíveis são obtidos pelo modelo MII, que trata da otimização conjunta dos problemas de dimensionamento e sequenciamento. Foram destacados os valores em que não foram encontradas, no tempo limitado para resolução, soluções ótimas para alguma das instâncias pertencentes à média.

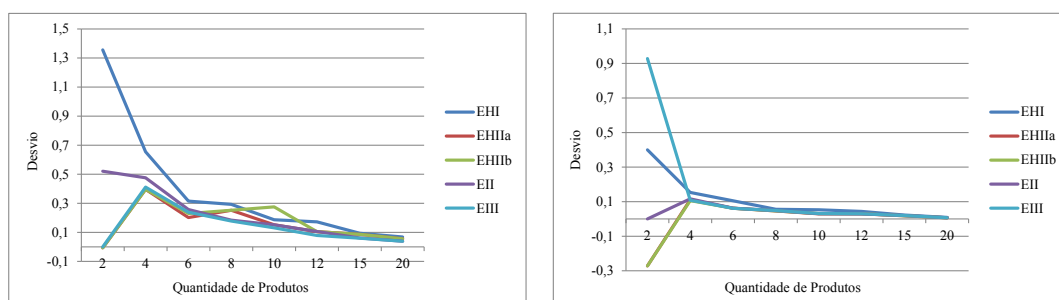
Tabela 8: Resultados médios obtidos para a função objetivo e para o tempo computacional, que é dado em segundos. "1", "2" e "3" indicam as distribuições uniforme, normal e de Poisson, respectivamente.

Dist.	Produto	MII		EHI		EHIa		EHIb		EII		EIII	
		FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo	FO	Tempo
1	2	48,67	0,01	114,67	0,01	48,33	0,01	48,33	0,01	74,00	0,02	48,67	0,02
	4	495,00	0,18	819,00	0,03	691,00	0,09	691,00	0,09	730,33	0,10	698,67	0,06
	6	1293,67	0,85	1701,00	0,06	1554,67	0,18	1590,67	0,14	1626,33	0,20	1602,67	0,25
	8	1698,33	3,94	2195,00	0,16	2126,00	0,34	2126,00	0,34	2011,00	0,27	2000,00	0,30
	10	2708,67	5,08	3214,67	0,06	3121,33	0,15	3454,67	0,17	3119,00	0,29	3063,67	0,18
	12	2712,00	1215,24	3179,67	0,37	2995,67	0,49	2995,67	0,49	2999,33	1,27	2925,33	1,06
	15	4246,00	1333,00	4643,67	0,58	4612,67	0,85	4612,67	0,84	4506,33	1,50	4498,67	1,41
	20	5793,00	2636,49	6186,33	0,85	6115,67	2,18	6115,67	1,92	6020,00	1,82	6020,00	2,09
2	2	41,67	0,01	58,33	0,01	30,33	0,00	30,33	0,00	41,67	0,01	80,33	0,01
	4	1036,33	0,20	1195,33	0,04	1151,00	0,06	1146,33	0,08	1157,00	0,11	1148,67	0,09
	6	2653,33	0,50	2932,33	0,03	2817,67	0,06	2817,67	0,07	2819,00	0,10	2817,00	0,10
	8	3665,67	2,24	3870,33	0,06	3835,33	0,07	3835,33	0,06	3842,67	0,17	3844,67	0,16
	10	4542,00	101,32	4782,00	0,14	4676,00	0,18	4683,67	0,16	4680,33	0,36	4685,33	0,32
	12	6824,00	138,30	7121,67	0,17	7024,67	0,18	7031,67	0,19	7023,33	0,45	7028,67	0,54
	15	8624,67	2224,39	8819,00	0,16	8781,33	0,17	8781,33	0,18	8793,33	0,58	8793,33	0,48
	20	12240,67	3600,31	12351,00	0,18	12320,33	0,18	12320,33	0,18	12325,33	0,63	12330,67	0,60
3	2	212,50	0,02	422,50	0,01	359,50	0,02	359,50	0,03	396,50	0,03	412,00	0,02
	4	935,00	0,09	1202,50	0,02	1129,00	0,05	1129,00	0,05	1149,50	0,06	1135,00	0,06
	6	1884,50	0,56	2043,00	0,03	2022,50	0,03	2022,50	0,03	2020,00	0,11	2033,00	0,09
	8	4091,00	0,74	4406,00	0,04	4361,50	0,09	4361,50	0,13	4389,50	0,11	4386,00	0,11
	10	4199,00	13,42	4306,00	0,05	4289,00	0,06	4289,00	0,05	4299,50	0,13	4290,00	0,14
	12	5640,00	33,05	5917,00	0,08	5877,50	0,16	5877,50	0,17	5893,00	0,21	5893,00	0,17
	15	7969,50	428,51	8281,50	0,07	8203,00	0,10	8203,00	0,14	8237,50	0,16	8251,50	0,16
	20	9177,50	3600,11	9442,00	0,15	9410,50	0,31	9410,50	0,32	9394,00	0,34	9402,00	0,46

As estratégias propostas foram resolvidas em um tempo igual ou inferior à abordagem integrada, sendo que, à medida que aumenta-se a quantidade de produtos considerados, maior é a diferença entre o tempo médio para resolução do modelo MII em relação ao tempo gasto pelas estratégias propostas, que foram resolvidas em tempos computacionais muito baixos para todas as instâncias testadas. Em relação à função objetivo, podemos observar que as estratégias propostas encontraram resultados próximos aos obtidos pelo modelo MII para a maioria das instâncias testadas, excetuando-se alguns casos em que são consideradas pequenas quantidades de produtos. No entanto, à medida que essa quantidade aumenta, os resultados obtidos por todas as estratégias propostas se aproximam dos resultados do modelo MII. Tal fato é ilustrado na Figura 5, que apresenta os desvios dos resultados das estratégias propostas em relação aos resultados da abordagem integrada. De uma forma geral, considerando todas as distribuições utilizadas, pode-se concluir que as estratégias propostas são boas alternativas para resolução do problema estudado quando uma quantidade igual ou superior a 4 produtos é considerada. Porém, podemos observar que, devido à

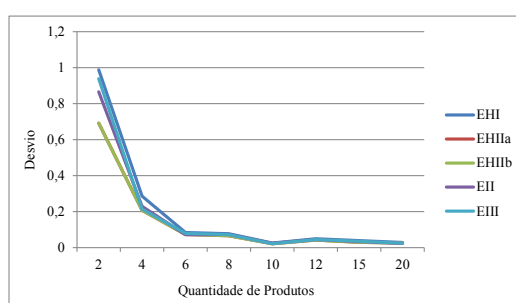


utilização da extensão de capacidade, em alguns casos para 2 produtos as estratégias EHIIa e EHIIb encontraram resultados para a função objetivo menores dos que os obtidos pelo modelo integrado.



(a) Distribuição Uniforme

(b) Distribuição Normal



(c) Distribuição de Poisson

Figura 5: Desvios observados em relação ao modelo integrado. Em (a), (b) e (c) temos os desvios relativos à distribuição uniforme, normal e de Poisson, respectivamente.

Analisando a eficiência das estratégias propostas, para cada distribuição considerada, definiu-se como a melhor e pior estratégia aquelas que apresentem o maior número de instâncias cujo resultado médio da função objetivo for o menor ou o maior, respectivamente, dentre todas as estratégias propostas. Para a distribuição uniforme, menores valores para a função objetivo foram encontrados utilizando-se a estratégia EIII, enquanto que para as distribuições normal e de Poisson, menores resultados foram obtidos com as estratégias EHIIa e EHIIb. Para todas as distribuições consideradas, os maiores valores para a função objetivo estão associados à estratégia EHI.

6. Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo fazer uma análise de três diferentes abordagens para a resolução conjunta de problemas de dimensionamento e sequenciamento da produção. Abordagens integradas, hierárquicas e iterativas foram testadas e analisadas. No caso das abordagens hierárquica e iterativa, foram propostas diversas estratégias em que ocorre transferência de informação entre diferentes níveis de decisão para a resolução do problema.

Os resultados obtidos mostraram que as estratégias propostas foram eficientes para resolver o problema estudado e são viáveis para serem aplicadas em casos reais, dado que encontraram resultados para a função objetivo próximos aos resultados obtidos com o modelo MII para a maioria das instâncias testadas e apresentaram um baixo tempo computacional para resolução. Para trabalhos futuros pretende-se implementar algumas estratégias hierárquicas e iterativas existentes na literatura, estendendo a base de comparação para as estratégias propostas no presente trabalho.

Agradecimentos

Trabalho parcialmente financiado pelo CNPq e FAPEMIG.



Referências

- Bang, J.-Y. e Kim, Y.-D. (2010). Hierarchical production planning for semiconductor wafer fabrication based on linear programming and discrete-event simulation. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 7(2):326–336.
- Brahimi, N., Dauzère-Pérès, S., Najid, N. M., e Nordli, A. (2006). Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 168(1):1–16.
- Calfa, B. A., Agarwal, A., Grossmann, I. E., e Wassick, J. M. (2013). Hybrid bilevel-lagrangian decomposition scheme for the integration of planning and scheduling of a network of batch plants. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 52(5):2152–2167.
- Dauzère-Pérès, S. e Lasserre, J. B. (1994). *An integrated approach in production planning and scheduling*, volume 411. Springer Science & Business Media.
- Ferreira, D., Morabito, R., e Rangel, S. (2010). Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers & Operations Research*, 37(4):684–691.
- Gicquel, C. e Minoux, M. (2015). Multi-product valid inequalities for the discrete lot-sizing and scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 54:12–20.
- Katayama, H. (1996). On a two-stage hierarchical production planning system for process industries. *International Journal of Production Economics*, 44(1):63–72.
- Kim, S. H. e Lee, Y. H. (2016). Synchronized production planning and scheduling in semiconductor fabrication. *Computers & Industrial Engineering*, 96:72–85.
- Maravelias, C. T. e Sung, C. (2009). Integration of production planning and scheduling: Overview, challenges and opportunities. *Computers & Chemical Engineering*, 33(12):1919–1930.
- Pochet, Y. (2001). Mathematical programming models and formulations for deterministic production planning problems. In *Computational combinatorial optimization*, p. 57–111. Springer.
- Pochet, Y. e Wolsey, L. A. (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming*. Springer Science & Business Media.
- Sawik, T. (2009). Monolithic versus hierarchical approach to integrated scheduling in a supply chain. *International Journal of Production Research*, 47(21):5881–5910.
- Stadtler, H. (2005). Production planning and scheduling. In *Supply Chain Management and Advanced Planning*, p. 197–214. Springer.
- Toso, E. A. V., Morabito, R., e Clark, A. R. (2009). Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. *Computers & Industrial Engineering*, 57(3):813–821.
- Vogel, T., Almada-Lobo, B., e Almeder, C. (2016). Integrated versus hierarchical approach to aggregate production planning and master production scheduling. *OR Spectrum*, p. 1–37.
- Wolosewicz, C., Dauzère-Pérès, S., e Aggoune, R. (2015). A lagrangian heuristic for an integrated lot-sizing and fixed scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 244(1):3–12.
- Xiao, J., Yang, H., Zhang, C., Zheng, L., e Gupta, J. N. D. (2015). A hybrid lagrangian-simulated annealing-based heuristic for the parallel-machine capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup times. *Computers & Operations Research*, 63:72–82.