



## **Programação do *cross-docking* integrada às decisões de roteamento no processo de distribuição**

**Eduardo D. Bernardes**

ICMC - USP

Av. Trabalhador São-Carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
UESC

Rod. Jorge Amado, km 16, 45662-900, Ilhéus - BA, Brasil  
eduardodbernardes@gmail.com

**Franklina M. B. Toledo**

ICMC - USP

Av. Trabalhador São-Carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil  
fran@icmc.usp.br

**Vinícius A. Armentano**

FEEC - UNICAMP

Av. Albert Einstein, 13083-852, Campinas - SP, Brasil  
vinicius@denisis.fee.unicamp.br

### **RESUMO**

O *cross-docking* é uma estratégia de distribuição utilizada como alternativa para diminuir os custos logísticos com a eliminação ou a redução de estoques intermediários e para melhor aproveitamento da capacidade de transporte. Em um sistema de distribuição com estratégia *cross-docking*, a programação das operações no *cross-dock* pode estar relacionada às decisões de roteamento de veículos responsáveis pelas entregas. A programação do *cross-dock* integrada às decisões de roteamento é ainda pouco estudada. Neste trabalho, abordamos o problema de programação de *cross-dock* integrado às decisões de roteamento de um sistema típico de uma rede de varejo para o qual foi desenvolvido um modelo matemático. Testes computacionais foram realizados com instâncias adaptadas da literatura e mostraram a relevância de considerar o roteamento das entregas em um sistema de distribuição com *cross-docking*.

**PALAVRAS CHAVE.** *Cross-docking*, Roteamento de veículo, Sistema de distribuição.

**L&T**

### **ABSTRACT**

The *cross-docking* is a distribution strategy that has been used as an alternative to reduce logistical costs by eliminating or reducing intermediate storage and improving the use of transport capacity. In a distribution system with *cross-docking* strategy, the scheduling of *cross-dock* operations can be related to the routing decisions for the delivery vehicles. The *cross-dock* scheduling integrated to the routing decisions is poorly studied. In this study, we presented an integrated approach to the *cross-dock* scheduling and the routing problem in a typical distribution system inspired by a retail network and a mathematical model was developed for the problem. Computational tests performed with instances adapted from the literature and they showed the relevance in considering the routing for the deliveries in a distribution system with *cross-docking*.

**KEYWORDS.** *Cross-docking*, Vehicle routing, Distribution system.

**L&T**



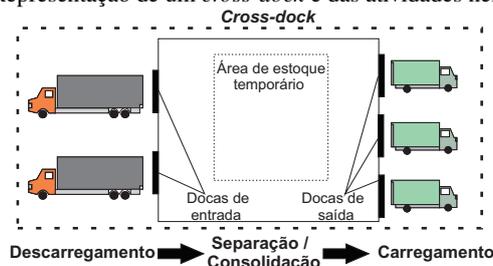
## 1. Introdução

De acordo com Ghiani et al. [2004], uma cadeia de suprimento (*supply chain*) é um sistema logístico complexo que permite transformar insumos em produtos finais. Uma cadeia de suprimento inclui fornecedores, fabricantes, clientes e centros de armazenamento e de distribuição e suas principais atividades estão relacionadas à produção e à distribuição. De forma geral, a distribuição pode ser realizada por meio de entregas diretas ou passando por meio de instalações intermediárias. No caso com instalações intermediárias, existem dois tipos de estratégias: *warehousing* e *cross-docking*. A diferença entre elas é que a estratégia *cross-docking* não permite estoque de produtos por longos períodos de tempo, enquanto que a *warehousing* permite.

A estratégia *cross-docking* é apontada como uma alternativa para obter um sistema de distribuição com baixos custos de estoque. Diversos exemplos de sua implementação em diferentes contextos são relatados na literatura. De acordo com Mohtashami [2015], o caso de estudo mais famoso é o da rede de varejo *Walmart*. Boysen [2010] cita exemplos no contexto de empresas postais, de fabricantes de automóveis e de transportadoras de cargas fracionadas. A estratégia consiste em transportar cargas de fornecedores para clientes passando por uma instalação intermediária onde as cargas são recebidas e separadas para consolidar novas cargas que são coletadas e entregues aos clientes. Além da redução de custos logísticos, essa estratégia contribui para um sistema de distribuição dentro da filosofia *Just-in-Time* com entregas e tempos de respostas mais rápidos e se encaixa no novo paradigma de cidade com base nos conceitos de *city logistic* diante das questões ambientais e dos problemas de tráfego nas cidades, contribuindo para a redução de veículos e promovendo a mobilidade nos centros urbanos.

Na Figura 1, é ilustrado um exemplo de um *cross-dock*. A instalação tem duas docas de entrada destinadas ao recebimento de cargas e três docas de saída destinadas ao carregamento das cargas coletadas. Note que dentro da instalação pode existir uma área de estoque temporário utilizada para consolidar cargas a serem coletadas. As três atividades que resumem as operações internas e estabelecem o fluxo dos produtos como indicado na figura são: descarregamento, separação/consolidação e carregamento.

Figura 1: Representação de um *cross-dock* e das atividades nele realizadas.



Independente da estratégia de distribuição, a consolidação de cargas destinadas para diferentes clientes é um caminho natural para o melhor aproveitamento da capacidade de transporte e, portanto, é necessário tomar decisões sobre as rotas para as entregas de forma a minimizar os custos com o transporte. Essa situação pode ocorrer em um sistema de distribuição com estratégia *cross-docking* de uma rede de varejo. Nesse contexto, abordamos o problema cujo objetivo é determinar a programação das operações para o descarregamento, a consolidação e o carregamento no *cross-dock* e as rotas para as entregas. De acordo com Buijs et al. [2014], a programação do sistema considerando a tomada de decisões operacionais de forma integrada resulta em benefícios permitindo reduzir tempos de processamento no *cross-dock* e custos nas rotas de entrega. Assim, desenvolvemos um modelo matemático para o problema integrando suas decisões e apresentamos testes computacionais para mostrar a relevância do roteamento.

Entre os trabalhos que tratam sobre o problema de roteamento de veículos com *cross-docking*, podem ser identificadas dois tipos de abordagens. A primeira refere-se ao Problema



de Roteamento de Veículos com *Cross-Docking* (*Vehicle Routing Problem with Cross-Docking – VRPCD*). O VRPCD é semelhante ao problema de coletas e de entregas, porém todas as coletas são realizadas primeiro e enviadas para o *cross-dock* onde são reorganizadas em cargas de saída para serem entregues aos clientes. Assim, o objetivo é determinar as rotas para as coletas e as entregas minimizando o custo total com o transporte. Em geral, as abordagens para este problema não tratam em detalhes as operações internas do *cross-dock*, apenas sincronizam os instantes de chegada das cargas de entrada com os instantes de partida das cargas de saída e determinam as consolidações. O segundo tipo de abordagem trata a programação das operações no *cross-dock* integrada às decisões do roteamento de veículos. Este problema é denominado por Agustina et al. [2014] como Problema de Roteamento de Veículos e Programação de *cross-dock* (*Vehicle Routing and Scheduling Problem of cross-dock – VRSP*).

O VRPCD foi primeiramente abordado por Lee et al. [2006]. Nessa abordagem, as rotas para as coletas e para as entregas dos pedidos devem ser concluídas num dado intervalo de tempo, sendo que o instante de chegada no *cross-dock* deve ser o mesmo para as rotas de coletas, de forma que as cargas de entrada estejam simultaneamente disponíveis para iniciar o processo de consolidação. Como estratégia de resolução, foi proposta uma busca tabu que é comparada com a solução ótima obtida pelo método de enumeração completa. Para o mesmo problema, Liao et al. [2010] e Vahdani et al. [2012] propõem um nova busca tabu e uma metaheurística híbrida, respectivamente, e obtém resultados melhores. Santos et al. [2013] apresentam uma variante do VRPCD, incluindo na função objetivo o custo pela movimentação de um pedido dentro do *cross-dock* quando ele não é coletado e entregue por um mesmo veículo e permitindo coletar e entregar um pedido numa mesma rota sem passar pelo *cross-dock*. Os autores apresentam um algoritmo *Branch-and-Price* por meio do qual são encontradas soluções com *gaps* abaixo de 3% para instâncias baseadas em dados reais.

Wen et al. [2009] incorporam ao problema proposto por Lee et al. [2006] janelas de tempo para as coletas e para as entregas. Além disso, por meio de variáveis que representam os instantes de término do descarregamento de cada carga de entrada, de disponibilidade dos pedidos para serem carregados e de início do carregamento de cada carga de saída, é estabelecido que uma carga de saída só pode ser processada se todas os pedidos que compõe a sua rota de entrega estiverem disponíveis. Os autores usaram uma busca tabu e realizaram testes com um conjunto de instâncias com até 200 pedidos. Tarantilis [2013] e Morais et al. [2014] tratam sobre esse mesmo problema propondo métodos de busca tabu diferenciados. Moghadam et al. [2014] abordam também esse problema, porém permitem o *split* de um pedido e apresentam três metaheurísticas.

Em Agustina et al. [2014] é encontrada uma abordagem para VRSP. O problema consiste em distribuir os pedidos de um conjunto de clientes que são enviados pelos fornecedores para um *cross-dock*. Cada cliente tem seu pedido enviado por um dos fornecedores. Assim, os pedidos, que já estão organizados em paletes, são descarregados e separados para a consolidação das cargas de saída que são coletadas e distribuídas aos clientes de acordo com uma rota. A programação do sistema de distribuição consiste na designação e ordenação das cargas para serem descarregadas e carregadas, na consolidação das cargas de saída e na definição das rotas de acordo com a janela de tempo de entrega para cada cliente. O objetivo é minimizar a soma dos custos de estoque temporário, das rotas e da violação (antecipação e atraso) das janelas de tempo. Um modelo é apresentado para o problema e, em função da sua complexidade, foi proposto um segundo modelo no qual consideram o agrupamento de clientes por zonas e por janelas de tempo. Com este modelo, os autores resolvem instâncias baseadas em dados reais utilizando o *CPLEX* versão 12.3. As características consideradas nessa abordagem, não permite aplicá-la ao problema tratado neste trabalho.

A seguir, o VRSP, inspirado em um sistema de distribuição de uma rede de varejo, é definido e um modelo matemático desenvolvido para ele é apresentado. Na sequência, temos os experimentos computacionais realizados com instâncias adaptadas da literatura que mostram a relevância do roteamento na programação do sistema de distribuição. Por último, são apresentadas algumas considerações finais.

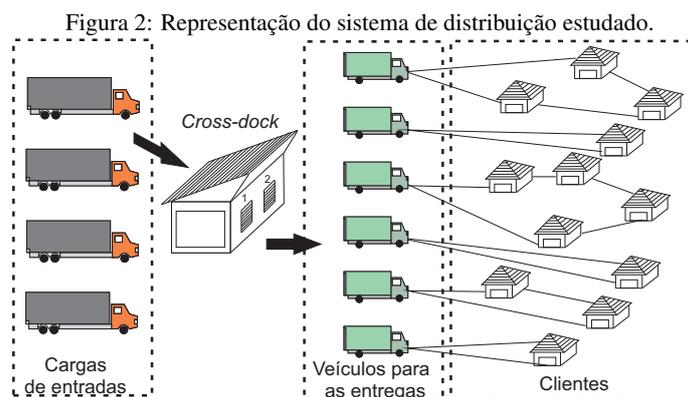


## 2. Programação de *cross-dock* e roteamento integrados

O VRSP estudado é definido considerando as características de um sistema de distribuição de uma rede de varejo em que o problema foi inspirado. Nesse sistema, é necessário organizar em paletes os pedidos dos clientes que são compostos por produtos entregues por diferentes fornecedores e as decisões sobre as rotas para as entregas aos clientes são relevantes no problema. O problema é definido em detalhes na Seção 2.1. Na sequência, é apresentado um modelo matemático desenvolvido com base na formulação do problema de designação e de ordenação de cargas apresentada em Assadi e Bagheri [2016] e na formulação clássica com três índices para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo.

### 2.1. Definição do problema

O problema estudado consiste em determinar a programação de um sistema de distribuição com estratégia *cross-docking* que recebe dos fornecedores cargas com um ou mais produtos que devem ser entregues aos clientes. No *cross-dock*, os produtos são descarregados nas docas de entradas e organizados em paletes de acordo com as demandas dos clientes para a consolidação das cargas de saída cujos carregamentos são realizados nas docas de saída. O número de paletes necessário para organizar a demanda de cada cliente é conhecido e é sempre menor ou igual a capacidade dos veículos responsáveis pelas entregas que são realizadas de forma direta ou utilizando rotas. Esse número é definido levando em consideração o volume total dos produtos e o volume que um paleta comporta.



A Figura 2 ilustra um exemplo do sistema de distribuição estudado. Da esquerda para a direita na figura, estão representados, respectivamente, o conjunto de cargas enviadas pelos fornecedores, o *cross-dock*, o conjunto de veículos homogêneos para a distribuição e o conjunto de clientes. O número de cargas de entrada e o número de veículos para a distribuição são maiores que o número de docas de entrada e o número de docas de saída, respectivamente. As conexões entre os veículos e os clientes exemplificam uma configuração de rotas de entrega. Assim, a programação do sistema inclui decisões como designar e ordenar as cargas de entrada e as cargas de saída a serem processadas sem preempção (i.e., quando o processamento de uma carga inicia, ele não pode ser interrompido), consolidar as cargas de saída e estabelecer as rotas para as entregas. O processamento de uma carga de saída reúne todas as operações para posicionar a carga na doca, para descarregar os paletes, para manuseá-los, para desmontá-los (se necessário) e para etiquetar e separar os produtos que são levados para uma área de consolidação. O processamento de uma carga de saída consiste em posicionar o veículo nas docas de saída e transportar os paletes consolidados da área de consolidação até o seu interior.

As decisões operacionais no *cross-dock* têm impacto direto sobre as rotas e os instantes em que as entregas são realizadas e, conseqüentemente, sobre o custo. Assim, o objetivo do problema é obter uma programação para as operações do sistema de distribuição com custo mínimo



de transporte e de violação das janelas de tempo dos clientes. Para isso, são conhecidos os custos e os tempos de viagem, sendo o custo de transporte diretamente proporcional ao tempo de viagem e o custo unitário por unidade de tempo antecipada ou atrasada em cada entrega. Também são conhecidos os tempos de processamento das cargas de entrada que são definidos de acordo com o número de paletes da carga, os tempos de processamento das cargas de saída que são iguais, já que os veículos responsáveis pela distribuição apresentam mesma capacidade de transporte, e os tempos de serviço para a entrega em cada cliente.

## 2.2. Modelo matemático

A seguir, estão definidos os conjuntos, os índices e os parâmetros considerados no modelo.

Conjuntos:

- $\mathcal{L}$ : conjunto de  $L$  cargas de entrada ( $\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$ ),
- $\mathcal{P}$ : conjunto de  $P$  produtos ( $\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$ ),
- $\mathcal{K}$ : conjunto de  $K$  veículos utilizados para as entregas das cargas de saída ( $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ ),
- $\mathcal{N}$ : conjunto de  $N$  clientes ( $\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$ ),
- $\mathcal{F}$ : conjunto de  $F$  docas de entradas ( $\mathcal{F} = \{1, \dots, F\}$ ),
- $\mathcal{H}$ : conjunto de  $H$  docas de saídas ( $\mathcal{H} = \{1, \dots, H\}$ ).

Índices:

- $l, m$ : cargas recebidas,
- $k, n$ : veículos utilizados para as coletas,
- $p$ : produto,
- $i, j$ : clientes,
- $f$ : doca de entrada,
- $h$ : doca de saída.

Parâmetros:

- $R_l^p$ : número do produto  $p$  na carga  $l$ ,
- $\Theta^p$ : volume de uma unidade do produto  $p$ ,
- $IP_l$ : tempo de processamento da carga de entrada  $l$ ,
- $OP$ : tempo de processamento de uma carga de saída,
- $Q$ : capacidade em paletes de cada veículo do conjunto  $\mathcal{K}$ ,
- $VOL$ : volume de um palete,
- $D_i^p$ : demanda do cliente  $i$  pelo produto  $p$  (em unidades),
- $\Phi_i$ : número de paletes necessários para transportar a demanda do cliente  $i$ ,
- $C_{ij}$ : custo pelo deslocamento do cliente  $i$  para o cliente  $j$  de um veículo,
- $TT_{ij}$ : tempo que um veículo gasta no deslocamento do cliente  $i$  para o cliente  $j$ ,
- $ST$ : tempo de serviço para descarregar a entrega no cliente,
- $[A_i, B_i]$ : janela de tempo para a entrega do cliente  $i$ ,
- $T_{MAX}$ : instante de tempo limite para que todas as atividades no *cross-dock* sejam executadas,
- $M$ : número suficientemente grande.

Como as rotas para a distribuição iniciam e terminam no *cross-dock*, são usados dois índices, 0 e  $N + 1$ , para representar o início e o fim de uma rota, respectivamente.

As variáveis necessárias para a modelagem são definidas a seguir e, ao mesmo tempo, os domínios delas são determinados.

Variáveis:



- $zr_{lf} \in \{0, 1\}$ : assume 1, se a carga de entrada  $l$  é processada na doca de entrada  $f$ , e 0, caso contrário,  
 $wr_{lm} \in \{0, 1\}$ : assume 1, se o processamento da carga de entrada  $l$  precede o processamento da carga de entrada  $m$ , e 0, caso contrário,  
 $zO_{kh} \in \{0, 1\}$ : assume 1, se a carga de saída coletada pelo veículo  $k$  é processada na doca de saída  $h$ , e 0, caso contrário,  
 $wO_{kn} \in \{0, 1\}$ : assume 1, se o processamento da carga de saída coletada pelo veículo  $k$  precede o processamento da carga de saída coletada pelo veículo  $n$ , e 0, caso contrário.  
 $y_{lk} \in \{0, 1\}$ : assume 1, se há transferência de algum produto da carga de entrada  $l$  para a carga de saída coletada pelo veículo  $k$ , e 0, caso contrário,  
 $\rho_{lk}^p \geq 0$ : número do produto  $p$  transferido da carga de entrada  $l$  para a carga de saída coletada pelo o veículo  $k$ ,  
 $ut_l \geq 0$ : instante em que o processamento da carga de entrada  $l$  termina,  
 $x_{ij}^k \in \{0, 1\}$ : assume 1, se o veículo  $k$  se desloca do cliente  $i$  para o cliente  $j$ , e 0, caso contrário,  
 $dt^k \geq 0$ : instante em que o veículo  $k$  parte do *cross-dock* (coincide com o instante em que o processamento da carga de saída coletada pelo veículo  $k$  termina),  
 $t_i^k \geq 0$ : instante em que o veículo  $k$  chega no destino  $i$ ,  
 $et_i \geq 0$ : antecipação (*earliness*) na entrega para o cliente  $i$ ,  
 $lt_i \geq 0$ : atraso (*tardiness*) na entrega para o cliente  $i$ .

O modelo matemático (MP) para o problema pode ser escrito como:

$$\min \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\}} \sum_{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} | i \neq j} TT_{ij} x_{ij}^k + \sum_{i \in \mathcal{N}} et_i + \sum_{i \in \mathcal{N}} lt_i \quad (1)$$

Sujeito a:

//Designação e ordenação das cargas de entrada.

$$\sum_{f \in \mathcal{F}} zr_{lf} = 1 \quad \forall l \in \mathcal{L}; \quad (2)$$

$$wr_{lm} + wr_{ml} \geq zr_{lf} + zr_{mf} - 1 \quad \forall l, m \in \mathcal{L} (l < m), \quad \forall f \in \mathcal{F}; \quad (3)$$

$$ut_l \geq IP_l \quad \forall l \in \mathcal{L}; \quad (4)$$

$$ut_m \geq ut_l + IP_m - T_{MAX}(1 - wr_{lm}) \quad \forall l, m \in \mathcal{L} (l \neq m); \quad (5)$$

//Designação e ordenação das cargas de saída.

$$\sum_{h \in \mathcal{H}} zO_{kh} = 1 \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (6)$$

$$wO_{kn} + wO_{nk} \geq zO_{kh} + zO_{nh} - 1 \quad \forall k, n \in \mathcal{K} (k < n), \quad \forall h \in \mathcal{H}; \quad (7)$$

$$dt^n \geq dt^k + OP - T_{MAX}(1 - wO_{kn}) \quad \forall k, n \in \mathcal{K} (k \neq n); \quad (8)$$

//Restrições de conexão.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \rho_{lk}^p = R_l^p \quad \forall p \in \mathcal{P}, \forall l \in \mathcal{L}; \quad (9)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}} \rho_{lk}^p = \sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} | j \neq i} D_i^p x_{ij}^k \quad \forall p \in \mathcal{P}, \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (10)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \rho_{lk}^p \leq M y_{lk} \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall l \in \mathcal{L}; \quad (11)$$

$$dt^k \geq ut_l + OP - T_{MAX}(1 - y_{lk}) \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall l \in \mathcal{L}; \quad (12)$$



//Roteamento

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} | j \neq i} x_{ij}^k = 1 \quad \forall i \in \mathcal{N}; \quad (13)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\}} x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (14)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\}} x_{i,N+1}^k = 1 \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (15)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{0\} | i \neq j} x_{ij}^k - \sum_{i \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} | i \neq j} x_{ji}^k = 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall j \in \mathcal{N}; \quad (16)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} \sum_{j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} | j \neq i} \Phi_i x_{ij}^k \leq Q \quad \forall k \in \mathcal{K}; \quad (17)$$

$$t_i^k \geq dt^k + TT_{0i} x_{0i}^k \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall i \in \mathcal{N}; \quad (18)$$

$$t_j^k \geq t_i^k + ST_i + TT_{ij} - T_{MAX}(1 - x_{ij}^k) \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall i \in \mathcal{N}, \quad \forall j \in \mathcal{N} \cup \{N+1\} (i \neq j); \quad (19)$$

$$t_i^k \geq A_i - et_i \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall i \in \mathcal{N}; \quad (20)$$

$$t_i^k \leq B_i + lt_i \quad \forall k \in \mathcal{K}, \quad \forall i \in \mathcal{N}; \quad (21)$$

$$t_{N+1}^k \leq T_{MAX} \quad \forall k \in \mathcal{K}. \quad (22)$$

Por hipótese, os custos de deslocamento entre dois clientes  $i$  e  $j$  ( $C_{ij}$ ) são diretamente proporcionais aos tempos de viagens ( $TT_{ij}$ ) entre eles e, por isso, minimizar o custo associado às rotas equivale a minimizar o tempo delas. Além disso, a penalidade pela violação da janela de tempo é igual a uma unidade do custo de deslocamento para cada unidade de tempo antecipada ou atrasada. Assim, a função objetivo (1) é escrita em função do tempo total de deslocamento e do tempo total de antecipação e de atraso.

No modelo MP, as decisões de designação e as decisões de ordenação das cargas de entrada são modeladas pelas restrições (2)-(5). As restrições (2) determinam que cada carga  $l$  seja designada para ser processada em apenas uma das docas de entrada. As restrições (3) juntamente com as restrições (5) determinam que, se duas cargas  $l$  e  $m$  são designadas a uma mesma doca, deverá existir uma relação de precedência entre elas. As restrições (4) determinam os instantes de término do processamento para as primeiras cargas processadas, enquanto as restrições (5) relacionam os instantes de término do processamento das cargas designadas para uma mesma doca de acordo com a relação de precedência entre elas. De forma análoga, as restrições (6)-(8) modelam a designação e a ordenação para as operações de carregamento.

As restrições (9)-(12) estabelecem a conexão entre as decisões para as operações de descarregamento, de carregamento e de roteamento. As restrições (9) garantem que a soma de todos as quantidades de produtos transferidas para as cargas de saída coletadas pelos veículos sejam exatamente igual às quantidades recebidas e as restrições (10) determinam que a quantidade transferida de cada produto para uma carga de saída coletada seja igual à soma das demandas do produto dos clientes que estão na rota do veículo designado para a coleta. As restrições (11) indicam quando há transferência de uma carga de entrada para uma carga de saída, focando a variável  $y_{lk}$  assumir 1 quando houver transferência de algum produto da carga de entrada  $l$  para a carga de saída coletada pelo veículo  $k$ . Por último, as restrições (12) estabelecem a relação entre os instantes de término do processamento das cargas de entrada e os instantes de término do processamento das cargas de saída de acordo com as transferências realizadas.

O roteamento dos veículos utilizados na distribuição é modelado pelas restrições (13)-(17). As restrições (13) garantem que cada cliente terá sua entrega realizada por exatamente um dos veículos. As restrições (14) e (15) asseguram que as rotas dos veículos devem iniciar e terminar



no depósito respectivamente, enquanto que as restrições (16) estabelecem a continuidade das rotas. As restrições (17) exigem que a soma das demandas em paletes de todos os clientes de uma rota não seja maior que a capacidade do veículo. Uma vez que os instantes em que os veículos partem do *cross-dock* ( $dt^k$ ) são definidos, a sucessão entre os instantes de chegada em cada cliente de acordo com cada rota, contabilizando o tempo de viagem e o tempo de serviço, é estabelecida pelas restrições (18) e (19). Para o instante de chegada em cada cliente, janelas de tempo são impostas pelas restrições (20)-(21), permitindo o atraso e a antecipação. Além disso, as restrições (22) determinam que todo veículo deve terminar sua rota até o instante máximo  $T_{MAX}$ .

### 3. Experimentos computacionais

Conceitualmente, o problema estudado consiste na integração de dois clássicos problemas da literatura: a ordenação e designação de cargas em um *cross-dock* com o roteamento de veículos com janelas de tempo. Com o propósito de avaliar a relevância do roteamento no processo de entrega para esse problema, experimentos computacionais foram conduzidos considerando dois cenários distintos pelo volume das demandas dos clientes. A seguir, é explicada a geração das instâncias testes e os resultados obtidos são apresentados.

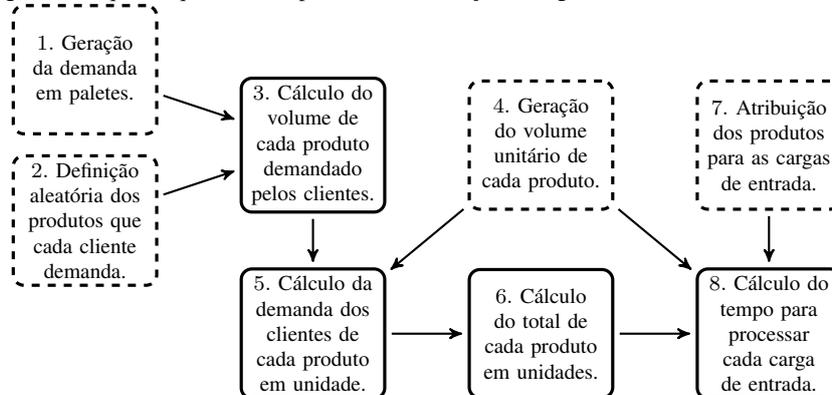
#### 3.1. Geração das instâncias testes

As instâncias testes foram obtidas a partir de uma adaptação de doze instâncias (R101–R112) do problema de roteamento de veículos com janelas de tempo e 25 clientes propostas em Solomon [1987] para cada cenário. No Cenário 1, as demandas dos clientes podem ser organizadas entre 2 e 8 paletes e, no Cenário 2, entre 4 e 16 paletes. Dado que os veículos responsáveis pela distribuição tem capacidade de transporte ( $Q$ ) igual a 16 paletes, o Cenário 1 representa uma situação em que as cargas consolidadas podem ser destinadas para até 8 clientes e o Cenário 2, para até 4 clientes.

Os dados sobre distâncias, tempos de viagem e tempos de serviço na entrega e as características em relação às janelas de tempo foram mantidos iguais aos das instâncias de Solomon (R101–R112). Em especial, as janelas de tempo das instâncias de R101 a R104, das instâncias de R105 a R108 e das instâncias de R109 a R112 têm intervalos de tempo iguais a 10, 30 e 65, respectivamente. Em cada caso, na ordem crescente das instâncias, o número de clientes com janelas de tempo iguais aos intervalos determinados são 25, 18, 12 e 8, respectivamente, e os clientes restantes, quando o número é 18, 12 ou 8, apresentam janelas de tempo mais largas.

Na Figura 1 é ilustrado o esquema de execução dos passos para obter alguns dados do VRSP abordado. Os retângulos com linha pontilhada representam os passos com geração aleatória de acordo com uma distribuição uniforme e os retângulos com linha contínua representam os passos com cálculos de dados a partir de outros indicados pelas setas.

Figura 3: Esquema que ilustra o processo de obtenção de alguns dados das instâncias testes.



Na Tabela 1, é reportada a forma como os dados foram obtidos em cada passo do esquema da Figura 1 considerando  $L = 10$ ,  $P = 20$ ,  $F = 2$ ,  $N = 25$ ,  $K = 25$ ,  $H = 5$  e  $VOL = 1, 2$ .



Note que o número de veículos garante a factibilidade das instâncias que são resolvidas admitindo veículos ociosos.

Tabela 1: Cálculo dos dados de acordo com os passos indicados no esquema da Figura .

Passo	Dado	Forma de obtenção
1	$\Phi_i \in \mathbb{Z}$ : número de paletes necessário para organizar o pedido do cliente $i$	Cenário 1: $U[4, 16]$ Cenário 2: $U[2, 8]$
2	$I_i^p \in \{0, 1\}$ : 1, indica que o produto $p$ é demandado pelo cliente $i$ , e 0, caso contrário	$U[0, 1]$
3	$V_i^p$ : volume máximo do produto $p$ demandado pelo cliente $i$	$V_i^p = I_i^p \left[ \frac{\Phi_i VOL}{\sum_{p \in \mathcal{P}} I_i^p} \right]$
4	$\Theta^p \in \mathbb{R}$ : volume de uma unidade do produto $p$	$U[0, 005VOL; 0, 04VOL]$
5	$D_i^p$ : número do produto $p$ demandado pelo cliente $i$	$D_i^p = \left\lfloor \frac{V_i^p}{\Theta^p} \right\rfloor$
6	$QTP^p$ : número total do produto $p$	$QTP^p = \sum_{i \in \mathcal{N}} D_i^p$
7	$J_l^p \in \{0, 1\}$ : 1, indica que o produto $p$ é trazido pela carga $l$ , e 0, caso contrário	$U[0, 1]$
8	$IP_l$ : tempo de processamento da carga $l$ :	$IP_l = \sum_{p \in \mathcal{P}} J_l^p \left( \left\lceil \frac{QTP^p \Theta^p}{VOL} \right\rceil 5 \right)$

A janela de tempo de cada cliente  $i$ ,  $[A_i, B_i]$ , e o instante limite do horizonte de planejamento,  $T_{MAX}$ , foram adaptados da seguinte maneira:

$$[A_i, B_i] = \left[ A_i^o + \left\lceil \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} IP_l}{F} \right\rceil, B_i^o + \left\lceil \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} IP_l}{F} \right\rceil \right] \text{ e } T_{MAX} = T_{MAX}^o + \left\lceil \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} IP_l}{F} \right\rceil + OP \left\lceil \frac{K}{H} \right\rceil;$$

onde  $A_i^o, B_i^o$  e  $T_{MAX}^o$  são os tempos originais e  $OP = 30$ .

Assim, as instâncias de 1 a 12 obtidas para cada cenário são adaptações das instâncias de R101 a R112, respectivamente.

### 3.2. Resultados computacionais

Os resultados mostrados a seguir foram obtidos resolvendo as instâncias testes em um computador com processador Intel Core i7-2600 @ 2.40 GHz e 15.6 GB de memória RAM no sistema operacional 16.04 LTS através do *solver* comercial Gurobi versão 7.0.2 com a configuração padrão de seus parâmetros e tempo limite de 3.600 segundos.

Nas Tabelas 2 e 3, são reportados os custos relacionados ao transporte (Transp.), às entregas antecipadas (Ant.) e às entregas atrasadas (Atraso), os custos totais (Total), os *gaps* (Gap) e os números de veículos (V) utilizados de acordo com a melhor solução encontrada para cada instância em três configurações de distribuição para o Cenário 1 e para o Cenário 2, respectivamente. As duas primeiras configurações permitem a entrega por meio de rotas tal como o problema aqui tratado, mas com quatro e vinte e cinco docas de saída, respectivamente. A terceira admite apenas entrega direta com quatro docas de saída. No caso em que apenas entregas diretas são permitidas, o custo de transporte é igual 1246,2 para todas as instâncias, pois as localizações dos clientes não se alteram entre as instâncias, o número de veículos utilizado é 25 e não houve entregas em atraso.

Em geral, na Tabela 2, os *gaps* obtidos não levam a uma análise conclusiva. Possivelmente, os valores altos para eles estão relacionados à qualidade dos limitantes duais. Os números de veículos utilizados na distribuição mostra a relevância do roteamento nos dois casos em que ele é permitido. Ao comparar os custos de atraso, em especial, no caso com 25 docas de saída com os custos de atraso nas outras configurações, observa-se que eles são maiores nos casos com 4 docas de saída já que os veículos partem do *cross-dock* mais tarde por conta da ordenação no carregamento. Ao analisar os resultados de acordo com as características das janelas de tempo, observa-se um aumento mais expressivo dos custos de atraso nas instâncias com maior quantidade de clientes com janelas de tempo mais apertadas.



Tabela 2: Resultados para as instâncias do Cenário 1 considerando três configurações de distribuição.

Inst.	Roteamento											Entrega direta			
	4 docas de saída						25 docas de saída						4 docas de saída		
	Transp.	Ant.	Atraso	Total	Gap	V	Transp.	Ant.	Atraso	Total	Gap	V	Transp.	Atraso	Gap
1	1002,7	0,0	441,3	1444,0	44,6	16	1002,8	3,2	11,6	1017,6	21,7	17	1246,2	961,0	43,5
2	1046,3	0,0	215,0	1261,3	21,2	20	1046,3	0,0	0,0	1046,3	6,3	20	1246,2	488,0	28,1
3	1067,6	0,0	200,0	1267,6	24,2	19	1049,8	0,0	0,0	1049,8	6,9	19	1246,2	308,0	19,8
4	985,5	0,0	172,0	1157,5	32,2	18	959,0	0,0	1,7	960,7	4,1	17	1246,2	405,0	24,5
5	1093,8	15,8	509,3	1618,9	37,7	19	1076,1	0,0	0,0	1076,1	5,6	20	1246,2	701,0	36,0
6	1010,6	0,0	133,0	1143,6	21,3	18	1010,6	0,0	0,0	1010,6	7,0	18	1246,2	478,0	27,7
7	1055,8	0,0	80,0	1135,8	19,8	20	1029,3	0,0	0,0	1029,3	4,6	19	1246,2	200,0	13,8
8	1022,3	0,0	20,0	1042,3	13,7	19	1016,3	0,0	0,0	1016,3	0,0	19	1246,2	147,0	10,6
9	904,4	0,0	154,0	1058,4	35,8	16	904,4	0,0	0,0	904,4	27,2	16	1246,2	423,0	25,3
10	1008,5	0,0	44,0	1052,5	13,5	18	1008,5	0,0	0,0	1008,5	0,0	18	1246,2	285,0	18,6
11	1002,1	3,8	104,4	1110,3	24,7	18	986,1	0,0	10,2	996,3	16,6	18	1246,2	221,0	15,1
12	1101,3	0,0	0,0	1101,3	12,8	20	1101,3	0,0	0,0	1101,3	10,7	20	1246,2	31,0	2,4
Média	1025,1	1,6	172,8	1199,4	25,1	18,4	1015,9	0,3	2,0	1018,1	9,2	18,4	1246,2	387,3	22,1

As mesmas conclusões obtidas ao analisar a Tabela 2 podem ser estendidas para a Tabela 3. Em especial, na Tabela 3, os resultados mostram números menores de veículos e custos mais reduzidos quando é permitido o roteamento. Esse fato era esperado em função dos volumes de cargas dos clientes no Cenário 2 que permitem mais cargas consolidadas destinadas para diferentes clientes.

Tabela 3: Resultados para as instâncias do Cenário 2 considerando as três configurações de distribuição.

Inst.	Roteamento											Entrega direta			
	4 docas de saída						25 docas de saída						4 docas de saída		
	Transp.	Ant.	Atraso	Total	Gap	V	Transp.	Ant.	Atraso	Total	Gap	V	Transp.	Atraso	Gap
1	785,7	142,0	388,9	1316,6	77,6	9	802,1	70,5	133,3	1005,9	69,1	13	1246,2	1104,2	47,0
2	790,3	84,5	117,2	992,0	68,7	9	679,1	16,3	71,2	766,6	57,8	9	1246,2	716,0	36,5
3	653,2	7,0	44,0	704,2	57,3	9	697,8	60,8	20,1	778,7	61,0	8	1246,2	468,0	27,3
4	685,0	3,5	5,8	694,2	55,8	9	657,2	3,0	4,0	664,2	55,9	8	1246,2	337,0	21,3
5	745,7	30,5	276,7	1052,9	70,1	10	782,8	4,2	96,0	883,1	59,6	10	1246,2	897,4	41,9
6	723,6	0,0	26,8	750,4	58,2	9	696,2	0,6	39,5	736,3	59,5	9	1246,2	372,0	23,0
7	711,5	77,5	7,3	796,3	62,8	9	617,4	15,6	6,8	639,8	52,3	8	1246,2	262,0	17,4
8	705,8	11,4	11,8	729,0	59,1	9	652,9	0,0	0,0	652,9	54,0	9	1246,2	147,0	10,6
9	706,3	15,4	11,4	733,1	61,0	9	710,3	8,6	43,1	762,1	61,2	9	1246,2	995,0	44,4
10	746,2	9,2	37,9	793,2	62,7	9	691,9	4,0	0,0	695,9	53,5	10	1246,2	373,0	23,0
11	773,9	11,8	29,8	815,5	63,0	10	666,0	0,0	0,0	666,0	51,9	10	1246,2	362,0	22,5
12	635,5	0,0	0,0	635,5	54,4	9	670,3	0,0	0,0	670,3	55,6	9	1246,2	152,0	10,9
Média	721,9	32,7	79,8	834,4	62,6	9,2	693,7	15,3	34,5	743,5	57,6	9,3	1246,2	515,5	27,1

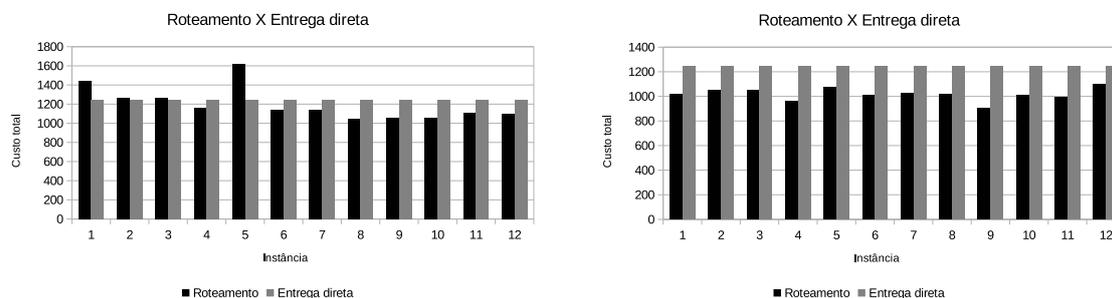
Uma comparação geral entre as configurações que permitem o roteamento e a configuração que apenas admite entregas diretas, é notório através dos custos a relevância em permitir o roteamento nos dois cenários. Além disso, nas duas configurações com 4 docas de saída, o roteamento torna o sistema mais flexível ao permitir o despacho mais cedo dos pedidos dos clientes quando consolidados com outros pedidos, viabilizando o atendimento de mais clientes dentro das janelas de tempo e, conseqüentemente, reduzindo os custos com atraso.

A relevância do roteamento também pode ser percebida na Figura 4 onde são mostrados dois gráficos que ilustram a comparação entre o custo total da melhor solução encontrada para as instâncias permitindo roteamento e com 4 docas de saída e o limitante inferior para a solução ótima quando apenas entregas diretas com 4 docas de saída são permitidas. De acordo com os gráficos, nos dois cenários, a configuração com o roteamento fornece soluções com custos menores, exceto no Cenário 1 para as instâncias 1, 2, 3 e 5. Mas, soluções melhores podem ser obtidas para essas instâncias.

As instâncias também foram resolvidas permitindo apenas entregas diretas com 25 docas de saída. Com esta configuração de distribuição, foram obtidas soluções ótimas para todas as instâncias sem entregas antecipadas ou atrasadas e com custo de transporte igual a 1246,2 nos dois cenários. Note que na configuração permitindo roteamento com 25 docas os custos totais são menores em virtude dos custos de transporte reduzidos por meio das consolidações de cargas. Esse



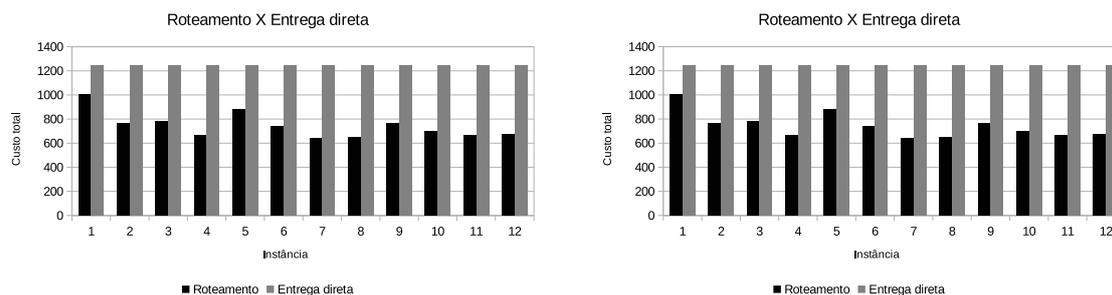
Figura 4: Comparação entre o custo total da melhor solução encontrada permitindo o roteamento e o limite inferior para a solução no caso com apenas entregas diretas.(4 docas de saída)



(a) Comparação entre as duas configurações. (Cenário 1) (b) Comparação entre as duas configurações. (Cenário 2)

fato está ilustrado na Figura 5 com os gráficos dos custos totais obtidos com a melhor solução encontrada para cada instância na configuração em que é permitido o roteamento e os custos totais obtidos com solução ótima na configuração com somente entregas diretas.

Figura 5: Comparação entre o custo total da melhor solução encontrada permitindo o roteamento e o custo total associado à solução ótima no caso com apenas entregas diretas.(25 docas de saída)



(a) Comparação entre as duas configurações. (Cenário 1) (b) Comparação entre as duas configurações. (Cenário 2)

#### 4. Considerações finais

Neste trabalho, foi apresentado um problema inspirado em um sistema de distribuição de uma rede de varejo em que a programação requer tomadas de decisões para a designação e a ordenação de cargas em um *cross-dock* e para o roteamento de veículos no processo de distribuição das cargas para os clientes. Um modelo matemático que integra essas decisões foi desenvolvido.

Os experimentos computacionais com as instâncias adaptadas a partir das instâncias para o problema de roteamento de veículos com janelas de tempo mostraram a relevância do roteamento para o sistema de distribuição tratado aqui. As consolidações determinadas dentro do *cross-dock* estão diretamente relacionadas às decisões para o roteamento de veículos para as entregas. Em especial, quando se tem a ordenação no carregamento, existe um impacto significativo nos instantes em que as entregas ocorrem. Dessa forma, o tratamento integrado das decisões operacionais no *cross-dock* com as decisões no roteamento de veículos pode tornar o sistema de distribuição mais flexível, viabilizando consolidações de cargas com custos associados mais baixos.

Diante dos resultados, verifica-se que alguns dos trabalhos futuros é melhorar a modelagem desenvolvida e propor uma técnica para obter melhores limitantes duais. Além disso, é necessário o desenvolvimento de métodos heurísticos ou metaheurísticos para tratar instâncias maiores.



## Agradecimentos

Os autores agradecem aos revisores do trabalho, ao apoio financeiro da FAPESP (2016/20504-1 – 2013/07375-0) e da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC) e ao CNPq (306918/2014-5 – 305577/2014).

## Referências

- Agustina, D., Lee, C., e Piplani, R. (2014). Vehicle scheduling and routing at a cross docking center for food supply chains. *International Journal of Production Economics*, 152:29–41.
- Assadi, M. T. e Bagheri, M. (2016). Differential evolution and population-based simulated annealing for truck scheduling problem in multiple door cross-docking systems. *Computers & Industrial Engineering*, 96:149–161.
- Boysen, N. (2010). Truck scheduling at zero-inventory cross docking terminals. *Computers & Operations Research*, 37:32–41.
- Buijs, P., Vis, I. F., e Carlo, H. J. (2014). Synchronization in cross-docking networks: A research classification and framework. *European Journal of Operational Research*, 239:593–608.
- Ghiani, G., Laporte, G., e Musmanno, R. (2004). *Introduction to logistics systems planning and control*. John Wiley & Sons.
- Lee, Y. H., Jung, J. W., e Lee, K. M. (2006). Vehicle routing scheduling for cross-docking in the supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 51:247–256.
- Liao, C.-J., Lin, Y., e Shih, S. C. (2010). Vehicle routing with cross-docking in the supply chain. *Expert Systems with Applications*, 37:6868–6873.
- Moghadam, S. S., Ghomi, S. F., e Karimi, B. (2014). Vehicle routing scheduling problem with cross docking and split deliveries. *Computers & Chemical Engineering*, 69:98–107.
- Mohtashami, A. (2015). Scheduling trucks in cross docking systems with temporary storage and repetitive pattern for shipping trucks. *Applied Soft Computing*, 36:468–486.
- Morais, V. W., Mateus, G. R., e Noronha, T. F. (2014). Iterated local search heuristics for the vehicle routing problem with cross-docking. *Expert Systems with Applications*, 41:7495–7506.
- Santos, F. A., Mateus, G. R., e Da Cunha, A. S. (2013). The pickup and delivery problem with cross-docking. *Computers & Operations Research*, 40:1085–1093.
- Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35:254–265.
- Tarantilis, C. D. (2013). Adaptive multi-restart tabu search algorithm for the vehicle routing problem with cross-docking. *Optimization letters*, 7:1583–1596.
- Vahdani, B., Tavakkoli-Moghaddam, R., Zandieh, M., e Razmi, J. (2012). Vehicle routing scheduling using an enhanced hybrid optimization approach. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 23: 759–774.
- Wen, M., Larsen, J., Clausen, J., Cordeau, J.-F., e Laporte, G. (2009). Vehicle routing with cross-docking. *Journal of the Operational Research Society*, 60:1708–1718.