



WEIGHTED MAJORITY GAMES: UMA ANÁLISE DA EVOLUÇÃO DO PODER DOS PARTIDOS POLÍTICOS NO CONGRESSO NACIONAL BRASILEIRO

Moacir Manoel Rodrigues Junior

Universidade Regional de Blumenau
Rua Antônio da Veiga, 140 - Itoupava Seca - 89030-903 - Blumenau - SC
mmrodrigues@furb.br

Maiki Mafessoli

Universidade Regional de Blumenau
Rua Antônio da Veiga, 140 - Itoupava Seca - 89030-903 - Blumenau - SC
mai.ki2010@hotmail.com

Alyne Cecilia Serpa Ganz

Universidade Regional de Blumenau
Rua Antônio da Veiga, 140 - Itoupava Seca - 89030-903 - Blumenau - SC
alyneserpa@hotmail.com

Josiane de Oliveira Schlotfeldt

Universidade Regional de Blumenau
Rua Antônio da Veiga, 140 - Itoupava Seca - 89030-903 - Blumenau - SC
jschlotfeldt@al.furb.br

RESUMO

Este estudo tem por objetivo mensurar a evolução do poder dos partidos políticos junto ao congresso nacional brasileiro utilizando os índices de poder de Shapley-Shubik e Banzhaf. Fundamenta-se na perspectiva da Teoria dos Jogos Cooperativos, enfocando os Jogos de Maioria Ponderada (*Weighted Majority Games*). O objetivo deste conjunto de jogos é a distribuição de poder de cada jogador, eleitor, junto à comissão de votação. Os principais modelos de distribuição de poder são os índices de Poder de Shapley-Shubik e o de Banzhaf. Outra perspectiva que este estudo pretende enfrentar é a operacionalização destes índices para grandes amostras. Para este caso utilizou-se de um modelo de Simulação de Monte Carlo adaptado de resultados já existentes na literatura. Os resultados apresentam-se coerentes com achados anteriores sendo destacada uma forte evolução dos partidos nacionalmente, entretanto dado a ampliação do número de siglas, os resultados apontam para a redução do poder individual dos partidos.

PALAVRAS CHAVE. Índice de Banzhaf, Índice de Shapley-Shubik, *Weighted Majority Games*.

Tópicos (ADM – Apoio à Decisão Multicritério; AdP – PO na Administração Pública).

WEIGHTED MAJORITY GAMES: AN ANALYSIS OF THE EVOLUTION OF THE POWER OF POLITICAL PARTIES AT THE BRAZILIAN NATIONAL CONGRESS

ABSTRACT

This study aims to measure the evolution of political party power at the Brazilian national congress using the Shapley-Shubik and Banzhaf power indexes. It is based on the perspective of Cooperative Games Theory, focusing on the Weighted Majority Games. The purpose of this set of games is the distribution of power of each player, voter, together with the voting committee. The main models of power distribution are Shapley-Shubik Power Indexes and Banzhaf Power Indexes. Another perspective that this study intends to face is the operationalization of these indices for large samples. For this case we used a Monte Carlo Simulation model adapted from previous results in the literature. The results are consistent with previous findings, highlighting a strong evolution of the parties nationally, however, given the increase in the number of acronyms the results point to the reduction of individual party power.



KEY WORDS. Banzhaf index, Shapley-Shubik Index, Weighted Majority Games.

Paper Topics (ADM - Support for Multicriteria Decision; AdP - PO in Public Administration).

1 INTRODUÇÃO

A representatividade política é um conceito estudado por muitas pesquisas como Banzhaf (1964, 1968), Felsenthal e Machover (1997), Laruelle e Valenciano (2002), Jelnov e Taumann (2014). Neste conceito, estuda-se a forma de concentração de poder por parte dos agentes junto às câmaras de legislação, como conselhos consultivos, câmara de deputados, senados, parlamentos de diferentes nacionalidades. Este conjunto de instituições são importantes devido sua finalidade de representação, e assim, considera-se que conforme o poder esteja concentrado em uma vertente, como no caso de partidos políticos, esta deve ser a representar a realidade da população.

Quando se busca a compreensão do contexto poder, com uma conotação mais voltada ao processo de decisão efetiva, busca-se a compreensão de Shapley (1953), Shapley e Shubik (1954), Dubey e Shapley (1979) e posteriormente discutida por Felsenthal e Machover (1997). Esta abordagem considera que um Jogador, neste contexto entendido como um ator de um conselho com poder de voto, tem seu poder definido de acordo com sua capacidade de ser decisivo em uma votação. Em seu trabalho, Shapley e Shubik (1954) chamam de *swing* o jogador (eleitor) com capacidade de decisão. Outro fator a se agregar a esta discussão tange a possibilidade dos jogadores (eleitores) possuírem distribuições distintas de votos.

Sobre este contexto, alguns estudos, como Felsenthal e Machover (1997), Aleskerov, Avci, Iakouba e Turem (2002) e Bilbao, Fernandez, Jimenez e Lopez (2002), Jelnov e Taumann (2014), abordam empiricamente estas verificações em conselhos políticos existentes como parlamentos ou como no caso do Conselho de Ministros da União Europeia. Seguindo uma abordagem mais alinhada com Jelnov e Taumann (2014), este trabalho foi construído sobre a questão de qual a evolução dos partidos políticos na representatividade parlamentar, ocorrida no Brasil? Tendo esta problemática o objetivo geral da pesquisa foi de mensurar a evolução do poder dos partidos políticos junto ao congresso nacional brasileiro utilizando os índices de poder de Shapley-Shubik e o de Banzhaf.

Destaca-se que para cumprir o objetivo geral da pesquisa trabalhou-se com um conjunto de quatro objetivos específicos que são:

- a. Descrever historicamente das legislaturas da Câmara dos Deputados e do Senado Federal do Brasil, quanto aos partidos membros.
- b. Construir um modelo de Simulação de Monte Carlo que estime os índices de Poder, Shapley-Shubik e Banzhaf para grande conjunto de jogadores.
- c. Mensurar o poder auferido por cada partido político na Câmara dos Deputados, segundo os índices de poder.
- d. Mensurar o poder auferido por cada partido político no Senado, segundo os índices de poder.

Este estudo se justifica segundo duas contribuições a ciência. A primeira tange um mapeamento evolutivo do poder dos partidos políticos junto ao parlamento brasileiro. Nesta perspectiva como já mencionado, o estudo se alinha com Jelnov e Taumann (2014) que estudaram a evolução junto ao parlamento holandês. Outra perspectiva do estudo está ligada a aplicação dos índices de poder em grandes amostras, utilizando para isto o método de Simulação de Monte Carlo como forma de estimativa.

Destaca-se que os desenvolvedores dos índices, tanto Shapley-Shubik como Banzhaf, teorizavam sobre as características do sistema político norte americano. O Índice de Shapley-Shubik, foi aplicado inicialmente para a obtenção do poder dos membros do congresso norte-americano (Shapley & Shubik, 1954). Já o Índice de Banzhaf foi apresentado inicialmente (Banzhaf, 1964) para algumas assembleias legislativas estaduais dos EUA e posteriormente (Banzhaf, 1968) aplicado para a composição do colégio eleitoral americano.

Dos trabalhos que aplicaram os índices de poder em sistemas representativos, maioria tem foco nos conselhos da União Europeia, avaliando a representatividade dos países segundo sua população. São exemplos destes os estudos de Bindseil e Hantke (1997), Felsenthal e Machover



(1997), Aleskerov *et al.* (2002) e Bilbao *et al.* (2002) Laruelle e Valenciano (2002). Destaca-se o estudo de Felsenthal e Machover (1997) como de grande importância para a temática a ser investigada, onde os autores como o sistema representativo proporcional subestima países com maior população.

Por sua vez, o trabalho de Jelnov e Taumann (2014), ajuda a justificar este estudo, pelo fato de um de seus achados apontar para a divisão proporcional do poder partidário quando o número de partidos é amplo. Destaca-se que na Holanda, assim como no Brasil, o número de partidos aumentou fortemente nos últimos anos.

O trabalho é estruturado da seguinte forma, a presente introdução, que trata dos aspectos gerais do trabalho e objetivo do trabalho, seguido da revisão bibliográfica, que traz a literatura pertinente ao tema. O terceiro tópico é referente aos materiais e métodos, que explanam como foi realizado o processo da pesquisa, o quarto tópico é referente a análise de discussão dos resultados, sendo onde é explorada a resposta do problema de pesquisa. Finalmente o último tópico apresenta as conclusões da pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para a construção dos Índices de Poder faz-se necessária a compreensão inicial do que é um Jogo de Maioria Ponderada. Preliminarmente tem-se que um Jogo de Transferência de Utilidade é um par ordenado (N, v) , onde N denota o conjunto de jogadores que participam, sendo $N = \{1, 2, \dots, n\}$ a representação de cada jogador. Ainda tem-se v como a função que mensura o valor que cada coalizão o possui no jogo, destaca-se v como um valor real associado a uma coalizão. Assume-se S como uma coalizão formada por jogadores de N , logo temos $S \subseteq N$ e s representa o número de jogadores pertencentes a coalizão (Laurelle & Valenciano, 2001).

Um *simple game* é definido como um jogo de transferência de utilidade quando v assume os valores $(0, 1)$. Assim se uma coalizão S , tem associada a ela um valor $v(S) = 0$, disse que esta coalizão é perdedora. Já se S tem $v(S) = 1$, assume-se que S é uma coalizão vencedora. Cabe destacar que necessariamente a regra do jogo, conforme Laruelle e Valenciano (2005) deve contemplar, $v(\emptyset) = 0$ e $v(N) = 1$. Indicando assim que sempre existirá uma coalizão vencedora, podendo ser a coalizão de unanimidade. Esta condição destaca que se $v(S) = 1$ então $v(N - S) = 0$.

Dentro dos *simple games* existe uma subcategoria definida como *Weighted Majority Games* (Jogos de Maioria Ponderada). Este conjunto de jogos, segundo Jelnov e Tauman (2014) destacam-se por associar a cada jogador um peso p_i que define a quantidade de votos que o eleitor i possui. Assim é possível definir:

$$A_n = \left\{ (p_1, p_2, \dots, p_n) \mid \sum_{i=1}^n p_i = 1, \quad x \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \right\}$$

Associa-se a este conjunto de votos uma cota q definida como a regra de votação. Assumindo uma coalizão S , disse que ela é vencedora se $\sum_{i \in S} p_i \geq q$, caso contrário a coalizão S é dita perdedora. Destaca-se ainda, segundo Jelnov e Tauman (2014) que costumeiramente $\frac{q}{\sum_{i \in N} p_i} \in \left[\frac{1}{2}, 1 \right]$, ou seja, uma coalizão para ser vencedora, na maioria dos casos, precisa de pelo menos metade dos votos totais.

Assim é possível mensura a função valor de cada coalizão S , formada pelos eleitores como:

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \sum_{i \in S} p_i \geq q \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

Com base no conceito dos *Weighted Majority Games*, a seguir dão construídos os dois principais índices de poder.

Introduzido inicialmente por Loyd Shapley e Martin Shubik, pelo artigo “A method for evaluating the distribution of power in a committee system” publicado na “The American Political Science Review” no ano de 1954, os autores investigaram a distribuição de poder existente, no congresso americano. Eles assumiram que um projeto, para ser aprovado, deveria ter apoio de metade da Câmara de Deputados, metade do Senado e a concordância do Presidente do Congresso Americano. Assim como cada membro do congresso possuía um voto, a conclusão dos autores era de que os deputados possuem menor poder em seu voto, na comparação com senadores, que consequentemente



possuíam menor poder do que o presidente do congresso. A formulação do artigo não descreveu nenhuma estrutura matemática mais rebuscada. O objetivo do artigo foi mesmo apresentar uma situação de cooperação em um jogo de votação.

Matematicamente muitos trabalhos procuraram descrever com maior robustez o método de Shapley-Shubik para a distribuição do poder entre os membros de uma comissão. Entretanto o índice descrito de forma intuitiva por Shapley e Shubik (1954) está robustamente construído em Shapley (1953). As discussões propostas nos estudos que se seguiram, baseiam-se na reinterpretação dos axiomas de Shapley (1953). Dubey (1975) que estabeleceu algumas informações a respeito do índice de poder, principalmente a substituição do axioma da aditividade. Para o caso dos jogos de votação podem ser citados trabalhos como Feltkam (1995), Laruelle e Valenciano (2001), Laruelle e Valenciano (2003), Einy e Haimanko (2011), entre outros.

Assim o modelo de Shapley-Shubik admite que a função de utilidade é definida por meio da função de valor de uma coalizão definida acima. Os axiomas definidos por Shapley (1953) são três: Simetria, Eficiência e Aditividade. A axiomatização mais funcional apresentada sobre o índice de Shapley-Shubik foi descrita por Laruelle e Valenciano (2001), que agregaram a substituição do axioma da aditividade pelo axioma da transferência descrito por Dubey (1975).

Em linhas gerais, o Índice de Shapley-Shubik para um jogador i considera a construção de uma coalizão até o momento que com a adição do jogador i , quando ela passa de um estado perdedor para um estado vencedor. A característica que melhor diferencia o Índice de Shapley-Shubik ao de Banzhaf, é que em um coalizão S , onde i é decisivo o número de coalizões de influência de i é dado, de acordo com o primeiro método, pelo número de permutações possíveis entre os jogadores da coalizão antes da entrada de i . Por outro lado, o segundo método é considerado o número absoluto observado e não o de permutações.

O Índice de Banzhaf, foi descrito por John F. Banzhaf III, em um artigo de 1964 publicado na revista científica “*Rutgers Law Review*” sob o título de “*Weighted Voting Doesn't Work: A Mathematical Analysis*”. Em outro estudo publicado em 1968 no periódico “*Villanova Law Review*”, sob o título de “*One Man, 3312 Votes: A Mathematical Analysis of Electoral College*” Banzhaf tenta descrever os desvios existentes no Colégio Eleitoral Americano. Para o autor alguns Estados possuem maior representação do que o potencial da população de eleitores imprime.

Segundo Banzhaf (1964, 1968) o que muitas pesquisas sugerem é a distribuição proporcional de cadeiras em uma comissão, entretanto segundo o autor, a distribuição proporcional não é justa. Se comparada esta afirmação com os axiomas definidos por Laruelle e Valenciano (2001), a distribuição proporcional feriria o axioma do Jogador Nulo. Pois, é possível a existência de um jogador não decisivo em nenhuma coalizão, que segundo o axioma não deveria receber pagamento, e que caso seguida a distribuição proporcional haveria a alocação. Dessa forma, não apenas o índice de poder de Banzhaf ou Shapley-Shubik se justificam, mas sim a ideia de índices de poder.

Nos estudos apresentados por Banzhaf (1964,1968) a construção do modelo é intuitiva e não formal. Tem-se como marco da formalização do índice o trabalho de Dubey e Shapley (1979). Neste trabalho foi descrita uma caracterização do modelo considerando as implicações previstas na Teoria dos Jogos, sob a óptica dos *Simple Games* de von Neumann e Morgenstern (1947). Posteriormente outros trabalhos também se dedicaram a este estudo, gerando algumas adaptações, como o caso de Lehrer (1988), Feltkamp (1995), Laruelle e Valenciano (2001), Laruelle e Valenciano (2003), entre outras pesquisas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

Esta pesquisa objetiva mensurar a evolução do poder dos partidos políticos junto ao congresso nacional brasileiro utilizando os índices de poder de Shapley-Shubik e o de Banzhaf. Para tanto, o estudo desenvolveu-se em quatro etapas, sendo a primeira de coleta de dados, seguida de modelagem de Simulação para estimação dos Índices de Poder e etapas três e quatro são mensurar os índices de poder de Shapley-Shubik e Banzhaf para cada Partido Político para a Câmara de Deputados e Senado, respectivamente.

Foram coletados, como dados da pesquisa, o número de cadeiras obtidas por cada partido em cada eleição geral, desde a eleição de 1994. Tal processo repetiu-se para as vagas na Câmara de



Deputados e no Senado Federal. Foram investigados um total de seis pleitos (1994, 1998, 2002, 2006, 2010 e 2014). As informações foram retiradas do sítio do Tribunal Superior Eleitoral (TSE).

A simulação de Monte Carlo, utilizada para a segunda etapa da pesquisa, é um método numérico muito conhecido para a solução de problemas onde busca-se averiguar possíveis resultados de um experimento considerando componentes aleatórios de um determinado fenômeno (Newman & Barkema, 1999). Para Dimov (2008) a simulação de Monte Carlo é uma poderosa ferramenta numérica para diferentes campos da matemática, sendo dada uma estimativa estatística a uma variável aleatória considerando uma função densidade de probabilidade associada.

Desta maneira, a concepção mais importante para este método é o processo de modelagem e estruturação da simulação computacional, considerando para tanto a definição das variáveis de decisão. O algoritmo utilizado para os cálculos foi elaborado como função do software Matlab, e o modelo implementado é o mesmo aplicado por Rodrigues e Wilhelm (2016). O modelo de simulação compreende: gerar n variáveis aleatórias sendo que cada uma delas represente um eleitor. São simulados valores aleatórios para todas as n variáveis, considerando em todos os casos a distribuição uniforme contínua $X_i \sim U(0,1)$. Assim se o valor da variável aleatória X_i , gerado aleatoriamente for inferior a 0,5 assume-se que o eleitor i não pertence a coalizão de votação. Caso o valor da variável aleatória X_i , gerado aleatoriamente for igual ou superior a 0,5, assume-se que o eleitor i pertence a coalizão. Em seguida calcula-se o coeficiente de votação da coalizão simulada, se for maior do que a cota de aprovação q , a coalizão é contabilizada como vencedora, caso contrário tal coalizão é desprezada.

Com base na construção do modelo de simulação foi possível obter uma forma de mensurar os índices de poder para ambas as casas legislativas. Como cota de aprovação optou-se por 50 dos votos, no caso da construção desta pesquisa. A cota de aprovação altera o poder das alternativas, podendo na maioria dos casos reduzir o poder de jogadores com menor número de votos.

4. ANÁLISE DE DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esta seção destina-se a apresentação e análise crítica dos resultados da pesquisa. A presente investigação busca em um contexto geral, aplicar os índices de poder no contexto político e institucional do legislativo brasileiro. Também, como forma de contribuição social para o país, tais resultados apresentam-se como uma investigação longitudinal da institucionalização dos partidos políticos no Brasil.

Inicialmente coletou-se as composições iniciais de cada legislatura, considerando o partido a qual o deputado ou senador pertencia no ato do pleito. Cabe destacar um universo de 513 deputados e 81 senadores analisados conforme regimento constitucional brasileiro. Foram analisados conforme destacado na metodologia um total de 6 pleitos, 1994 a 2014, realizados a cada quatro anos. Cabe destacar ainda que o mandato de senador foi considerado por dois momentos, visto que sua duração é de oito anos. Após realização de tal pesquisa, deu-se prosseguimento com a pesquisa calculando, conforme metodologia proposta por Rodrigues e Wilhelm (2016), os índices de poder de Banzhaf e Shapley-Shubik. Tais resultados são apresentados na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1 – Distribuição de poder entre os Partidos quanto as cadeiras da Câmara dos Deputados

Partido	1994			1998			2002			2006			2010			2014		
	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS
PAN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,2	-	-	-	-	-	-
PC DO B	1,9	1,7	1,7	1,4	1,3	1,2	2,3	2,1	2,2	2,5	2,5	2,4	2,9	2,8	2,7	1,9	1,9	1,8
PDT	6,6	6,2	6,1	4,9	4,1	4,0	4,1	3,9	3,7	4,7	4,5	4,3	5,3	5,0	5,0	3,7	3,6	3,5
PEN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,4	0,4	0,4
PFL/DEM	17,3	17,4	18,2	20,5	21,5	22,0	16,4	16,8	17,2	12,7	12,5	13,0	8,4	8,2	8,2	4,1	4,0	3,9
PHS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	1,0	0,9	0,9
PL/PR	2,5	2,4	2,3	2,3	2,3	2,1	5,1	4,7	4,6	4,5	4,3	4,2	8,0	7,8	7,7	6,6	6,5	6,6
PMDB	20,	22,	23,	16,	16,	16,	14,	15,	15,	17,	18,	18,	15,	15,	16,	12,	13,	13,



	9	9	2	2	5	4	8	0	5	3	3	7	2	8	5	9	4	6
PMN	0,8	0,8	0,8	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,6	0,5	0,5	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,5
PP*	6,6	6,3	6,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PPR/PPB/P	9,9	9,7	9,6	11,7	12,0	11,9	9,4	10,1	9,3	8,0	8,1	7,8	8,6	8,5	8,3	7,4	7,3	7,4
PPS	0,4	0,4	0,4	0,6	0,5	0,5	2,9	2,7	2,6	4,3	4,1	4,0	2,3	2,3	2,1	1,9	1,9	1,8
PRB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,2	1,6	1,5	1,4	4,1	3,9	3,9
PRN/PTC	0,2	0,2	0,2	-	-	-	-	-	-	0,6	0,6	0,5	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4	0,4
PRONA	-	-	-	0,2	0,2	0,2	1,2	1,1	1,0	0,4	0,4	0,4	-	-	-	-	-	-
PROS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,1	2,1	2,0
PSP	0,2	0,2	0,2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,4	0,4	0,3	0,6	0,6	0,6
PRTB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2
PSB	2,9	2,9	2,7	3,5	3,1	3,0	4,3	3,9	3,8	5,3	5,1	4,9	6,8	6,6	6,6	6,6	6,5	6,6
PSC	0,6	0,6	0,6	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	1,8	1,6	1,5	3,3	3,2	3,0	2,5	2,5	2,4
PSD*	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,8	0,7	0,7	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PSD**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,0	6,9	7,0
PSDB	12,3	12,1	12,2	19,3	20,0	20,3	13,6	13,6	13,8	12,9	12,7	13,0	10,5	10,4	10,7	10,5	10,7	10,9
PSDC	-	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,2	-	-	-	-	-	-	0,4	0,4	0,4
PSL	-	-	-	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	-	-	-	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
PSOL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,5	1,0	0,9	0,9
PST	-	-	-	0,2	0,2	0,2	0,6	0,5	0,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PT	9,7	9,5	9,4	11,5	11,8	11,8	17,7	18,6	19,0	16,2	16,7	17,0	16,8	18,1	18,3	13,3	14,0	14,1
PT DO B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,2	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,4
PTB	6,2	5,8	5,6	6,0	5,2	5,0	5,1	4,7	4,6	4,3	4,2	4,1	4,3	4,1	4,0	4,9	4,8	4,7
PTN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,8	0,7	0,7
PV	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1,0	0,9	0,9	2,5	2,5	2,4	2,5	2,5	2,3	1,6	1,5	1,4
SD	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,9	2,9	2,8

Notas: (i) Fr, Bz e SS significam respectivamente, Frequência Relativa das cadeiras, Índice de Poder de Banzhaf e Índice de Shapley-Shubik. (ii) a Frequência Relativa foi adotada pois segundo Jelnov e Taumann (2014) quanto maior o número de jogadores mais semelhante a distribuição proporcional dos dados. (iii) Os partidos indicados com * participaram das referidas eleições e posteriormente foram extintos ou fundidos com outros, tempo depois ocorreu a criação de uma nova legenda com a mesma sigla.

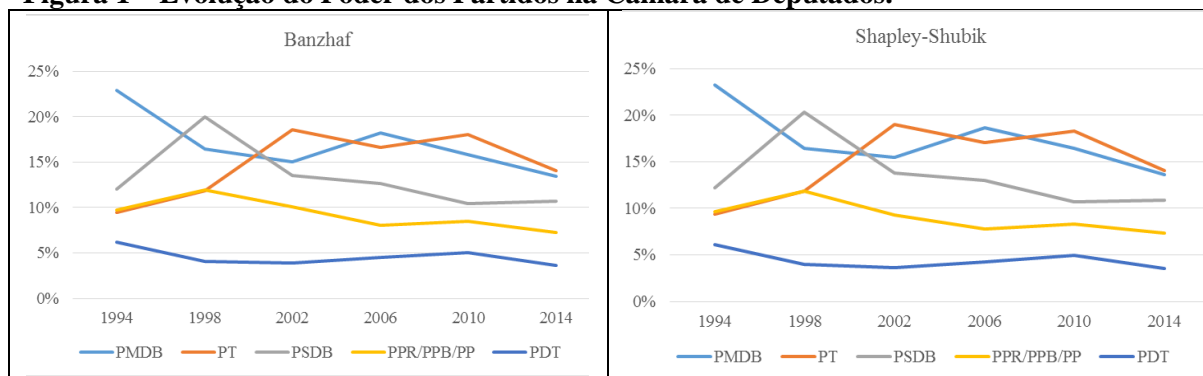
Fonte: Resultados da pesquisa.

Os resultados apresentados na Tabela 1 destacam um aumento importante no número de partidos políticos que participam do poder legislativo. O último pleito considerado, Eleição de 2014, verificou-se a disputa de 30 partidos registrados no TSE sendo que 28 conseguiram eleger ao menos um membro para a Câmara de Deputados. Destaca-se como partido com maior poder o PMDB, que obteve maiores valores em seus índices nas eleições de 1994, 2006, 2010, 2014. Para as eleições de 1998 e 2002 os partidos com o maior poder foram o PFL, que a partir de 2005 mudou para Democratas (DEM), e o PT respectivamente. Cabe destacar ainda que conforme o aumento no número de legendas as pressuposições apresentadas por Jelnov e Taumann (2014) foram confirmadas, ou seja, conforme o número de jogadores aumenta, a distribuição de poder tende a se assemelhar a distribuição proporcional. Entretanto cabe destacar, baseado em Banzhaf (1964, 1968), que a distribuição por meio da proporcionalidade não remete a justiça na representação. É visto nos resultados, que a Frequência Relativa (Fr) das cadeiras é sempre menor aos índices de poder para os jogadores com grande número de votos, enquanto que para jogadores com baixos índices de poder, a Fr superestima a participação do



jogador no processo decisório. Tal prerrogativa também foi questionada por Rodrigues e Wilhelm (2016).

Figura 1 – Evolução do Poder dos Partidos na Câmara de Deputados.



Fonte: resultados da pesquisa.

Também se realizou uma análise temporal da evolução do poder dos cinco maiores partidos do Brasil. Considerou-se como critério de tamanho o número de filiados aos partidos no mês de julho de 2016. Destaca-se uma forte tendência de queda no poder individual de cada partido, grande parte provocado pelo aumento do número de siglas ocorridas com a evolução temporal. O PT foi a legenda com maior ganho de poder nas eleições realizadas a partir de 2002. Tal fato deu-se possivelmente por consequência da conquista do poder executivo brasileiro no período. O PDT, quinta legenda em número de filiados, tem seu poder em uma segunda escala, sendo que este é mais homogêneo quando da análise temporal.

Uma distinção considerável existente no poder legislativo em esfera federal é a existência de duas casas legislativas. Segundo a Constituição em seus Artigos 44, 45 e 46, o poder legislativo é dividido em Câmara dos Deputados e Senado Federal. Segundo o Art. 45 a Câmara de Deputados é composta pelos representantes do Povo, já o Art. 46 estabelece o Senado Federal como composição dos representantes dos Estados e Distrito Federal (Brasil 1988). Desta forma, é importante saber a distribuição de poder existente em ambas as casas legislativas. Dado que a análise de Câmara de Deputados já foi apresentada, a seguir descreve-se os índices de poder no Senado Federal, Tabela 2.

Tabela 2 – Distribuição de poder entre os Partidos quanto as cadeiras do Senado.

Partido	1994			1998			2002			2006			2010			2014		
	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS
PDC	3,7	3,5	3,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PC DO B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,2	1,1	2,5	2,3	2,2	1,2	1,2	1,1
PPR/PPB/PP	4,9	4,8	4,6	4,9	4,0	3,9	2,5	2,9	2,6	1,2	1,2	1,1	6,2	5,6	5,8	6,2	5,9	5,7
PDT	6,2	6,1	5,4	4,9	3,8	3,5	4,9	6,0	5,3	6,2	6,2	6,1	3,7	3,4	3,4	7,4	7,0	6,9
PFL/DEM	21,0	17,8	20,9	19,8	15,4	17,8	19,8	22,5	24,5	24,7	28,1	27,8	9,9	9,0	9,1	6,2	5,8	5,6
PL/PR	-	-	-	-	-	-	2,5	2,9	2,6	3,7	3,9	4,0	6,2	5,7	5,7	6,2	5,8	5,7
PMDB	27,2	30,0	31,8	33,3	41,8	42,5	25,9	28,1	29,1	16,0	14,9	15,3	22,2	25,7	25,5	23,5	27,1	27,2
PMN	1,2	1,2	1,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,1	1,1	1,2	1,1	1,1
PP*	4,9	4,8	4,4	4,9	3,8	3,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PPS	1,2	1,2	1,1	1,2	0,9	0,6	1,2	1,5	1,6	2,5	2,6	2,4	2,5	2,3	2,2	1,2	1,1	1,1
PRN	2,5	2,4	2,2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PRB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,1	1,1	1,2	1,2	1,1
PRTB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,2	1,1	1,2	1,1	1,1	-	-	-
PSB	1,2	1,2	1,1	2,5	2,0	2,0	4,9	6,1	5,3	4,9	4,9	4,8	6,2	5,7	5,7	8,6	8,1	8,2
PSC	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,1	1,1	1,2	1,1	1,1
PSD*	-	-	-	-	-	-	1,2	1,5	1,5	1,2	1,2	1,1	-	-	-	-	-	-
PSD	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2,5	2,3	2,2
PSDB	11,1	12,5	10,9	14,8	14,9	15,1	14,8	11,4	11,2	16,0	14,9	15,2	13,6	14,1	13,8	12,3	12,1	12,3



PSOL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,2	1,1	1,1	1,2	1,1	1,1
PT	7,4	7,4	6,7	9,9	10,3	8,4	16,0	14,3	13,5	14,8	13,3	13,8	16,0	16,1	16,6	16,0	15,4	16,2	
PTB	6,2	6,1	5,5	3,7	2,9	2,6	2,5	2,9	2,7	6,2	6,2	6,2	4,9	4,5	4,5	3,7	3,6	3,5	
PTR	1,2	1,2	1,0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	

Notas: (i) Fr, Bz e SS significam respectivamente, Frequência Relativa das cadeiras, Índice de Poder de Banzhaf e Índice de Shapley-Shubik. (ii) a Frequência Relativa foi adotada pois segundo Jelnov e Taumann (2014) quanto maior o número de jogadores mais semelhante a distribuição proporcional dos dados. (iii) Os partidos indicados com * participaram das referidas eleições e posteriormente foram extintos ou fundidos com outros, tempo depois ocorreu a criação de uma nova legenda com a mesma sigla.

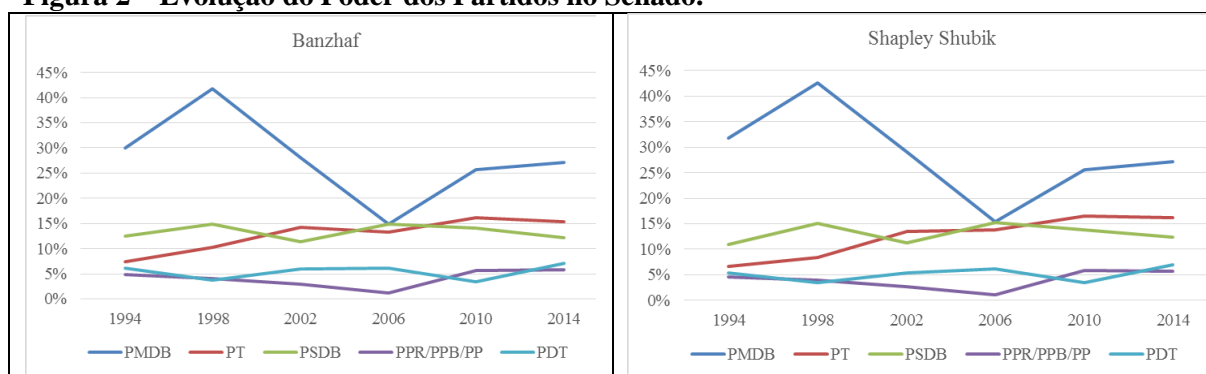
Fonte: Resultados da pesquisa.

Segundo os resultados da pesquisa, um total de 22 legendas passaram pelo Senado Federal no período de 1994 a 2014. A última legislatura contou com um total de 17 legendas com representação na referida casa legislativa. Os resultados apontam para um domínio maior de algumas siglas como PMDB, PFL/DEM, PSDB e PT, sendo que na legislatura iniciada em 1998 a primeira legenda contava com aproximadamente 42% do poder mensurado por ambos os Índices. PFL/DEM apresentou uma forte redução nas legislaturas eleitas em 2010 e 2014, esta última possivelmente provocada pela criação do partido PSD em 2012.

Novamente dos resultados apresentados, pode-se notar uma subestimação do poder por parte da distribuição proporcional para os partidos com maior número de cadeiras, implicando em uma superestimação do poder de partidos com menor poder. De igual modo, com o aumento do número de legendas, aqui consideradas como os jogadores dos modelos, verificou-se também para o senado que o desvio em relação a distribuição proporcional passou a ser menor, confirmando as pressuposições de Jelnov e Taumann (2014).

A Figura 2 descreve a evolução temporal do poder dos cinco partidos com maior número de filiados em 2016. Esta análise serve como um parâmetro de inferência sobre a distribuição do poder exercido com o aumento do número de legendas.

Figura 2 – Evolução do Poder dos Partidos no Senado.



Fonte: resultados da pesquisa.

Os resultados apresentados na Figura 2 vão de encontro ao apresentado na Figura 1. Os referidos resultados destacam que houve a redução do poder dos partidos, quase de que forma geral, devido ao número de legendas participantes. Entretanto, para o caso do Senado Federal Brasileiro, os resultados apontam em um outro sentido. O que ocorreu foi um aumento de poder por parte dos grandes partidos historicamente de maior representatividade. Pode-se considerar como fator de causa desta mudança a concepção diferenciada das eleições para o Senado. Segundo a Constituição Federal Brasileira (Brasil, 1988) os senadores são eleitos por meio de eleições majoritárias (mais votado ganha), enquanto que os deputados são eleitos por meio de eleições proporcionais (elege-se o número de deputados segundo o número de votos que a legenda atingiu).

Para a finalização do estudo da distribuição de poder dos partidos políticos no poder legislativo federal, efetuou-se a análise do poder no Congresso Nacional. Segundo a constituição, trata-se de um órgão de deliberação colegiada que tem como função analisar e fiscalizar o desempenho do poder executivo federal. Desta forma, para a aprovação de uma medida junto ao Congresso Federal



é necessária a maioria dos votos tanto entre os senadores como entre os deputados. Cabe destacar que, assim como descrito por Banzhaf (1964) para o Congresso Federal dos Estados Unidos, no Brasil um deputado possui menor poder decisivo do que um senador, correspondendo que um deputado que $\frac{1}{513}$ de poder de decisão enquanto que um senador tem $\frac{1}{81}$. Desta forma, os cálculos dos Índices de Poder (IP) para o Congresso Nacional foi estabelecido na forma: $IP_{CN} = \frac{513}{594}IP_{Dep} + \frac{81}{594}IP_{Sen}$. Sendo: IP_{CN} , IP_{Dep} e IP_{Sen} os índices de poder de um partido político no Congresso Nacional, Câmara de Deputados e Senado, respectivamente. Os resultados desta concatenação podem ser observados na Tabela 3.

Tabela 3 – Distribuição de poder entre os Partidos junto ao Congresso Nacional.

Partido	1994			1998			2002			2006			2010			2014		
	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS	Fr	Bz	SS
PAN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PC DO B	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	1,4	1,4	1,2	2,5	2,3	2,3	1,3	1,3	1,2
PDC	3,2	3,1	2,8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PDT	6,2	6,1	5,5	4,9	3,8	3,6	4,8	5,7	5,1	6,0	5,9	5,9	3,9	3,6	3,6	6,9	6,6	6,5
PEN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	-
PFL/DEM	20,5	17,7	20,6	19,9	16,3	18,4	22,5	21,7	23,5	23,1	26,0	25,8	9,7	8,9	9,0	5,9	5,6	5,4
PHS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	-	-	0,1	-	-	0,1	0,1	0,1
PL/PR	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	2,8	3,1	2,9	3,8	4,0	4,0	6,4	5,9	6,0	6,2	5,9	5,8
PMDB	26,3	29,0	30,6	31,0	38,4	39,0	24,4	26,3	27,2	16,2	15,4	15,8	21,3	24,4	24,3	22,0	25,2	25,3
PMN	1,2	1,1	1,0	0,1	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	1,2	1,1	1,0	1,1	1,0	1,0
PP*	5,2	5,0	4,6	4,3	3,3	3,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PPR/PPB/PP	5,6	5,5	5,2	5,9	5,1	5,0	3,4	3,9	3,5	2,2	2,1	2,0	6,5	6,0	6,1	6,3	6,1	5,9
PPS	1,1	1,1	1,0	1,1	0,8	0,6	1,5	1,6	1,7	2,7	2,9	2,6	2,5	2,3	2,2	1,3	1,2	1,2
PRB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,3	1,2	1,1	1,6	1,5	1,5
PRN/PTC	2,2	2,1	2,0	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	-	-	-	0,1	0,1	0,1
PRONA	-	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,1	0,1	-	-	-	-	-	-	-	-
PROS	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,3	0,3	0,3
PRTB	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,1	1,1	0,9	1,1	1,0	1,0	0,1	0,1	0,1
PSB	1,1	1,0	0,9	2,1	1,7	1,7	4,3	5,2	4,6	4,3	4,2	4,2	5,4	4,9	5,0	7,5	7,1	7,1
PSC	0,4	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4	0,6	0,5	0,5	0,7	0,7	0,7	2,0	1,9	1,8	2,0	1,9	1,8
PSD*	0,1	0,1	0,1	0,1	-	-	-	-	-	0,2	0,2	0,2	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,3
PSD**	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1,2	1,4	1,4	1,1	1,1	0,9	-	-	-	2,1	2,0	1,9
PSDB	9,6	10,8	9,4	12,8	12,9	13,0	12,8	9,9	9,7	13,9	12,9	13,2	11,7	12,1	11,9	11,6	11,4	11,6
PSDC	1,7	1,6	1,7	2,6	2,7	2,8	1,9	1,8	1,9	1,8	1,7	1,8	1,4	1,4	1,5	1,4	1,5	1,5
PSL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1
PSOL	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,1	1,0	1,0	1,1	1,0	1,0
PSP	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
PST	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PT	7,7	7,7	7,0	10,1	10,5	8,8	16,3	14,9	14,2	15,0	13,8	14,2	16,1	16,4	16,8	15,7	15,2	15,9
PT DO B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
PTB	6,2	6,0	5,5	4,0	3,2	2,9	2,8	3,1	2,9	5,9	5,9	5,9	4,8	4,4	4,4	3,9	3,8	3,6
PTN	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1
PTR	1,1	1,0	0,9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PV	-	-	-	-	-	-	0,1	0,1	0,1	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2
SD	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,4	0,4	0,4

Notas: (i) Fr, Bz e SS significam respectivamente, Frequência Relativa das cadeiras, Índice de Poder de Banzhaf e Índice de Shapley-Shubik. (ii) a Frequência Relativa foi adotada pois segundo Jelnov e Taumann (2014) quanto maior o número de jogadores mais semelhante a distribuição proporcional dos dados. (iii) Os partidos indicados



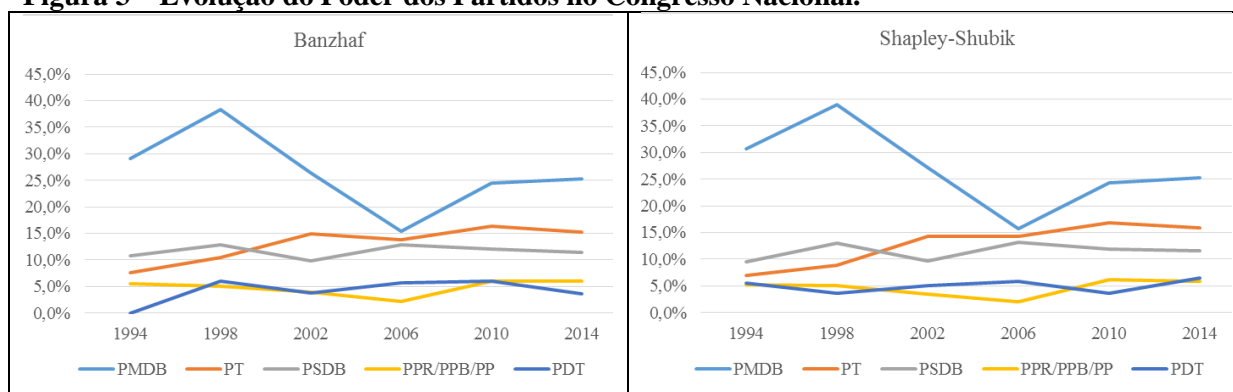
com * participaram das referidas eleições e posteriormente foram extintos ou fundidos com outros, tempo depois ocorreu a criação de uma nova legenda com a mesma sigla.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Os resultados dos índices de poder para o Congresso Nacional, observados na Tabela 3, permitem a verificação de que ao todo, 35 legendas já passaram pelo processo eleitoral no Brasil. Destaca-se o PMDB como a legenda com maior poder durante todo o período analisado. Seu poder sofreu algumas alternâncias, porém tal partido se manteve sempre na liderança do poder. Talvez fenômeno corrobora o interesse que sempre existiu do partido que comanda o poder executivo em busca aliados junto à referida sigla.

Em uma perspectiva temporal, a Figura 3, ilustra a evolução das 5 agremiações com o maior número de filiados no ano de 2016.

Figura 3 – Evolução do Poder dos Partidos no Congresso Nacional.



Fonte: resultados da pesquisa.

Os resultados da Figura 3, corroboram com os achados já apresentados nas Figuras 1 e 2. Destaca-se por tanto a existência de uma concentração de poder por parte de alguns partidos políticos como o PMDB e o crescimento gradativo de legendas como PT e PSDB.

Em uma visão geral, os resultados apresentados pelos modelos de Índices de Poder de Shapley-Shubik e de Banzhaf, foram satisfatórios dentro do que se propôs a fazer. Foram analisados um conjunto consideravelmente grande de informações que levaram a um resultado similar ao apresentado por Jelnov e Taumann (2014), de que o poder tende a proporcionalidade quando n é suficientemente grande. De igual modo a pressuposições da distribuição proporcional, que teoricamente é apelada por Feltkam (1995), Laruelle e Valenciano (2001), Laruelle e Valenciano (2003), Einy e Haimanko (2011), entre outros, retrata as distorções existentes entre jogadores com grande poder de voto, que tem seu poder mitigado pela proporcionalidade, e jogadores com pequeno poder de voto, que tem seu poder superestimado pela proporcionalidade.

5 CONCLUSÃO

Esta pesquisa foi construída com o objetivo geral de mensurar a evolução do poder dos partidos políticos junto ao congresso nacional brasileiro utilizando os índices de poder de Shapley-Shubik e o de Banzhaf. Para tanto, este estudo coletou junto a base do Tribunal Superior Eleitoral (TSE) os resultados das eleições federais realizadas de 1994 a 2014. Desta forma utilizou-se tais dados para a construção do estudo conforme os objetivos específicos: (a) Descrever historicamente das legislaturas da Câmara dos Deputados e do Senado Federal do Brasil, quanto aos partidos membros; (b) Construir um modelo de Simulação de Monte Carlo que estime os índices de Poder, Shapley-Shubik e Banzhaf para grande conjunto de jogadores; (c) Mensurar o poder auferido por cada partido político na Câmara dos Deputados, segundo os índices de poder; e (d) Mensurar o poder auferido por cada partido político no Senado, segundo os índices de poder.

De posse dos resultados da pesquisa, apresentados na seção anterior, é possível concluir pela confirmação de todos os referidos objetivos específicos. Verifica-se para tanto que o Brasil,



comparado a estudos como Jelnov e Taumann (2014) possui um número elevado de legendas que participam do poder legislativo, que 35 agremiações já a participaram das legislaturas compreendidas no intervalo de tempo analisado na pesquisa. Destaque também para a eficiência apresentada pelo modelo de estimação dos parâmetros, adaptado de Rodrigues e Wilhelm (2016).

Desta forma, esta pesquisa contribui para dois interessantes aspectos, sendo o primeiro a aplicação dos índices de poder junto ao ambiente político brasileiro e o segundo a contribuição para a continuação de pesquisas aplicadas em *Weighted Majority Games*. Os resultados apontam para tendência apresentadas teoricamente como a convergência a distribuição proporcional do poder para grandes comitês e para a discrepância existente entre jogadores com grande e pequeno poder de voto, segundo a distribuição proporcional. É fato que o ambiente político brasileiro, principalmente na esfera legislativa federal é ressaltadamente complexo, porém os resultados apontam para tendências históricas de legendas bastante conhecidas no país como PMDB, PT e PSDB. Os índices de poder também reagiram de maneira importante quando o caso de rupturas junto a partidos políticos como o caso do PFL/DEM.

REFERÊNCIAS

- Aleskerov, F., Avci, G., Iakouba, V., & Türem, Z. U. (2002). European Union enlargement: Power distribution implications of the new institutional arrangements. *European journal of political research*, 41(3), 379-394.
- Banzhaf III, J. F. (1964). Weighted voting doesn't work: A mathematical analysis. *Rutgers L. Rev.*, 19, 317.
- Banzhaf III, J. F. (1968). One man, 3.312 votes: a mathematical analysis of the Electoral College. *Vill. L. Rev.*, 13, 304.
- Bilbao, J. M., Fernandez, J. R., Jiménez, N., & Lopez, J. J. (2002). Voting power in the European Union enlargement. *European Journal of Operational Research*, 143(1), 181-196.
- Bindseil, U., & Hantke, C. (1997). The power distribution in decision making among EU member states. *European Journal of Political Economy*, 13(1), 171-185.
- Brazil, C. (1988). Constituição da república federativa do Brasil.
- Dimov, I. T. (2008). *Monte Carlo methods for applied scientists*. World Scientific.
- Dubey, P. (1975). On the uniqueness of the Shapley value. *International Journal of Game Theory*, 4(3), 131-139.
- Dubey, P., & Shapley, L. S. (1979). Mathematical properties of the Banzhaf power index. *Mathematics of Operations Research*, 4(2), 99-131.
- Einy, E., & Haimanko, O. (2011). Characterization of the Shapley–Shubik power index without the efficiency axiom. *Games and Economic Behavior*, 73(2), 615-621.
- Felsenthal, D. S., & Machover, M. (1997). The weighted voting rule in the EU's Council of Ministers, 1958–1995: Intentions and outcomes. *Electoral Studies*, 16(1), 33-47.
- Feltkamp, V. (1995). Alternative axiomatic characterizations of the Shapley and Banzhaf values. *International Journal of Game Theory*, 24(2), 179-186.
- Jelnov, A., & Tauman, Y. (2014). Voting power and proportional representation of voters. *International Journal of Game Theory*, 43(4), 747-766.



- Laruelle, A., & Valenciano, F. (2001). Shapley-Shubik and Banzhaf indices revisited. *Mathematics of operations research*, 26(1), 89-104.
- Laruelle, A., & Valenciano, F. (2002). Inequality among EU citizens in the EU's Council decision procedure. *European Journal of Political Economy*, 18(3), 475-498.
- Laruelle, A., & Valenciano, F. (2003). Semivalues and voting power. *International Game Theory Review*, 5(01), 41-61.
- Lehrer, E. (1988). An axiomatization of the Banzhaf value. *International Journal of Game Theory*, 17(2), 89-99.
- Newman, M. E. J., & Barkema, G. T. (1999). *Monte Carlo Methods in Statistical Physics chapter 1-4*. Oxford University Press: New York, USA.
- Rodrigues Jr, M. M., & Wilhelm, V. E. (2016). Measurement of Power Indexes in Weighted Voting Games by Monte-Carlo Simulation. *IEEE Latin America Transactions*, 14(3), 1454-1459.
- Shapley, L. S. (1953). Stochastic games. *Proceedings of the national academy of sciences*, 39(10), 1095-1100.
- Shapley, L. S., & Shubik, M. (1954). A method for evaluating the distribution of power in a committee system. *American political science review*, 48(03), 787-792.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1947). *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press.