



Representação analítica da Função de Custo Imediato e da Função de Produção Hidrelétrica na Programação Dinâmica Dual Estocástica

Alexandre da Silva Fernandes

Universidade Federal de Juiz de Fora

alexandre.fernandes@engenharia.ufjf.br

André Luis Marques Marcato

Universidade Federal de Juiz de Fora

andre.marcato@ufjf.edu.br

Ivo Chaves da Silva Junior

Universidade Federal de Juiz de Fora

ivo.junior@ufjf.edu.br

RESUMO

O aumento da participação na geração de energia a partir de fontes renováveis e o desenvolvimento de baterias capazes de armazenar energia a curto prazo tem levado à necessidade da representação de cargas em períodos mais curtos, mesmo no planejamento energético a médio prazo. No entanto, essa representação causa grande esforço computacional quando se deseja otimizar a operação de sistemas hidrotérmicos complexos. Uma abordagem alternativa para redução do esforço computacional, no âmbito da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE), é a representação analítica da Função de Custo Imediato (FCI) de cada estágio. Nesse contexto, este trabalho apresenta uma metodologia para o cálculo da FCI em conjunto com a representação da Função de Produção Hidrelétrica (FPH) de cada usina como proposta de uma modelagem mais realista do sistema como um todo.

PALAVRAS CHAVE. Função de Custo Imediato, Função de Produção Hidrelétrica, Programação Dinâmica Dual Estocástica.

Tópicos: EN - PO na Área de Energia, PM - Programação Matemática

ABSTRACT

The increase participation of renewable generation plants and the development of effective short-term energy storage batteries has caused the need for representation of demand, even in smaller time intervals in medium-term energy planning. However, this representation cause wide computational effort to optimize the operation of complexes hydrothermal systems. An alternative approach to reduce computational effort is the analytical representation of Immediate Cost Function (ICF) for each stage in Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP). Thus, this paper presents a methodology for calculation of the ICF with the representation of Hydroelectric Production Function (HPF) of each hydro plant as a proposal for a more realistic modeling of the system.

KEYWORDS. Immediate Cost Function, Hydroelectric Production Function, Stochastic Dual Dynamic Programming.

Paper topics: EN - OR in Energy, PM - Mathematical Programming



1. Introdução

O objetivo do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico é determinar, a cada mês, as metas de geração para cada usina de forma a atender a demanda e que minimizem o custo total de operação ao longo do período planejado [CEPEL, 2017].

Em sistemas com predominância de geração termoeletrica as incertezas não possuem muita importância, sendo necessário apenas utilizar as usinas térmicas em ordem crescente de custo. Em contrapartida, para sistemas com predominância de geração hidrelétrica, como é o caso do Brasil, as decisões geram consequências futuras, sendo que os níveis dos reservatórios no futuro dependem da quantidade de água que se utiliza hoje para gerar energia [ONS, 2017b].

Dessa forma, o problema do planejamento da operação para sistemas hidrotérmicos possui algumas características importantes, tais como:

- acoplamento temporal: o uso ou armazenamento de água no presente afeta o custo de geração no futuro;
- natureza estocástica: incerteza em relação ao cenário hidrológico futuro;
- acoplamento espacial: as usinas são dispostas em cascata, logo, a decisão de retenção ou liberação de água de uma usina afeta a afluência total das usinas à jusante. [Penna, 2009]:

O problema da otimização do despacho hidrotérmico a médio prazo é de natureza dinâmica, dado que o estado de um estágio influencia os estágios subsequentes, e estocástica, devido a imprevisibilidade do cenário de afluência futuro. Sendo assim, a aplicação da Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) vêm sendo largamente utilizada em problemas desta natureza, sendo inicialmente apresentado na década de 80 [Pereira, 1989].

Trata-se de um algoritmo de otimização baseado na Decomposição de Benders [Pereira e Pinto, 1985] e bastante requisitada no planejamento energético, conforme podem ser verificados em [Thome et al., 2013], [Pereira et al., 2015] e [Gjerden et al., 2015]. Mas também podem ser usados em outras aplicações, como na decisão estratégica para seleção de transportadoras de cargas no ambiente de competição por leilão [Fhoula et al., 2013] ou ainda para avaliar o risco associado ao investimento de capital em sistemas de energia [Newham e Wood, 2007].

No contexto do planejamento energético, a tendência atual é a representação horária de cargas em modelos de despacho hidrotérmico, devido principalmente à penetração crescente de geração renovável de energia combinado com o desenvolvimento de baterias mais eficazes, capazes de estocar energia no curto prazo. No entanto, essa representação causaria um aumento significativo das dimensões do problema, ocasionando um imenso esforço computacional em um sistema grande e complexo como o brasileiro [Metello, 2016].

Em [Metello, 2016], a autora propõe a representação analítica da Função de Custo Imediato (FCI) no contexto da PDDE para diminuir o esforço computacional de um modelo com representação horária da carga. Além disso, a autora desenvolveu técnicas de obtenção da FCI, tanto para um sistema isolado quanto em sistemas interligados.

Além disso, para obter uma modelagem mais realista do sistema seria necessária a inclusão do modelo não linear de geração hidrelétrica das usinas. Em [Ramos, 2015] e [Diniz e Maceira, 2008] é proposta uma representação analítica da Função de Produção Hidrelétrica (FPH), caracterizada por um modelo linear em quarta dimensão.

Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma modelagem híbrida de um sistema isolado usando a representação analítica tanto da FCI quanto da FPH no contexto da PDDE, a partir de adaptações das metodologias encontradas nos trabalhos supracitados.

Finalmente, será feito um comparativo do planejamento energético usando a PDDE padrão, a PDDE com representação da FCI e o modelo híbrido da PDDE desenvolvida neste trabalho aplicado ao subsistema sul brasileiro, avaliando seus benefícios e desafios na sua implementação.



2. Modelagem

A modelagem descrita a seguir é uma versão adaptada do que é apresentado em [Pereira e Pinto, 1991], [Metello, 2016], [Ramos, 2015] e [Diniz e Maceira, 2008], conforme mencionado na seção anterior.

Cada estágio do problema representa um mês de operação, dado pelos índices $t = 1, 2, \dots, T$. Dentro de cada estágio há uma representação horária de carga (730 horas mensais) a ser considerada, indexados por $\tau = 1, 2, \dots, T$, denominados intra-estágios. A seguir são apresentados detalhadamente as variáveis e restrições do problema de otimização do despacho hidrotérmico em um determinado estágio t da PDDE padrão. Os subíndices $i = 1, 2, \dots, I$ referenciam as usinas hidrelétricas do sistema e $j = 1, 2, \dots, J$ representam as usinas térmicas.

$$\alpha_t = \text{Min} \sum_{\tau} \left(\sum_j (c_j \times g_{t,\tau,j}) + c_d \times def_{t,\tau} \right) + \alpha_{t+1} \quad (2.1)$$

sujeito a :

$$vf_{t,i} = \hat{v}i_{t,i} + \hat{a}_{t,i} + \sum_{m \in M_i} (vt_{t,m} + vv_{t,m}) - vt_{t,i} - vv_{t,i}, \quad \forall i \in I \quad (2.2)$$

$$e_{t,\tau} + \sum_j g_{t,\tau,j} + def_{t,\tau} = \hat{\delta}_{t,\tau}, \quad \forall \tau \in T \quad (2.3)$$

$$e_t = \sum_i (\rho_i \times vt_{t,i}) \quad (2.4)$$

$$\sum_{\tau} e_{t,\tau} = e_t \quad (2.5)$$

$$\underline{v}_i \leq vf_{t,i} \leq \bar{v}_i, \quad \forall i \in I \quad (2.6)$$

$$0 \leq vt_{t,i} \leq \bar{v}t_i, \quad \forall i \in I \quad (2.7)$$

$$0 \leq vv_{t,i} \leq \bar{v}v_i, \quad \forall i \in I \quad (2.8)$$

$$0 \leq e_{t,\tau} \leq \bar{e}_{\tau}, \quad \forall \tau \in T \quad (2.9)$$

$$0 \leq g_{t,\tau,j} \leq \bar{g}_j, \quad \forall \tau \in T, j \in J \quad (2.10)$$

$$def_{t,\tau} \geq 0, \quad \forall \tau \in T \quad (2.11)$$

$$\alpha_{t+1} \geq 0 \quad (2.12)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_i (\hat{\pi}_{t+1,i}^p \times vf_{f,i}) + \hat{\varepsilon}_{t+1}^p, \quad \forall p \in P \quad (2.13)$$

onde α_t é o custo total no estágio t ;

c_j é o custo de geração da térmica j ;

$g_{t,\tau,j}$ é a energia gerada no estágio t e hora τ pela térmica j ;

c_d é o custo associado ao corte de carga;

$def_{t,\tau}$ é o déficit de energia no estágio t e intra-estágio τ ;

α_{t+1} é o custo futuro visto pelo estágio t ;

$vf_{t,i}$ é o volume da usina i no fim do estágio t ;

$\hat{v}i_{t,i}$ é o volume inicial da usina i no estágio t ($\hat{\cdot}$ indica um valor conhecido);

$\hat{a}_{t,i}$ é o volume afluente da usina i no estágio t ;

$vt_{t,i}$ é o volume turbinado pela usina i no estágio t ;

$vv_{t,i}$ é o volume vertido pela usina i no estágio t ;



$vt_{t,m}$ é o volume turbinado pela usina m no estágio t ;
 $vv_{t,m}$ é o volume vertido pela usina m no estágio t ;
 $m \in M_i$ é o conjunto das usinas à montante da usina i ;
 $e_{t,\tau}$ é a energia gerada por todas as hidrelétricas no intra-estágio τ do estágio t ;
 $\hat{\delta}_{t,\tau}$ é a carga residual (carga - geração renovável) no intra-estágio τ do estágio t ;
 e_t é a energia gerada por todas as hidrelétricas no estágio t ;
 ρ_i é a produtibilidade hidrelétrica da usina i (normalmente considera-se a produtibilidade para volume útil em 65%);
 \underline{v}_i é o volume mínimo armazenado na usina i ;
 \bar{v}_i é o volume máximo armazenado na usina i ;
 $\bar{v}t_i$ é o volume máximo turbinado pela usina i ;
 $\bar{v}v_i$ é o volume máximo vertido pela usina i ;
 \bar{e}_τ é a máxima energia gerada por todas as hidrelétricas em cada intra-estágio τ ;
 \bar{g}_j é a energia máxima gerada pela térmica j ;
 $p \in P$ são os hiperplanos (corte de Benders) da Função de Custo Futuro (FCF);
 $\hat{\pi}_{t+1,i}^p$ é o coeficiente do corte p associado à hidrelétrica i ;
 ε_{t+1}^p é o termo independente do corte p .

A equação (2.1) representa a função objetivo do problema a ser minimizada, dada pela soma do custo imediato, devido à geração térmica e possíveis déficits, com o custo futuro, que por sua vez está associado com o nível de armazenamento de água nas usinas. Em (2.2) têm-se a equação de balanço hídrico em cada usina hidrelétrica. Em (2.3) têm-se a equação de atendimento à demanda do sistema, onde a soma da energia hidrelétrica com a energia termelétrica e o déficit é igual à carga residual. As equações (2.4) e (2.5) tratam da geração de energia hidrelétrica e podem ser combinadas em apenas uma equação. Os limites operativos das variáveis são dados em (2.6 - 2.12). Por fim, a inequação (2.13) traz os cortes da FCF, também chamada de corte de Benders.

O problema de otimização do despacho hidrotérmico dado pelas equações (2.1 - 2.13) é um problema de Programação Linear (PL), resolvido por qualquer software comercial de otimização.

Considerando o subsistema sul brasileiro, com $I = 28$ usinas hidrelétricas e $J = 14$ usinas térmicas e uma representação horária de carga $T = 730$, chega-se a um total de 11765 variáveis e 759 restrições de igualdade.

Na PDDE, a PL (2.1 - 2.13) deverá ser otimizada um enorme número de vezes, como pode ser visto pela equação (2.14).

$$N = T \times S \times (1 + L) \times K \quad (2.14)$$

onde N é o número de vezes que a PL é resolvida, T é o número de estágios, S é o número de cenários de afluência, L é o número de aberturas na árvore de cenários e K é o número de iterações necessárias à convergência do problema.

Como exemplo, considere o Planejamento Mensal da Operação (PMO) realizado pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). O ONS utiliza os seguintes parâmetros dentro do NEWAVE, modelo desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) para o planejamento a médio prazo: $T = 60$, $S = 2000$, $L = 20$. O número de iterações para convergência varia com o problema, entretanto, para exemplificação considera-se $K = 10$. Assim, a PL seria resolvida mais de 25 milhões de vezes, o que causaria um grande esforço computacional.

Em busca de uma redução desse esforço e da confiabilidade dos resultados obtidos, será proposto na próxima seção uma nova metodologia que reduz a PL (2.1 - 2.13) tanto em relação ao número de variáveis quanto de restrições.



3. Metodologia

Como mencionado na seção anterior, uma nova metodologia é aplicada à PL (2.1 - 2.13), a partir da representação da FCI, visto a seguir:

$$\beta_t(e_t) = \text{Min} \sum_{\tau} \left(\sum_j (c_j \times g_{t,\tau,j}) + c_d \times \text{def}_{t,\tau} \right) \quad (3.1)$$

sujeito a :

$$e_{t,\tau} + \sum_j g_{t,\tau,j} + \text{def}_{t,\tau} = \hat{\delta}_{t,\tau}, \quad \forall \tau \in \mathcal{T} \quad (3.2)$$

$$\sum_{\tau} e_{t,\tau} = e_t \quad (3.3)$$

$$\text{def}_{t,\tau} \geq 0, \quad \forall \tau \in \mathcal{T} \quad (3.4)$$

$$0 \leq e_{t,\tau} \leq \bar{e}_{\tau}, \quad \forall \tau \in \mathcal{T} \quad (3.5)$$

$$0 \leq g_{t,\tau,j} \leq \bar{g}_j, \quad \forall \tau \in \mathcal{T}, j \in J \quad (3.6)$$

O modo de obtenção dos cortes da FCI a partir da PL (3.1 - 3.6) é um dos principais objetivos deste trabalho e toda a metodologia aplicada para este fim será detalhada nas próximas seções. A FCI é obtida para cada estágio do problema, externa à execução da PDDE, ou seja, é um processo realizado de forma *offline*. Sendo assim, a PL (2.1 - 2.13) com a inserção do modelo da FPH, reduz-se à PL mostrado a seguir.

$$\alpha_t = \text{Min} \beta_t + \alpha_{t+1} \quad (3.7)$$

sujeito a :

$$vf_{t,i} = \hat{v}i_{t,i} + \hat{a}_{t,i} + \sum_{m \in M_i} (vt_{t,m} + vv_{t,m}) - vt_{t,i} - vv_{t,i}, \quad \forall i \in I \quad (3.8)$$

$$\underline{v}_i \leq vf_{t,i} \leq \bar{v}_i, \quad \forall i \in I \quad (3.9)$$

$$0 \leq vt_{t,i} \leq \bar{v}t_i, \quad \forall i \in I \quad (3.10)$$

$$0 \leq vv_{t,i} \leq \bar{v}v_{t,i}, \quad \forall i \in I \quad (3.11)$$

$$0 \leq e_t \leq \hat{e}_{t,max} \quad (3.12)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_i (\hat{\pi}_{t+1,i}^p \times vf_{t,i}) + \hat{\varepsilon}_{t+1}^p, \quad \forall p \in P \quad (3.13)$$

$$\beta_t \geq \hat{\lambda}_t^l \times e_t + \hat{\Omega}_t^l, \quad \forall l \in L \quad (3.14)$$

$$e_t = \sum_i e_i \quad (3.15)$$

$$e_i \leq \hat{\gamma}_{k,i}^{vf} \times vf_{t,i} + \hat{\gamma}_{k,i}^{vt} \times vt_{t,i} + \hat{\gamma}_{k,i}^{vv} \times vv_{t,i} + \hat{\gamma}_{k,i}, \quad \forall k \in K, i \in I \quad (3.16)$$

onde $\hat{e}_{t,max}$ é a energia hidrelétrica máxima que deve ser gerada, de acordo com a resolução da PL (3.1 - 3.6) do estágio t ;

$l \in L$ são os cortes da Função de Custo Imediato (função linear por partes);

β_t é o custo imediato no estágio t ;

$\hat{\lambda}_t^l$ é o coeficiente (inclinação da reta) do corte l ;

$\hat{\Omega}_t^l$ é termo independente do corte l . Note que os cortes de (3.14) são obtidos pela resolução da PL (3.1 - 3.6);



e_i é a energia gerada pela hidrelétrica i ;

$k \in K$ são os hiperplanos da FPH;

$\hat{\gamma}_{k,i}^{vf}$, $\hat{\gamma}_{k,i}^{vt}$, $\hat{\gamma}_{k,i}^{vv}$ e $\hat{\gamma}_{k,i}$ são os coeficientes do hiperplano k da FPH da usina i , obtidos por um algoritmo a ser detalhado posteriormente.

Observe que a nova PL (3.7 - 3.16) possui uma quantidade muito inferior de variáveis e restrições em relação à PL (2.1 - 2.13). No caso do subsistema sul brasileiro são 115 variáveis e 29 restrições de igualdade. Isso garante uma grande redução do esforço computacional durante o processo iterativo da PDDE.

3.1. Função de Custo Imediato

3.1.1. Conceitos e análises

O levantamento dos cortes da FCI pode ser feito pela resolução da PL (3.1 - 3.6) para cada valor de e_t quanto for necessário. No entanto, com base no trabalho de [Metello, 2016], e de acordo com a Figura 3.1, pode-se chegar à conclusão de que a PL precisa ser resolvida para apenas alguns valores de e_t . Observe que as térmicas estão ordenadas em relação ao custo de geração: $c_1 < c_2 < \dots < c_j < c_d$.

Algumas observações podem ser feitas pela análise da Figura 3.1:

- O coeficiente de inclinação de cada reta coincide com o valor em módulo do custo de cada térmica ou déficit;
- O valor de $\hat{e}_{max} = \hat{e}^0$ refere-se ao valor de energia hidrelétrica que atende à demanda utilizando o mínimo de energia térmica possível;
- Os valores $\hat{e}^1, \hat{e}^2, \dots, \hat{e}^{j-1}, \hat{e}^j$ são as energias hidrelétricas necessárias para atender à demanda considerando a utilização máxima de geração da térmica 1 apenas, das térmicas 1 e 2, das térmicas 1, 2, ..., $j - 1$ e de todas as térmicas 1, 2, ..., $j - 1, j$, respectivamente;
- Valores de energia hidrelétrica entre \hat{e}_{min} e \hat{e}^j geram déficit de energia ao sistema.

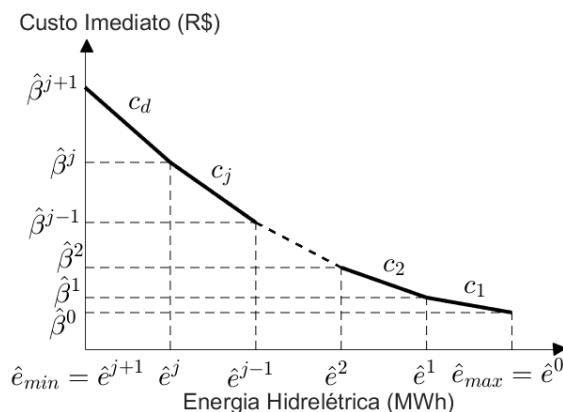


Figura 3.1: Função de Custo Imediato (Fonte: Elaborado pelos autores)

A proposta deste trabalho se dá pelo desenvolvimento de uma metodologia de levantamento da FCI de cada estágio a partir da descoberta dos pontos estratégicos da Figura 3.1, com base na análise feita anteriormente.

O trabalho desenvolvido em [Metello, 2016], que inspirou o presente trabalho, traz uma outra metodologia de levantamento da FCI de cada estágio, utilizando as técnicas de Decomposição Lagrangeana em conjunto com o Método de Balériaux na resolução da PL (3.1 - 3.6). Entretanto,



em [Metello, 2016] não foi considerado o déficit de energia, ou seja, o algoritmo foi aplicado apenas para sistemas auto-suficientes. Além disso, seu algoritmo não possui uma implementação tão simples, apesar de ser computacionalmente eficiente.

Portanto, um desafio proposto neste trabalho seria desenvolver um algoritmo que seja capaz de fornecer a Função de Custo Imediato, em sistemas que possam existir déficit de energia, de forma eficiente computacionalmente e que seja de simples implementação.

3.1.2. Algoritmo: levantamento da FCI

O algoritmo proposto neste trabalho visa a construção da FCI de forma simples e objetiva, sem a necessidade de grandes conhecimentos do operador acerca do assunto tratado. A seguir é apresentado o passo a passo do algoritmo de forma detalhada. O subíndice t , que denota o estágio, é suprimida nas variáveis para não sobrecarregar a notação.

A Figura 3.2 mostra um fluxograma para construção da FCI em um determinado estágio. Inicialmente, deve-se ordenar as térmicas em ordem crescente de custo: $c_1 < c_2 < \dots < c_{j-1} < c_j < c_d$. Em seguida, calcula-se os valores estratégicos de geração hidrelétrica, sendo que o ponto de máxima geração de energia hidrelétrica é dado na condição de mínima utilização de energia termelétrica e o ponto de mínima geração ocorre quando o sistema é alimentado por todas as térmicas em sua capacidade máxima, podendo ou não gerar déficit. Os outros valores de energia hidrelétrica são determinados pela inserção sequencial de cada térmica ao sistema. O próximo passo é resolver as PL's, para cada valor de geração hidrelétrica obtidos anteriormente, através de um software de otimização ou pelo Método de Balériaux [Viacava, 1997]. Finalmente, os coeficientes das retas são calculados, obtendo-se um conjunto de retas que se aproximam da FCI.

3.2. Função de Produção Hidrelétrica

A produtibilidade de uma usina hidrelétrica é uma variável que depende do seu volume armazenado e do volume defluente, que por sua vez é dado pela soma dos volumes turbinado e vertido. Segundo [Ramos, 2015], a energia hidrelétrica produzida por uma usina pode ser representada por:

$$e_i = \rho_i^{esp} \times vt_i \times (h_i^{mon} - h_i^{jus} - h_i^{per}), \quad \forall i \in I \quad (3.17)$$

$$h_i^{mon} = pcv(vf_i), \quad \forall i \in I \quad (3.18)$$

$$h_i^{jus} = pvnj(vt_i, vv_i), \quad \forall i \in I \quad (3.19)$$

onde e_i é a energia hidrelétrica gerada pela usina i ;

ρ_i^{esp} é a produtibilidade específica da usina i ;

h_i^{mon} é a cota à montante da usina i ;

$pcv(vf_i)$ é o polinômio cota-volume de quarto grau que depende do volume armazenado vf_i da usina i ;

h_i^{jus} é a cota à jusante da usina i ;

$pvnj(vt_i, vv_i)$ é o polinômio vazão-nível jusante de quarto grau que depende do volume turbinado vt_i e do volume vertido vv_i da usina i ;

h_i^{per} é a perda de carga por adução da usina i ;

Nota-se pela equação (3.17) que a FPH é não-linear. Isso representaria um grande esforço computacional durante a execução da PDDE. No entanto, uma forma de representar analiticamente a FPH, no contexto da PDDE, é aproximá-la por um conjunto de hiperplanos convexos.

O trabalho desenvolvido em [Diniz e Maceira, 2008] traz uma representação da FPH, para cada usina, como uma função linear por partes, a partir de um algoritmo dividido em duas etapas. Primeiro, obtêm-se os planos que definem a região convexa no plano 3D, considerando $vv = 0$. Em seguida, obtêm-se o modelo com vv , a partir da aproximação secante, sendo esta a maior contribuição do trabalho.

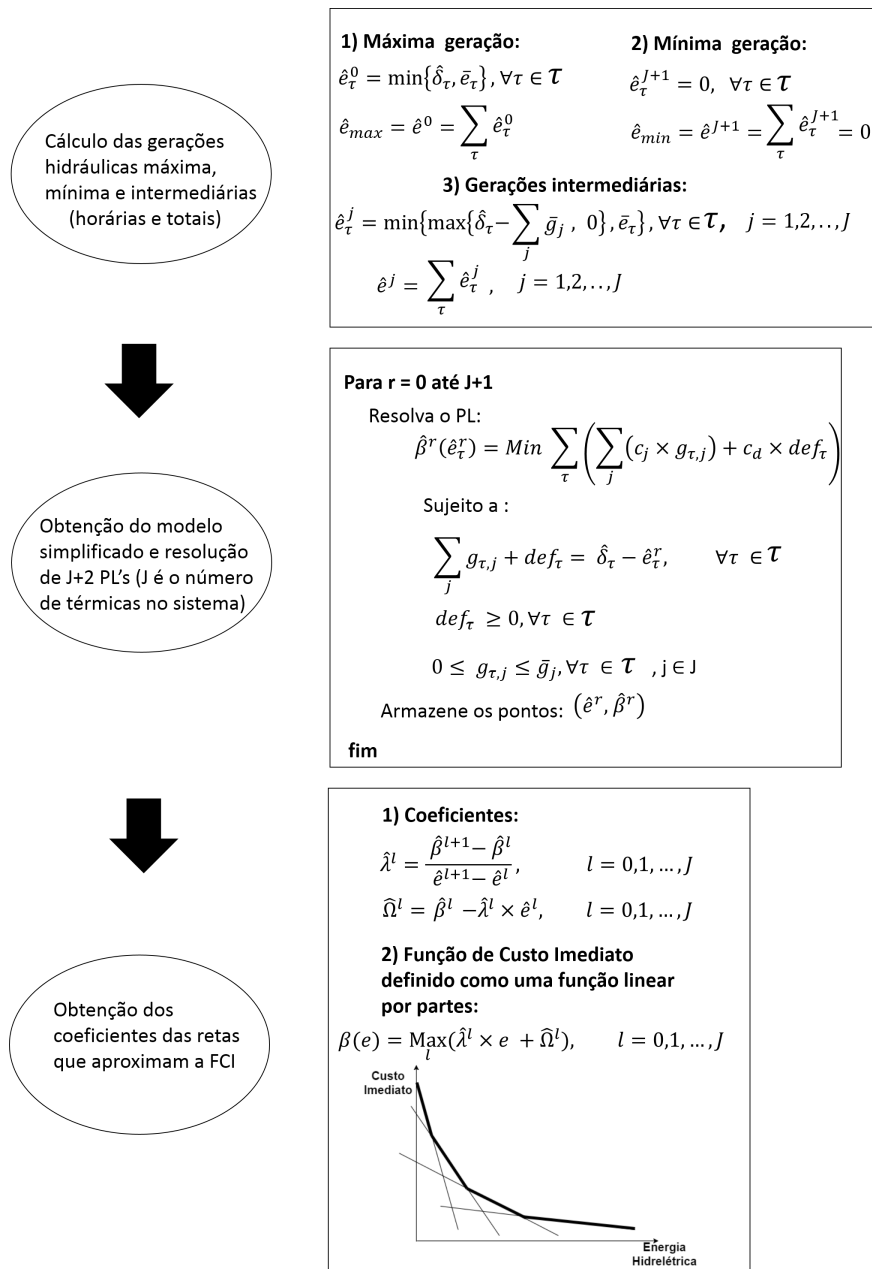


Figura 3.2: Fluxograma de construção da FCI (Fonte: Elaborado pelos autores)

Neste trabalho utilizou-se a biblioteca *QuickHull* [Barber et al., 1996], uma versão rápida do algoritmo *Convex Hull*, para linearização da FPH em quarta dimensão, também usado em [Ramos, 2015]. A construção da FPH empregada neste trabalho segue os passos do seguinte algoritmo:

1. Discretização do domínio da FPH em N valores: volume armazenado $v f_i$ (entre \underline{v}_i e \bar{v}_i), volume turbinado $v t_i$ (entre 0 e $\bar{v} t_i$) e volume vertido $v v_i$ (entre 0 e $\bar{v} v_i$). Logo, são obtidos N^3 pontos no domínio da FPH;
2. Cálculo do valor da energia hidrelétrica para cada ponto $(\hat{v} f_i, \hat{v} t_i, \hat{v} v_i)$, obtido no passo anterior, com o auxílio das equações (3.17 - 3.19). Assim, obtêm-se N^3 pontos $(\hat{v} f_i, \hat{v} t_i, \hat{v} v_i, \hat{e}_i)$;
3. Geração dos hiperplanos convexas a partir da aplicação do algoritmo *QuickHull* nos N^3 pontos obtidos no passo anterior. Esse algoritmo gera um conjunto convexo de hiperplanos em 4D



que engloba todos os pontos analisados;

4. Seleção dos hiperplanos de interesse a partir das condições impostas aos seus coeficientes:

$$e_i \leq \hat{\gamma}_{k,i}^{vf} \times vf_{k,i} + \hat{\gamma}_{k,i}^{vt} \times vt_{k,i} + \hat{\gamma}_{k,i}^{vv} \times vv_{k,i} + \hat{\gamma}_{k,i}, \quad \forall k \in K, i \in I \quad (3.20)$$

com $\hat{\gamma}_{k,i}^{vf} \geq 0, \hat{\gamma}_{k,i}^{vt} \geq 0, \hat{\gamma}_{k,i} \geq 0$ e $\hat{\gamma}_{k,i}^{vv} \leq 0$.

O algoritmo descrito é aplicado em todas as hidrelétricas do sistema. Vale destacar que este procedimento é feito externamente à PDDE, ou seja, é realizado *offline*. Além disso, a representação analítica das FPH's de todas as usinas não demanda mais do que alguns poucos segundos, o que garante grande eficiência em termos computacionais.

A seguir é apresentado na Figura 3.3 um exemplo gráfico do passo-a-passo do algoritmo *QuickHull* em duas dimensões, considerando que a energia hidrelétrica fosse uma função dependente apenas do seu volume armazenado vf_i .

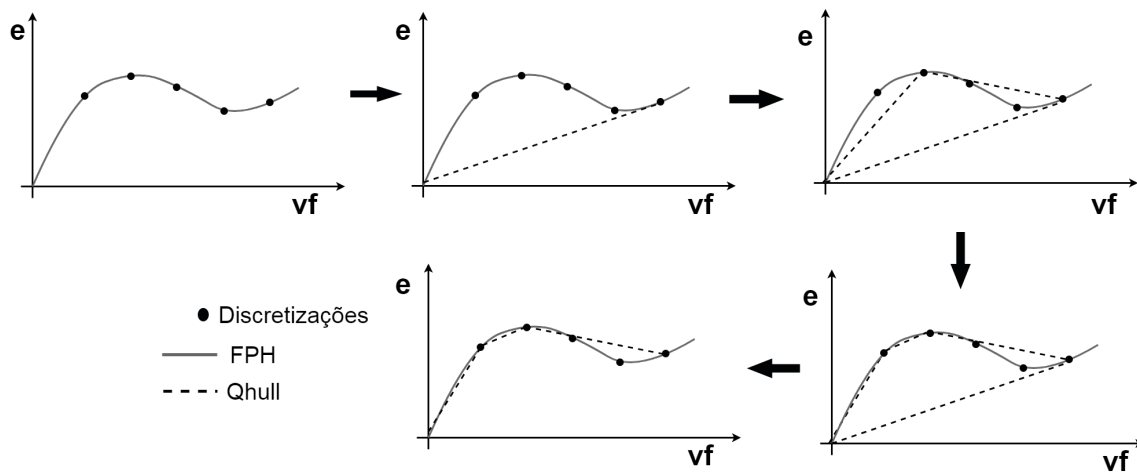


Figura 3.3: Passos do algoritmo *QuickHull* (Fonte: Elaborado pelos autores)

Pode-se ver no quarto gráfico que o algoritmo *QuickHull* gerou um conjunto convexo de retas que engloba todos os pontos analisados. No entanto, as retas de interesse foram selecionadas convenientemente de modo a obter uma função linear por partes que, por construção, é uma aproximação otimista da FPH real.

4. Resultados

Os algoritmos foram implementados no software *Matlab R2016a*[®], em uma máquina com a seguinte configuração: processador Intel(R) Core(TM) i5-3210M, 6GB de memória RAM e frequência de 2,50 Ghz. A seguir são realizadas simulações com as três diferentes modelagens para o planejamento energético:

- PDDE: modelagem padrão do sistema, dada pela PL (2.1 - 2.13);
- PDDE-FCI: modelagem com representação analítica da FCI, contendo a PL (3.7 - 3.14 e 2.4);
- PDDE-FCI-FPH: modelagem com representação analítica da FCI e FPH, dada pela PL (3.7 - 3.16).

A PDDE-FCI-FPH é a modelagem híbrida proposta neste trabalho, baseada nos trabalhos desenvolvidos em [Metello, 2016], [Ramos, 2015] e [Diniz e Maceira, 2008].



Os dados de cada usina e de mercado usados neste trabalho são referentes ao mês de fevereiro de 2017 que estão disponíveis no website do ONS [ONS, 2017a]. O ONS fornece apenas os dados mensais de carga residual pra cada subsistema. No entanto, para representar a carga horária em cada estágio (mês), foi utilizada a equação (4.1).

$$\hat{\delta}_{t,\tau} = \frac{\hat{\delta}_t(1 + 0,1 \cdot ruido)}{\mathcal{T}}, \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad \tau = 1, 2, \dots, \mathcal{T} \quad (4.1)$$

onde $\hat{\delta}_{t,\tau}$ representa a carga residual no estágio t e intra-estágio τ ;
 $\hat{\delta}_t$ é a carga residual total do estágio t (fornecido pelo ONS);
 $\mathcal{T} = 730$, considerando o mês com 730 horas;
 $ruido$ é um valor aleatório no intervalo $[-1,1]$.

Nas simulações utilizaram-se os dados do subsistema sul brasileiro, com 28 usinas hidrelétricas e 14 usinas térmicas. Os algoritmos de PDDE foram executados mediante a seguinte configuração: 5 meses de planejamento e árvore de cenários com 2 aberturas e 32 séries *forwards*.

As Figuras 4.1 a 4.4 exibem o processo de convergência da PDDE de todas as metodologias analisadas, bem como um gráfico comparativo do custo total obtido pelos métodos em cada cenário. Os parâmetros ZINF e ZSUP representam, respectivamente, o custo total do primeiro estágio e a soma dos custos imediatos de todos os estágios. O algoritmo converge quando a diferença entre estes dois parâmetros é menor do que uma certa tolerância pré estabelecida. A Tabela 4.1 traz os resultados dessa simulação.

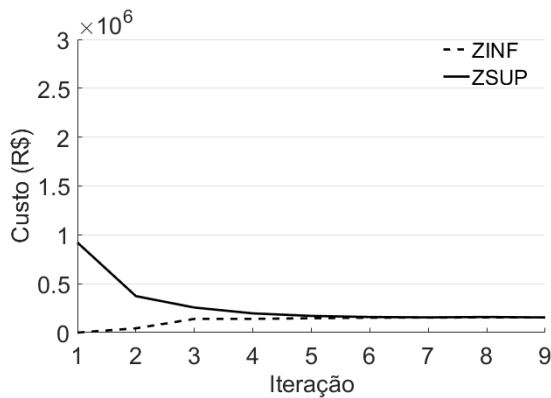


Figura 4.1: Processo iterativo do método PDDE (Fonte: Elaborado pelos autores)

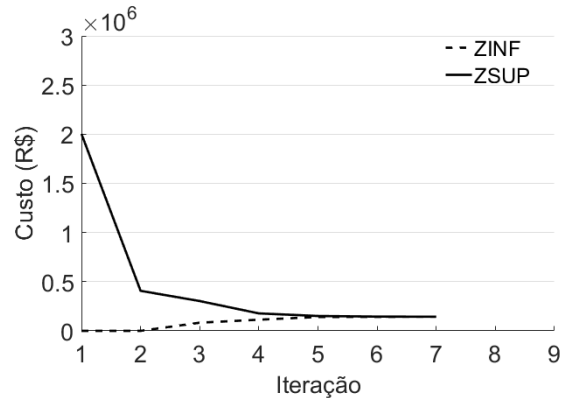


Figura 4.2: Processo iterativo do método PDDE-FCI (Fonte: Elaborado pelos autores)

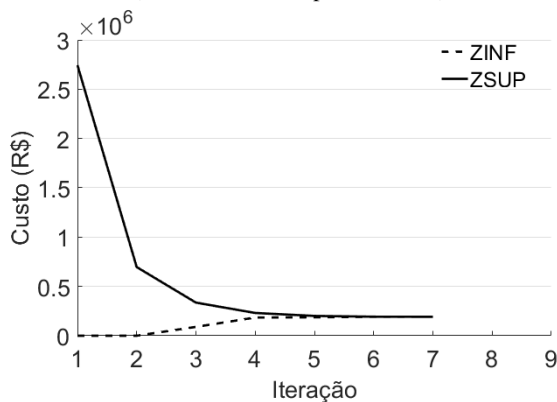


Figura 4.3: Processo iterativo do método PDDE-FCI-FPH (Fonte: Elaborado pelos autores)

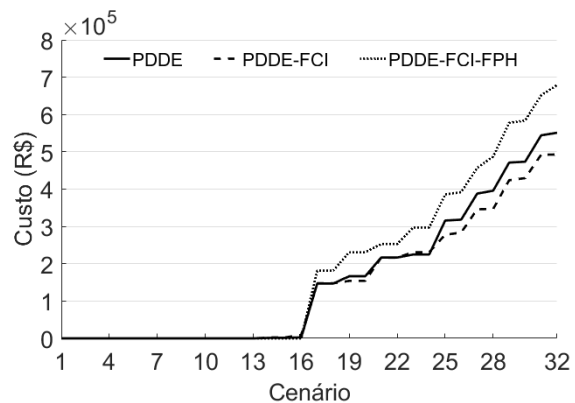


Figura 4.4: Custo total em cada cenário (Fonte: Elaborado pelos autores)



Tabela 4.1: Resultados da simulação

	PDDE	PDDE-FCI	PDDE-FCI-FPH
Número de variáveis	11765	87	115
Número de restrições de igualdade	759	29	29
Custo total (R\$)	155.389,00	143.881,00	191.806,00
Iterações	9	7	7
Tempo	45min 1seg	4min 29seg	5min 14seg
Representatividade do sistema	Boa	Boa	Excelente
Detalhamento da Operação	Médio	Médio	Alto

Fonte: Elaborado pelos autores

Pela Tabela 4.1 percebe-se que as modelagens com representação analítica da FCI e da FPH convergem em um menor tempo e quantidade de iterações. Embora a modelagem híbrida PDDE-FCI-FPH ser um pouco mais lenta comparada à PDDE-FCI, ela possui a vantagem de representar o sistema mais fielmente, já que traz de forma detalhada a geração de cada hidrelétrica do sistema.

5. Conclusões e Considerações Finais

O presente trabalho trouxe uma proposta de modelagem híbrida a ser implementada na PDDE para o planejamento energético a médio prazo, considerando a representação analítica da Função de Custo Imediato em cada mês de operação e a Função de Produção Hidrelétrica de cada usina. A primeira, trouxe uma redução considerável da dimensão do problema, e a segunda, maior representatividade do sistema.

Os algoritmos de levantamento da FCI e da FPH são implementados baseados em trabalhos da literatura com contribuições dos autores do presente trabalho. A FCI é construída a partir da resolução de problemas de otimização linear para apenas alguns pontos estratégicos, e a FPH utilizou algoritmos de fechos convexos (*Convex Hull*) em quarta dimensão.

A partir dos dados apresentados, a PDDE-FCI-FPH foi a que apresentou melhor custo-benefício, uma vez que sua modelagem representa o sistema de forma mais realista e pode gerar resultados mais confiáveis, apesar de sua implementação ter sido um pouco mais complexa comparada à modelagem da PDDE padrão. Além disso, o tempo decorrido na execução também não foi tão grande, mostrando assim a eficiência do método.

Devido ao tempo computacional ser alto, este trabalho apresentou apenas 5 meses de estudo no planejamento. Entretanto, os objetivos propostos foram atendidos e os conceitos e técnicas utilizados podem ser adotados em problemas envolvendo operação do despacho hidrotérmico.

Em estudos futuros seria interessante aplicar os conceitos tratados neste trabalho em sistemas que não sejam isolados, ou seja, sistema que possam realizar intercâmbio de energia, como é o caso do Sistema Interligado Nacional (SIN). Além disso, é proposto para trabalhos futuros implementar os algoritmos tratados nesse artigo, principalmente o de Programação Dinâmica Dual Estocástica, em uma linguagem mais eficiente, como o C++, Python ou Java, visto que seria viável realizar o planejamento energético para um período maior de estudo.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Juiz de Fora e às agências de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG por toda a estrutura e apoio financeiro fornecidos para o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

Barber, C. B., Dobkin, D. P., e Huhdanpaa, H. (1996). The quickhull algorithm for convex hulls. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 22(4):469–483.



- CEPEL (2017). NEWAVE - modelo de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos interligados de longo e médio prazo. <http://www.cepel.br/produtos/>. Acessado: 25-03-2017.
- Diniz, A. L. e Maceira, M. E. P. (2008). A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3):1298–1308. ISSN 0885-8950.
- Fhoula, B., Hajji, A., e Rekik, M. (2013). Stochastic dual dynamic programming for transportation planning under demand uncertainty. In *Proc. Int. Conf. Advanced Logistics and Transport*, p. 550–555.
- Gjerdén, K. S., Helseth, A., Mo, B., e Warland, G. (2015). Hydrothermal scheduling in Norway using stochastic dual dynamic programming; a large-scale case study. In *Proc. IEEE Eindhoven PowerTech*, p. 1–6.
- Metello, C. N. (2016). Analytical representation of immediate cost function in SDDP. Master's thesis, PUC-Rio.
- Newham, N. e Wood, A. (2007). Transmission investment planning using SDDP. In *Proc. Australasian Universities Power Engineering Conf*, p. 1–5.
- ONS (2017a). Deck fevereiro de 2017 - NEWAVE. <http://www.ons.org.br/pmo/newave.aspx>. Acessado: 26-03-2017.
- ONS (2017b). O SIN e os modelos NEWAVE e DECOMP utilizados no planejamento da operação energética e no cálculo do PLD. <http://www.ons.org.br/operacao/treinamentosPMO.aspx>. Acessado: 26-03-2017.
- Penna, D. D. J. (2009). *Definição da árvore de cenários de aflúncias para o planejamento da operação energética de médio prazo*. Tese de doutorado, PUC-Rio.
- Pereira, I. F., Hoffmann, L., d. O. Willer, L., d. S. Chaves, I., de Oliveira, E. J., Ramos, T. P., e Marcato, A. L. M. (2015). Using stochastic dual dynamic programming and a periodic autoregressive model for wind-hydrothermal long-term planning. In *Proc. IEEE Eindhoven PowerTech*, p. 1–6.
- Pereira, M. V. e Pinto, L. M. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical programming*, 52(1-3):359–375.
- Pereira, M. (1989). Optimal stochastic operations scheduling of large hydroelectric systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 11(3):161–169.
- Pereira, M. e Pinto, L. (1985). Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach. *Water resources research*, 21(6):779–792.
- Ramos, T. P. (2015). *Modelagem Híbrida para o Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Considerando as Não Linearidades das Usinas Hidráulicas*. Tese de doutorado, Universidade de Juiz de Fora.
- Thome, F., Pereira, M., Granville, S., e Fampa, M. (2013). Non-convexities representation on hydrothermal operation planning using SDDP. *Working Paper*.
- Viacava, N. M. C. (1997). *Representação analítica de falhas dos equipamentos e variação da demanda no despacho hidrotérmico multi-estágio*. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro.