UMA ANÁLISE DO MÉTODO *BRANCH-AND-BOUND* NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM VARIÁVEIS DE CONTROLE DISCRETAS

Luiza Rodrigues Matos
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube 14-01, Vargem Limpa, 17033-360, Bauru, SP, Brasil
ms.luiza.matos@ieee.org

Daisy Paes Silva
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube 14-01, Vargem Limpa, 17033-360, Bauru, SP, Brasil
daisy.silva@feb.unesp.br

Edilaine Martins Soler
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube 14-01, Vargem Limpa, 17033-360, Bauru, SP, Brasil
edilaine@fc.unesp.br

RESUMO

O propósito de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é determinar o estado de um sistema de transmissão de energia elétrica que otimize um dado desempenho deste sistema e satisfaça suas restrições físicas e operacionais. O problema de FPO pode ser modelado matematicamente como um problema de Programação Não Linear com variáveis discretas e contínuas. Neste trabalho, investiga-se a eficiência do método *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPO considerando suas variáveis contínuas e discretas. Testes com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras são apresentados.

PALAVRAS CHAVE. Otimização. Fluxo de Potência Ótimo. *Branch-and-Bound*.

Tópicos. PO na Área de Energia.

ABSTRACT

The purpose of an Optimal Power Flow (OPF) problem is to determine the state of an electric power transmission system that optimizes a given system performance and satisfies its physical and operational constraints. The OPF problem can be mathematically modeled as a Nonlinear Programming problem with discrete and continuous variables. In this work, we investigate the efficiency of the *Branch-and-Bound* method in solving the OPF problem considering its continuous and discrete variables. Numerical tests with the IEEE 14, 30, 118 and 300 bus electrical systems are presented.

KEYWORDS. Optimization. Optimal Power Flow. *Branch-and-Bound*.

Paper topics. OR in Energy.

1. Introdução

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são considerados um dos sistemas mais complexos feitos pelo homem [Alrashidi e El-Hawary, 2007], devido à sua grandeza, função e controle. A energia elétrica é uma das formas de energia mais utilizada no mundo, além de ser indispensável no dia a dia de toda a população, é essencial para o desenvolvimento econômico de um país. Um modo eficiente de fornecer energia elétrica de qualidade é através da resolução do problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO).

O propósito do problema de FPO é determinar o estado ótimo de um sistema de transmissão de energia elétrica a fim de otimizar um determinado desempenho do sistema e satisfazer as restrições físicas e operacionais do SEP.

Assim, o problema de FPO determina um ponto de operação de um sistema elétrico de potência através do ajuste dos controles que otimize seu objetivo e respeite suas restrições físicas e operacionais [Soler e Costa, 2013].

Este problema teve sua origem na década de 60 [Carpentier, 1962], desde então, várias abordagens, métodos e algoritmos de solução vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de se obter boas soluções para estes problemas com bom desempenho computacional [Lima, 2000].

O problema de FPO é um termo genérico que representa um amplo conjunto de subproblemas e que pode ser basicamente subdividido em Fluxo de Potência Ótimo Ativo (FPOA), conhecido como Despacho Econômico, e Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR) [Papalexopoulos e Wu, 1989].

O problema abordado neste trabalho é o problema de FPOR, em que os controles associados à potência ativa são fixados e as variáveis relacionadas à potência reativa são ajustadas para minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica. Este problema é modelado como um problema de programação não-linear com variáveis discretas e contínuas.

Devido à dificuldade de solução imposta pelas variáveis discretas, a maioria das abordagens da literatura ignora a natureza discreta destas variáveis e considera todas as variáveis do problema como contínuas. Estas formulações não são realistas, pois alguns controles somente podem ser ajustados através de passos discretos.

Este trabalho investiga a eficiência do método *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPO, e a influência das estratégias para escolha dos nós e das variáveis para ramificação na obtenção de solução de boa qualidade para o problema. Para isso, foi utilizado o algoritmo B-BB disponível no *solver Basic Open Nonlinear Mixed Integer* (BONMIN) [Bonami, 2008]. Testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras foram realizados e demonstram que o *solver* é eficiente na resolução de problemas de FPOR com variáveis de controle discretas e contínuas.

2. Formulação Matemática do Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo

O cálculo de fluxo de potência é de extrema importância nos estudos de planejamento e operação dos sistemas elétricos de potência. A modelagem do sistema é estática, assim a rede elétrica pode ser representada por um conjunto de equações e inequações algébricas.

Na formulação adotada neste trabalho, o problema de FPOR é modelado como um problema de programação estático, não-convexo, com função objetivo não-linear, com um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade lineares e não-lineares e com variáveis discretas e contínuas [Silva, 2016]. As restrições de igualdade do problema de FPOR são obtidas impondo-se a primeira lei de Kirchhoff, no tocante à conservação das potências ativa e reativa em cada barra da rede, isto é, a potência líquida injetada em uma barra deve ser igual à soma das potências que fluem pelos componentes conectados a esta barra. A segunda lei de Kirchhoff é utilizada para expressar os fluxos de potência nos ramos como função das suas tensões terminais. As restrições de desigualdade representam restrições funcionais. A formulação matemática do problema de FPOR adotada neste trabalho objetiva minimizar as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica e é dada por:

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimizar} & f(V,\theta) \\
\text{sujeito a:} & \Delta P_k(V,\theta,t) = 0, \forall\, k \in BCCR; \\
& \Delta Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh}) = 0, \forall\, k \in BC; \\
& \underline{Q_k} \leqslant Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh}) \leqslant \overline{Q_k}, \forall\, k \in BCR; \\
& \underline{V_k} \leqslant V_k \leqslant \overline{V_k}, \forall\, k \in BS; \\
& t_{(k,m)} \in \{\underline{t}_{(k,m)},\ \underline{t}_{(k,m)}+p,\ \underline{t}_{(k,m)}+2p,\ \ldots,\ \underline{t}_{(k,m)}+np\}, \quad \forall\,(k,m) \in T,\ n \in \mathbb{N}; \\
& b_k^{sh} \in D_{b_k^{sh}},\ \forall\, k \in BSS.
\end{array} \tag{1}
$$

Em que:

- V_k representa o módulo da tensão na barra k;
- θ_k representa o ângulo de tensão da barra k;
- $t_{(k,m)}$ representa o *tap* do transformador da linha *(k,m)*;
- b_k^{sh} representa os bancos de capacitores e de reatores *shunt* da barra k;
- $f(V,\theta)$ representa a função objetivo que representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão;
- $\Delta P_k(V,\theta,t) = 0$ representa o balanço de potência ativa para a barra k;
- $\Delta Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh}) = 0$ representa o balanço de potência reativa para a barra k;
- $Q_k(V,\ \theta,\ t,\ b^{sh})$ representa a geração de potência reativa injetada na barra k;
- $D_{b_k^{sh}}$ representa valores discretos que os bancos de capacitores ou de reatores *shunt* k podem assumir;
- $\{\underline{t}_{(k,m)},\ \underline{t}_{(k,m)}+p,\ \underline{t}_{(k,m)}+2p,\ \ldots,\ \underline{t}_{(k,m)}+np\}$ representa o conjunto de valores discretos que os *taps* dos transformadores podem assumir, e p representa o passo discreto;
- $BCCR$ representa o conjunto de barras de carga e controle de reativo;
- BC representa o conjunto de barras de carga;
- BCR representa o conjunto de barras de controle de reativo;
- BS representa o conjunto de barras do sistema;
- T representa o conjunto de transformadores com controle *tap*;
- BSS representa o conjunto de barras com bancos de capacitores e de reatores *shunt* variável.
- $\underline{V_k}$ e $\overline{V_k}$ representam os limites inferior e superior de tensão na barra k, respectivamente.
- $\underline{Q_k}$ e $\overline{Q_k}$ representam os limites inferior e superior de geração de potência reativa na barra k, respectivamente;

A função objetivo $f(V, \theta)$ de (1) é detalhada em (2) e representa as perdas de potência ativa nas linhas de transmissão de energia elétrica.

$$f(V, \theta) = \sum_{(k,m) \in \Omega_k} g_{km}(V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos(\theta_{(k,m)})). \tag{2}$$

Em que:

- Ω_k representa as barras conectadas à barra k;
- g_{km} representa a condutância da linha (k, m);
- $\theta_{(k,m)}$ é dado por $\theta_k - \theta_m$;

3. O método *Branch-and-Bound*

O método *Branch-and-Bound* (B&B), também conhecido como método de avaliação e separação, foi originalmente proposto para problemas de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). No entanto, este método foi adaptado para resolução de problemas de programação não-linear [Gupta e Ravindran, 1985].

Este método baseia-se na ideia de desenvolver uma enumeração inteligente das soluções candidatas à solução ótima inteira de um problema. Separa-se o problema inicial com variáveis inteiras/discretas em vários subproblemas contínuos. Cada um destes subproblemas pode ser resolvido por algum método de otimização contínuo. Assim, apenas uma fração das soluções factíveis é realmente examinada. O termo *branch* refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções e o termo *bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

Cada subproblema é um nó na árvore B&B. A solução de cada subproblema fornece um limitante (*bound*) para a subregião. Se a solução do subproblema é discreta para as variáveis discretas, então esta subregião não é mais explorada. Uma subregião em que a melhor solução discreta encontrada até o momento é melhor que seu limitante, é descartada, caso contrário é explorada recursivamente. Desta forma, uma árvore de subproblemas é criada e o método para quando não há mais subregiões a serem exploradas.

A eficiência do método B&B depende da qualidade dos seus limitantes para que subregiões possam ser descartadas e o método não se torne exaustivo, e da facilidade de resolução dos subproblemas. Infelizmente, estes dois atributos são geralmente antagônicos, isto é, um subproblema de fácil resolução não fornece um limitante de qualidade. Outros fatores como a escolha da ordem para se resolver os subproblemas (nós a serem explorados) e a escolha da variável para ramificação também afetam a eficiência do método.

Neste trabalho, testes foram realizados com o *solver* gratuito BONMIN, a fim de avaliar a influência da escolha de nós a serem explorados e a escolha da variável para ramificação na resolução do problema de FPOR pelo método B&B.

4. O *solver* BONMIN

O BONMIN é um pacote open-source desenvolvido em C++ para resolver problemas de Programação Não-Linear Inteira Mista (PNLIM). O código tem sido desenvolvido por colaboradores da Universidade de Carnegie Mellon e da IBM Research. Este pacote é distribuído gratuitamente sobre a Licença Pública Comum pela Fundação COIN-OR.

O BONMIN é capaz de resolver modelos de PNLIM cujas funções possuam segunda derivada contínua. Este pacote tem disponível seis algoritmos diferentes para resolver PNLIMs:

- B-BB: algoritmo baseado no método *Branch-and-Bound*;
- B-OA: algoritmo baseado no método *Outer-Approximation*;

- B-QG: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-Hyb: algoritmo híbrido de B-BB e B-QG;
- B-ECP: algoritmo baseado no método *Branch-and-Cut* e no método *Outer-Approximation*;
- B-iFP: algoritmo *pump*.

Os algoritmos são exatos quando o problema é convexo, caso contrário eles são heurísticos. Para os PNLIMs convexos, experimentos em um conjunto de testes razoavelmente grandes mostraram que B-Hyb teve um bom desempenho. No entanto, há casos em que B-OA, especialmente quando usado com o CPLEX como solucionador de subproblemas de programação inteira mista, é muito mais rápido do que B-Hyb. Em outros casos, B-BB é mais interessante. B-QG e B-ECP correspondem principalmente a um ajuste de parâmetro específico de B-Hyb, mas podem ser mais rápidos em alguns casos. B-iFP é adaptado para encontrar rapidamente boas soluções para PNLIMs convexos muito difíceis. Para PNLIMs não-convexos, é altamente recomendável usar B-BB.

Como o problema de FPOR é um problema não-convexo, o algoritmo B-BB é o mais recomendável e foi o escolhido para os testes realizados neste trabalho com o objetivo de analisar o desempenho do método *Branch-and-Bound* na resolução do problema de FPOR.

5. Resultados Numéricos

Foram realizados testes numéricos com os sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras com as diferentes opções de estratégias para escolha dos nós e das variáveis para a ramificação disponíveis no *solver* BONMIN.

5.1. Sistema Elétrico IEEE 14 barras

O sistema elétrico IEEE 14 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 4 barras de controle de reativo;
- 9 barras de carga;
- 20 linhas de transmissão;
- 3 transformadores com *tap* variável;
- 1 banco de capacitor e de reator *shunt* variável.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 14 barras possui as seguintes características:

- 22 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 36 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 27 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 4 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (4,7), (4,9) e (5,6) e um banco de capacitor e de reator *shunt* na barra 9.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* [Lage, 2013]. Considerou-se que o banco de capacitores *shunt* é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de três capacitores: 5 MVAr, 15 MVAr e 19 MVAr na tensão nominal. Desta forma, considerou-se que os valores discretos que o *shunt* pode assumir são dados por todas as combinações simples possíveis entre estes capacitores, ou seja:

$$b_9^{sh} \in \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\} pu.$$

Na tabela 1, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 14 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha da variável para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados. Mais detalhes sobre cada uma das estratégias listadas podem ser obtidos em [Bonami e Lee, 2011].

Tabela 1: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 14 barras

Opções	**Perdas (MW)**	**Tempo (s)**	**Nº de nós explorados**
best-bound	13,61	0,307	3
best-guess	13,61	3,464	3
breadth-first	13,61	0,657	3
depth-first	13,61	0,636	3
dynamic	13,61	0,325	3
dfs-dive	13,61	0,440	3
dive	13,61	0,412	3
probed-dive	13,61	0,755	3
top-node	13,61	0,403	3
most-fractional	13,61	0,678	5
nlp-strong-branching	13,61	0,542	3
osi-simple	13,61	0,487	3
qp-strong-branching	13,61	0,431	3
random	13,61	0,314	4

5.2. Sistema Elétrico IEEE 30 barras

O sistema elétrico IEEE 30 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 5 barras de controle de reativo;
- 24 barras de carga;
- 41 linhas de transmissão;
- 4 transformadores com *tap* variável;
- 2 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 30 barras possui as seguintes características:

- 53 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 70 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 59 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 6 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (6,9), (6,10), (4,12) e (28,27) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 10 e na 24.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,01; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* [Ghasemi, 2015]. Considerou-se que o banco de capacitores *shunt* da barra 10 é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de três capacitores: 5 MVAr, 15 MVAr e 19 MVAr na tensão nominal e que o banco de capacitores *shunt* da barra 24 é um regulador de tensão formado pela associação em paralelo de dois capacitores: 4 MVAr e 5 MVAr na tensão nominal [Lage, 2013]. Desta forma, considerou-se que os valores discretos que os *shunts* podem assumir são dadas por todas as combinações simples possíveis entre estes capacitores, ou seja:

$$b_{10}^{sh} \in \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\}pu,$$
$$b_{24}^{sh} \in \{0; 0,04; 0,05; 0,09\}pu.$$

Na tabela 2, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 30 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

Tabela 2: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 30 barras

Opções	**Perdas (MW)**	**Tempo (s)**	**Nº de nós explorados**
best-bound	17,89	0,902	15
best-guess	17,89	0,929	15
breadth-first	17,89	1,015	15
depth-first	17,89	0,995	15
dynamic	17,89	0,991	15
dfs-dive	18,01	0,984	11
dive	17,89	0,670	11
probed-dive	17,89	0,853	15
top-node	17,89	0,821	15
most-fractional	17,89	0,613	11
nlp-strong-branching	17,89	0,892	15
osi-simple	17,89	0,456	7
qp-strong-branching	17,89	0,606	15
random	17,89	0,740	18

5.3. Sistema Elétrico IEEE 118 barras

O sistema elétrico IEEE 118 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 53 barras de controle de reativo;
- 64 barras de carga;
- 186 linhas de transmissão;
- 9 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 118 barras possui as seguintes características:

- 182 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 360 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 235 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 23 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (8,5), (26,25), (30,17), (38,37),(63,59), (64,61), (65,66), (68,69) e (81,80) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 5, 34, 37, 44, 45, 46, 48, 74, 79, 82, 83, 105, 107 e 110.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,95 e 1,05 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,1; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* [Zhao e Cao, 2005]. Considerou-se que os bancos de capacitores e de reatores *shunt* devem pertencer aos conjuntos:

$$
\begin{gathered}
b_5^{sh} \in \{-0,40;0\},\\
b_k^{sh} \in \{0;0,06;0,07;0,13;0,14;0,2\}, \forall k \in \{34,107,110\},\\
b_{37}^{sh} \in \{-0,25;0\},\\
b_k^{sh} \in \{0;0,01\}, \forall k \in \{44,45,46\},\\
b_{48}^{sh} \in \{0;0,15\},\\
b_{74}^{sh} \in \{0;0,08;0,12;0,2\},\\
b_k^{sh} \in \{0;0,01;0,02\}, \forall k \in \{79,82,46,105\}.
\end{gathered}
$$

Na tabela 3, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 118 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

Tabela 3: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 118 barras

Opções	Perdas (MW)	Tempo (s)	Nº de nós explorados
best-bound	122,67	5,629	21
best-guess	122,67	5,680	21
breadth-first	122,67	5,653	21
depth-first	122,67	5,759	21
dynamic	122,68	5,435	18
dfs-dive	122,68	6,669	37
dive	122,67	5,034	12
probed-dive	122,67	5,601	21
top-node	122,67	5,710	21
most-fractional	122,67	1,587	18
nlp-strong-branching	122,67	5,788	21
osi-simple	122,67	4,118	20
qp-strong-branching	122,67	3,490	25
random	122,67	1,787	19

5.4. Sistema Elétrico IEEE 300 barras

O sistema elétrico IEEE 300 barras tem os seguintes elementos:

- 1 barra de geração (barra *slack*);
- 68 barras de controle de reativo;
- 231 barras de carga;
- 409 linhas de transmissão;
- 50 transformadores com *tap* variável;
- 14 bancos de capacitores e de reatores *shunt* variáveis.

O modelo matemático para o problema de FPOR para o sistema elétrico IEEE 300 barras possui as seguintes características:

- 530 restrições de igualdade, que representam os balanços de potência ativa e reativa das barras do sistema;
- 836 restrições de desigualdade, que representam os limites mínimos e máximos da geração de potência reativa injetada nas barras de controle reativo e a canalização das variáveis magnitudes de tensão nas barras;
- 599 variáveis contínuas, que representam as magnitudes e os ângulos de tensão nas barras;
- 64 variáveis de controle discretas, que representam os *taps* dos transformadores entre as linhas (31,266), (266,271), (266,273), (270,293), (3,1), (3,2), (3,4), (7,5), (7,6), (10,11), (15,17), (16,15), (23,22), (30,29), (39,38), (39,40), (54,53), (55,56), (61,62), (68,73), (70,81), (71,83), (72,78), (93,186), (100,94), (101,136), (109, 110), (109,129), (120,153), (121,154), (122,123), (122,127), (124,159), (132,162), (138,96), (142,116), (143,134), (161,118), (168, 189), (172,175), (174,191), (179,227), (180,57), (181,190), (183,246), (190,191), (197,198), (202,203), (98,243) e (99,244) e os bancos de capacitores e de reatores *shunt* nas barras 96, 99, 133, 143, 145, 152, 158, 169, 210, 217, 219, 227, 268 e 283.

Na modelagem considerou-se que a magnitude de tensão nas barras tem como limites mínimos e máximos 0,9 e 1,1 *pu*, respectivamente. As variáveis de controle discretas *taps* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto {0,90; 0,91; 0,92; 0,93; 0,94; 0,95; 0,96; 0,97; 0,98; 0,99; 1; 1,1; 1,02; 1,03; 1,04; 1,05; 1,06; 1,07; 1,08; 1,09; 1,1} *pu*, isto é, o tamanho do passo entre dois valores consecutivos dos *taps* dos transformadores deve ser de 0,01 *pu* [Zhao e Cao, 2005]. Considerou-se que os bancos de capacitores e de reatores *shunt* devem pertencer aos conjuntos:

$$
\begin{gathered}
b_{96}^{sh} \in \{0; 2; 3,5; 4,5\}, \\
b_k^{sh} \in \{0; 0,25; 0,44; 0,59\}, \forall k \in \{99, 152, 158, 227\}, \\
b_{133}^{sh} \in \{0; 0,19; 0,34; 0,39\}, \\
b_k^{sh} \in \{-4,5; 0\}, \forall k \in \{143, 145, 210, 217\}, \\
b_{169}^{sh} \in \{-2,5; 0\}, \\
b_{219}^{sh} \in \{-1,5; 0\}, \\
b_k^{sh} \in \{0; 0,15; 0,02\}, \forall k \in \{268, 283\}.
\end{gathered}
$$

Na tabela 4, seguem os resultados obtidos nos testes com o sistema elétrico IEEE 300 barras. Estão listadas as opções testadas no *solver* BONMIN para escolha de nós a serem explorados e escolha de variáveis para ramificação, os valores obtidos para a função objetivo, o tempo de resolução do *solver* e o número de nós explorados.

Tabela 4: Resultados numéricos. Sistema elétrico IEEE 300 barras

Opções	**Perdas (MW)**	**Tempo (s)**	**N° de nós explorados**
best-bound	348,31	61,251	84
best-guess	348,31	62,347	84
breadth-first	348,31	63,013	84
depth-first	348,31	62,575	84
dynamic	348,58	53,558	68
dfs-dive	348,34	297,186	865
dive	348,31	52,381	43
probed-dive	348,31	71,288	84
top-node	348,31	151,446	244
most-fractional	348,46	23,624	70
nlp-strong-branching	348,31	72,071	84
osi-simple	348,46	26,682	70
qp-strong-branching	348,31	50,067	84
random	348,45	27,018	86

6. Considerações Finais e Perspectivas Futuras

O problema de FPOR é considerado um problema de difícil resolução ao ser modelado como um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM). Neste trabalho, o problema de FPOR foi resolvido pelo método *Branch-and-Bound*, utilizando o algoritmo B-BB disponível no solver BONMIN para analisar a eficiência e competitividade deste método.

Todas as estratégias de escolhas de nós a serem explorados e variáveis para ramificação testadas deste algoritmo se mostraram eficientes na resolução do problema de FPOR e convergiram para o mesmo resultado em todos os sistemas. Dentre estas estratégias, destaca-se a eficiência, nos testes com o sistema elétrico IEEE 300 barras, da estratégia *qp-strong-branching* de seleção de variáveis para ramificação. Esta opção executa ramificações com aproximações baseadas em programação quadrática. Nos testes com o sistema elétrico IEEE 300 barras, esta foi a estratégia que obteve valor de 348,31MW para a função objetivo na solução em menor tempo computacional.

A principal diferença entre as estratégias testadas diz respeito ao tempo de resolução e a quantidade de nós explorados. As diferenças significativas foram notadas nos testes com o sistema IEEE 300 barras, em que a diferença entre o maior tempo de resolução obtido e o menor tempo, e a diferença entre a maior quantidade de nós explorados e a menor foi de, aproximadamente, 92,05%. Esta discrepância é devida, majoritariamente, ao fato de que o problema de FPOR é um problema não-convexo e os subproblemas da árvore B&B são resolvidos por métodos de otimização contínua para problemas convexos, obtendo assim ótimos locais para estes subproblemas, podendo não fornecer bons limitantes, o que faz com que mais nós sejam explorados no método B&B, obtendo-se assim tempo computacional alto de resolução.

Foi realizada uma comparação entre os valores assumidos pela função objetivo do problema de FPOR quando as variáveis de controle deste problema são consideradas discretas e quando estas são consideradas contínuas. Observou-se que a diferença entre os dois casos foi de, aproximadamente, 0,07%, 0,22%, 0,57% e 2% para sistemas elétricos IEEE 14, 30, 118 e 300 barras, respectivamente, o que comprova a qualidade das soluções discretas obtidas. O problema contínuo foi resolvido pelo *solver* IPOPT e os tempos computacionais de resolução foram 1,553 s, 0,454 s, 2,378 s e 25,277 s, respectivamente.

A resolução do problema de FPOR com variáveis discretas fornece um nível de tensão do sistema real, garantindo melhor qualidade no fornecimento de energia elétrica aos consumidores.

Futuramente, outras opções disponíveis no *solver* BONMIN serão investigadas e testadas com o objetivo de se obter soluções de boa qualidade em baixo tempo computacional. Além disso, testes com o *solver* gratuito COUENNE, que também disponibiliza o método *Branch-and-Bound*, serão realizados.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP (processo $2016/06756 - 8$) pela bolsa de iniciação científica, CAPES e CNPq (processo $428740/2016 - 2$).

Referências

Alrashidi, M. e El-Hawary, M. (2007). Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete opf problem considering the valve loading effects. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 22:2030–2038.

Bonami, P. (2008). *An algorithmic framework for convex mixed integer nonlinear programs.* Discrete Optimization.

Bonami, P. e Lee, J. (2011). *BONMIN Users' Manual.* COIN-OR.

Carpentier, J. (1962). *Contribution a l'etude du dispatching economique.* Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens.

Ghasemi, M. e. a. (2015). Solving optimal reactive power dispatch problem using a novel teaching–learning-based optimization algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 39:100–108.

Gupta, H. K. e Ravindran, A. (1985). *Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. Management science.* INFORMS.

Lage, G. G. (2013). O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo.

Lima, F. G. d. M. (2000). Fluxo de potência ótimo paramétrico. Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas.

Papalexopoulos, C. F., A. D.; Imparato e Wu, F. F. (1989). Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 4: 748–759.

Silva, D. P. (2016). Funções penalidade para o tratamento das variáveis discretas do problema de fluxo de potência Ótimo reativo. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista ”Júlio de Mesquita Filho”.

Soler, E. M. A. E. N. e Costa, G. R. d. (2013). Penalty-based nonlinear solver for optimal reactive power dispatch with discrete controls. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 28:2174–2182.

Zhao, C., B.; Guo e Cao, Y. (2005). A multiagent-based particle swarm optimization approach for optimal reactive power dispatch. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20:1070–1078.