Conhecimento Incerto
Introdução

Profa. Josiane M. P. Ferreira

Texto base:
David Poole, Alan Mackworth e Randy Goebel - "*Computational Intelligence – A logical approach*" – cap10.

Stuart Russel e Peter Norving - "Inteligência Artificial" - cap 13.

setembro/2008

Usando conhecimento incerto

- Agentes **não** tem conhecimento completo sobre o mundo.
- Agentes necessitam fazer decisões baseadas na incerteza deles sobre o mundo.
- Supor como o mundo é não é o bastante.
  - <u>Exemplo</u>: colocar o sinto de segurança.
- Um agente necessita raciocinar sobre esta incerteza.
- Quando um agente faz um ação sobre incerteza ele está apostando no resultado => probabilidade.

Probabilidade

- Probabilidade é a medida de crença de um agente em alguma proposição – **probabilidade subjetiva**.
- Exemplo: A probabilidade de um pássaro voar é medida de crença do agente na habilidade de voar de um indivíduo, baseado somente no conhecimento de que o indivíduo é um pássaro.
  - Outros agentes podem ter diferentes probabilidades.
    - Eles podem ter tido diferentes experiências com pássaros ou diferentes conhecimentos sobre este pássaro em particular.
  - A crença de uma agente na habilidade de um pássaro voar é afetada pelo que o agente conhece sobre aquele pássaro.

Probabilidade subjetiva

- Ao invés de usar probabilidade como uma medida sobre uma população (ou seqüência de eventos)
- A probabilidade de um agente pode ser vista como uma medida sobre todos os mundos que são possíveis dado o conhecimento do agente sobre uma situação particular
  - Em cada mundo possível, ou o pássaro voa ou não voa
- Por esta razão agentes diferentes podem ter probabilidades diferentes para a mesma questão
  - O agente necessita da teoria da probabilidade porque ele não sabe em qual dos mundos possíveis ele está
- **Subjetivo** neste contexto não significa arbitrário, mas "pertencente ao assunto"

Probabilidade subjetiva – exemplo

- Três agentes: *A*, *B* e *C* e um *dado* que foi lançado.
- Supõe que *A* observa que o resultado é “6” e conta a *B* que o resultado é par, mas *C* não sabe de nada.
- Neste caso:
  - *A* tem uma probabilidade = 1 do resultado ser “6”.
  - ***B* tem uma probabilidade = 1/3 do resultado ser “6”.**
  - ***C* tem uma probabilidade = 1/6 do resultado ser “6”.**
- Eles têm diferentes probabilidades porque têm diferentes conhecimentos sobre a mesma situação.

Medidas de crença numéricas

- A teoria da probabilidade pode ser definida como o estudo de como o conhecimento afeta a crença.
- A crença em uma proposição, *f*, pode ser medida em termos de um número entre 0 e 1 – esta é a **probabilidade de *f***.
  - A probabilidade *f* = 0 significa que acredita-se que *f* seja definitivamente falsa.
  - A probabilidade *f* = 1 significa que acredita-se que *f* seja definitivamente verdadeira.
  - Usar 0 e 1 é puramente uma convenção.
- *f* ter uma probabilidade entre 0 e 1 **não** significa que *f* é verdadeira em algum grau, mas que o agente é ignorante sobre o seu valor verdade.
  - Probabilidade é uma medida da ignorância do agente.

Variáveis randômicas (ou aleatória)

- Uma **variável randômica** é um termo na linguagem que pode assumir uma quantidade de valores diferentes.
  - São chamadas randômicas porque tipicamente os agentes não conhecem o valor das variáveis.
  - Assim, podemos nos referir a variáveis mesmo que não saibamos seus valores.
- O **domínio** de uma variável *X*, escrito como *dom*(*X*), é o conjunto de valores que *X* pode assumir.
  - Os elementos do domínio de *X* são exclusivos e exaustivos.
  - Exemplo: a variável *Cárie* tem como domínio (*true*, *false*).
  - De acordo com o domínio, uma variável randômica pode ser **booleana, discreta ou contínua**.

Tipos de variáveis randômicas

- **Booleanas**: tem o domínio <*true, false*>.
  - Normalmente *Cárie* = *true* é escrito somente *cárie* e *Cárie* = *false* como *~cárie*
  - *P*(*carie*) é probabilidade de *Cárie* = *true.*
- **Discretas**: admitem valores de um domínio *enumerável*.
  - Exemplo: a variável *Tempo* pode ter um domínio como *dom(ensolarado, chuvoso, nevoento, nublado)*
- **Contínuas**: assumem valores a partir dos números reais.
  - O domínio pode ser a linha real inteira ou um intervalo como [0, 1].
  - Exemplo*:*
    - A afirmação *PreçoDoLeite*=1,18 afirma que a variável randômica *PreçoDoLeite* tem o valor exato 1,18.
    - *P*(*PreçoDoLeite=1,18*) é a probabilidade do preço do leite ser exatamente 1,18.

Variáveis randômicas complexas

- Sejam $X_1, \ldots, X_n$ *variáveis randômicas.*
- Uma tupla de variáveis randômicas $\langle X_1, \ldots, X_n \rangle$ é uma **variável randômica complexa**.
- O domínio da variável randômica complexa é o produto cartesiano dos domínio de seus componentes:
  - $dom(\langle X_1, \ldots, X_n \rangle) = dom(X_1) \times \ldots \times dom(X_n)$.
  - A tupla sempre é escrita como $\langle X_1, \ldots, X_n \rangle$.
- Uma **proposição** é uma fórmula booleana feita das associações de valores a variáveis.

Variáveis randômicas complexas - exemplo

- Suponha um sistema de diagnóstico médico onde existem *n* possíveis doenças que o paciente pode ter ou não.
- A variável randômica que representa o estado do paciente associa uma das 2^n doenças complexas ao paciente.
  - $EstadoPaciente = \langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle False, False, False \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle True, False, False \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle False, True, False \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle True, True, False \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle False, False, True \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle True, False, True \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle False, True, True \rangle$
  - $\langle Gripe, Dengue, Meningite \rangle = \langle True, True, True \rangle$

Semântica dos mundos possíveis

- Um **mundo possível** é uma associação de exatamente um valor para cada variável randômica.
- Seja Ω o conjunto de todos os mundo possíveis.
- Se $w \in \Omega$ e f é uma fórmula, f é verdadeiro em w (escrito como $w \models f$) é definido como:
  - $w \models X = x$ se w associa o valor x para a variável X.
  - $w \models f \wedge g$ se $w \models f$ e $w \models g$.
  - $w \models f \vee g$ se $w \models f$ ou $w \models g$ (ou ambos).
  - $w \models \neg f$ se $w \not\models f$.

Semântica de probabilidade: caso finito

- Para um número finito de mundos possíveis:
  - Define uma medida não negativa $\mu(w)$ para mundo possível w de forma que a soma das medidas dos mundos possíveis seja 1.
    - A medida especifica quanto o agente pensa que o mundo w é semelhante ao mundo real.
  - A **probabilidade da proposição *f*** é definida pela soma das medidas dos mundos possíveis nos quais *f* é verdadeira:

$$P(f) = \sum_{w \models f} \mu(w)$$

Axiomas de probabilidade: caso finito

- Quatro axiomas definem o que segue de um conjunto de probabilidades:
  - **Axioma 1**: $P(f) = P(g)$ se $f \leftrightarrow g$ é uma tautologia.
    - Isto é, se *f* e *g* são logicamente equivalentes, elas tem a mesma probabilidade.
  - **Axioma 2**: $0 \leq P(f)$ para qualquer fórmula *f*.
  - **Axioma 3**: $P(\tau) = 1$ se τ é uma tautologia.
  - **Axioma 4**: $P(f \vee g) = P(f) + P(g)$ se $\neg(f \wedge g)$ é uma tautologia.
    - *f* e *g* são mutuamente exclusivos.
    - A probabilidade da disjunção pode ser calculada pela soma da probabilidade dos disjuntos.
- Estes axiomas são corretos e completos com respeito à semântica.

Axiomas de probabilidade: caso finito

- Negação de uma proposição:
  - $P(\neg f) = 1 - P(f)$.
- Raciocinando por casos:
  - $P(f) = P(f \wedge g) + P(f \wedge \neg g)$ => g tem os valores verdadeiro ou falso.
  - É a **probabilidade marginal de *f*** (ou marginalização de f).
- Se v é uma variável randômica com domínio D, então para todas as fórmulas f,

$$P(f) = \sum_{d \in D} P(f \wedge v = d).$$

  - Marginalização de f.
- Disjunção para disjuntos não exclusivos:
  - $P(f \vee g) = P(f) + P(g) - P(f \wedge g)$.

Distribuição de probabilidade

- A **distribuição de probabilidade** sobre uma variável randômica X é uma função $dom(X) \rightarrow [0, 1]$
  - É a probabilidade para todos os valores que X pode assumir (domínio).
  - Exemplo: suponha a variável randômica *Tempo*. A distribuição de probabilidade para tempo $P(Tempo)$ *é:*
    - $P(Tempo=ensolarado) = 0{,}7$
    - $P(Tempo=nublado) = 0{,}08$
    - $P(Tempo=chuvoso) = 0{,}2$
    - $P(Tempo=nevoento) = 0{,}02$

$$P(Tempo = ensolarado) = \sum_{w \models (Tempo = ensolarado)} \mu(w)$$

- Isto também inclui o caso onde temos tuplas de variáveis (distribuição de probabilidade conjunta).
  - Por exemplo: $P(X, Y, Z)$ significa $P(\langle X, Y, Z \rangle)$.

Distribuição de probabilidade Conjunta

- *Exemplo: P(Tempo, Carie)*

  P(Tempo=ensolarado, carie) = 0,3 *P(Tempo=ensolarado, ~carie) = 0,2*

  P(Tempo=chuvoso, carie) = 0,06 *P(Tempo=chuvoso, ~carie) = 0,04*

  P(Tempo=nublado, carie) = 0,1 *P(Tempo=nublado, ~carie) = 0,2*

  P(Tempo=nevoento, carie) = 0,04 *P(Tempo=nevoento, ~carie) = 0,06*

Distribuição de Probabilidade Conjunta (Tempo e Cárie)					
		Tempo			
		Ensolarado	Chuvoso	Nublado	Nevoento
Cárie	VERDADEIRO	0,3	0,06	0,1	0,04
	FALSO	0,2	0,04	0,2	0,06

Exercícios:
Calcule as seguintes probabilidades

- Sabendo-se que P(*Tempo*, *Carie*)

P(Tempo=ensolarado, carie) = 0,3
P(Tempo=chuvoso, carie) = 0,06
P(Tempo=nublado, carie) = 0,1
P(Tempo=nevoento, carie) = 0,04
P(Tempo=ensolarado, ~carie) = 0,2
P(Tempo=chuvoso, ~carie) = 0,04
P(Tempo=nublado, ~carie) = 0,2
P(Tempo=nevoento, ~carie) = 0,06

- Calcule:
  - P(*Tempo=chuvoso*)
  - P(*carie*)
  - P(*~carie*)
  - P(*Tempo=nublado* $\wedge$ *carie*)
  - P(*Tempo=nublado* $\vee$ *carie*)

$$P(f) = \sum_{d \in D} P(f \wedge v = d)$$

$$P(f) = P(f \wedge g) + P(f \wedge \neg g)$$

Condicionamento

- **Probabilidade condicional** especifica como revisar crenças baseadas em uma nova informação.
- O agente constrói um modelo de probabilidade levando em consideração toda a informação passada ***h***.
  - Isto lhe dá a **probabilidade a priori** ***P*(*h*).**
- Qualquer outra informação deve ser condicionada sobre *h*.
- Se a **evidência** ***e*** é a informação obtida subseqüentemente a ***h***, a **probabilidade condicional** *P* de *h* dado *e* ($P(h|e)$) é a **probabilidade posterior** de *h*.
  - A fórmula *e* representa a conjunção de todas as observações de mundo de agente.

Condicionamento – exemplo

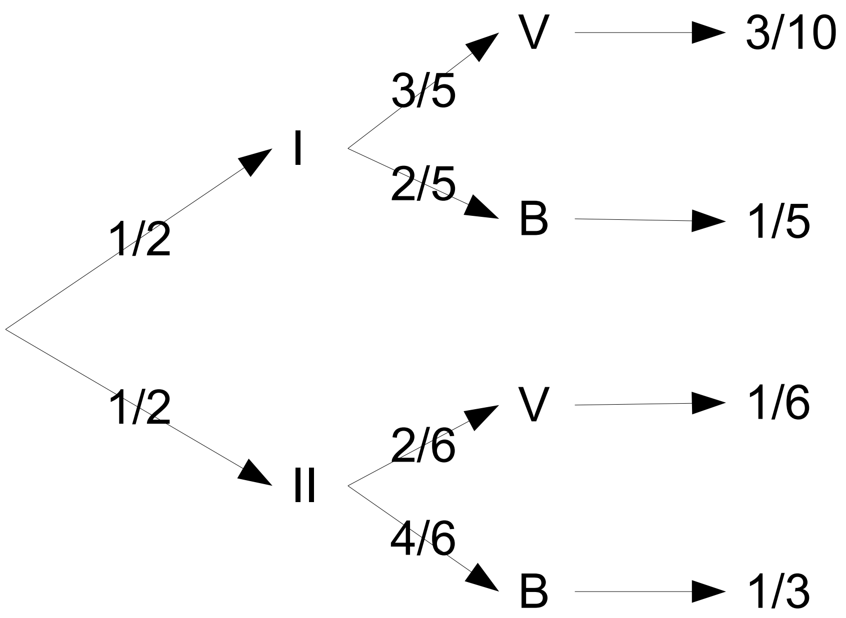
- Assistente de diagnóstico:
  - Os sintomas do paciente serão as evidências.
  - As distribuições de probabilidade sobre as possíveis doenças são usadas antes do sistema ver ou conhecer qualquer coisa sobre o paciente.
    - Exemplo: $P(meningite) = 0{,}02$.
- A distribuição de probabilidade posterior é a probabilidade que o sistema usa depois de ter conseguido alguma evidência.
  - A probabilidade posterior é a medida do conhecimento do sistema.
    - Exemplo: $P(meningite \mid rigidezPescoço) = 0{,}28$.
  - Quando surgirem observações de sintomas, ou resultados de exames, o sistema pode mudar a probabilidade posterior para refletir a nova evidência.
    - Exemplo: $P(meningite \mid rigidezPescoço \wedge f7ebre) = 0{,}35$.

Condicionamento x conjunção

- Exemplo:
  - Uma urna (I) contém 2 bolas brancas (B) e 3 vermelhas (V)
  - Uma segunda urna (II) contém 4 bolas brancas (B) e 2 vermelhas (V)
  - Escolhe-se ao acaso uma urna e retira-se dela, também ao acaso, uma bola.
  - Qual a probabilidade da bola ser branca?
  - $P(B) = P(I).P(B|I) + P(II).P(B|II)$
  - Suponha que a escolha das urnas é equiprovável
    - $P(I) = 1/2$ e $P(II) = 1/2$
  - $P(B|I) = 2/5$ e $P(B|II) = 4/6$
  - Então $P(B) = (1/2 * 2/5) + (1/2 * 4/6) = 8/15$

Condicionamento x conjunção

- Árvore de probabilidades para o exemplo das bolas e urnas:



- $P(V \wedge I) = 3/10$
- $P(B \wedge I) = 1/5$
- $P(V \wedge II) = 1/6$
- $P(B \wedge II) = 1/3$

- $P(V|I) = 3/5$
- $P(B|I) = 2/5$
- $P(V|II) = 2/6$
- $P(B|II) = 4/6$

Condicionamento x implicação

- $P(f \mid e) \neq P(e \rightarrow f)$
- $P(e \rightarrow f) = P(\sim e \vee f)$
- Suponha um domínio onde pássaros são relativamente raros e pássaros que não voam são uma pequena proporção destes.
  - $P(\sim voa \mid pássaro)$ seria a proporção de pássaros que não voam, que seria baixa.
  - $P(pássaro \rightarrow \sim voa)$ é o mesmo que $P(\sim pássaro \vee \sim voa)$, como os não pássaros são dominantes, seria alta.
  - $P(pássaro \rightarrow voa)$ é o mesmo que $P(\sim pássaro \vee voa)$, como os não pássaros são dominantes, também seria alta.

Semântica da probabilidade condicional

- A evidência *e* descarta os mundos possíveis incompatíveis com *e*.

- A evidência *e* induz a uma nova medida, μ_e, sobre os mundos possíveis.

$$\mu_e = \begin{cases} \dfrac{1}{P(e)} \times \mu(\omega) & se\ \omega \models e \\ 0 & se\ \omega \not\models e \end{cases}$$

- A probabilidade condicional da fórmula *h* dado a evidência *e* é

$$P(h \mid e) = \sum_{\omega \models h} \mu_e(w)$$

$$P(h \mid e) = \frac{1}{P(e)} \times \sum_{\omega \models h \wedge e} \mu(w)$$

$$P(h \mid e) = \frac{P(h \wedge e)}{P(e)}$$

Exercícios:
Calcule as seguintes probabilidades

- *P*(*cárie*)
- *P*(~*cárie*)
- *P*(*cárie* | *dorDeDente*)
- *P*(*cárie* | ~*dorDeDente*)
- *P*(~*cárie* | ~*dorDeDente*)

	dorDeDente		***~dorDeDente***	
	boticão	***~boticao***	***boticão***	***~boticao***
cárie	0,108	0,012	0,072	0,008
~cárie	0,016	0,064	0,144	0,576

Propriedades da probabilidade condicional

- Regra da cadeia:

$$\begin{aligned}
& P(f_1 \wedge f_2 \wedge \ldots \wedge f_n) \\
&= P(f_1) \times P(f_2|f_1) \times P(f_3|f_1 \wedge f_2) \\
&\quad \times \cdots \times P(f_n|f_1 \wedge \cdots \wedge f_{n-1}) \\
&= \prod_{i=1}^{n} P(f_i|f_1 \wedge \cdots \wedge f_{i-1})
\end{aligned}$$

Teorema de Bayes

- Nos diz com modificar a crença em *h* dado que uma evidência *e* é acumulada ao conhecimento *k* do agente.
- Da regra da cadeia e da comutatividade da conjunção ($h \wedge e$ é equivalente a $e \wedge h$) temos:

$$P(h \wedge e) = P(h \mid e) \times P(e)$$

$$P(h \wedge e) = P(e \mid h) \times P(h)$$

$$P(h \mid e) \times P(e) = P(e \mid h) \times P(h)$$

$$P(h \mid e) = \frac{P(e \mid h) \times P(h)}{P(e)}$$

- Este é o **Teorema de Bayes**.

Teorema de Bayes

- A aplicação do Teorema de Bayes normalmente omite o conhecimento anterior do agente *k*:

$$P(h \mid e \wedge k) = \frac{P(e \mid h \wedge k) \times P(h \mid k)}{P(e \mid k)}$$

$$P(h \mid e) = \frac{P(e \mid h) \times P(h)}{P(e)}$$

Teorema de Bayes - Exemplo

- Um médico sabe que:
  - Meningite faz o paciente ter rigidez no pescoço durante 50% do tempo
    - P(*r* | *m*) = 0,5.
  - A probabilidade a priori de um paciente ter meningite é 1/50000
    - P(*m*) = 1/50.000.
  - A probabilidade a priori de um paciente ter rigidez no pescoço é 1/20
    - P(*r*) = 1/20.
- Vamos determinar a probabilidade de um paciente que tem rigidez no pescoço, ter meningite:
  - P(*m* | *r*) = P(*r* | *m*)P(*m*) / P(*r*) = (0,5 x 1/50.000) / (1/20) = 0,0002.
  - Ou seja, esperamos que apenas 1 paciente em 5.000 com rigidez no pescoço tenha meningite.

Aplicação do Teorema de Bayes

- Por que a probabilidade condicional pode estar disponível em um sentido, mas não em outro? => P(*r* | *m*) e não P(*m* | *r*)?
- Talvez o médico tenha informações quantitativas no sentido do **diagnóstico** de sintomas para causas.
- O conhecimento de diagnóstico freqüentemente é mais frágil que o conhecimento causal.
  - Exemplo: Se houver um epidemia de meningite:
    - A probabilidade incondicional de meningite, P(*m*), crescerá.
    - Então calculando P(*m*|*r*) a partir da regra de Bayes, esta deve subir proporcionalmente a P(*m*).
    - As informações causais P(*r* | *m*) **não** serão afetadas, pois refletem o modo como a meningite atua.

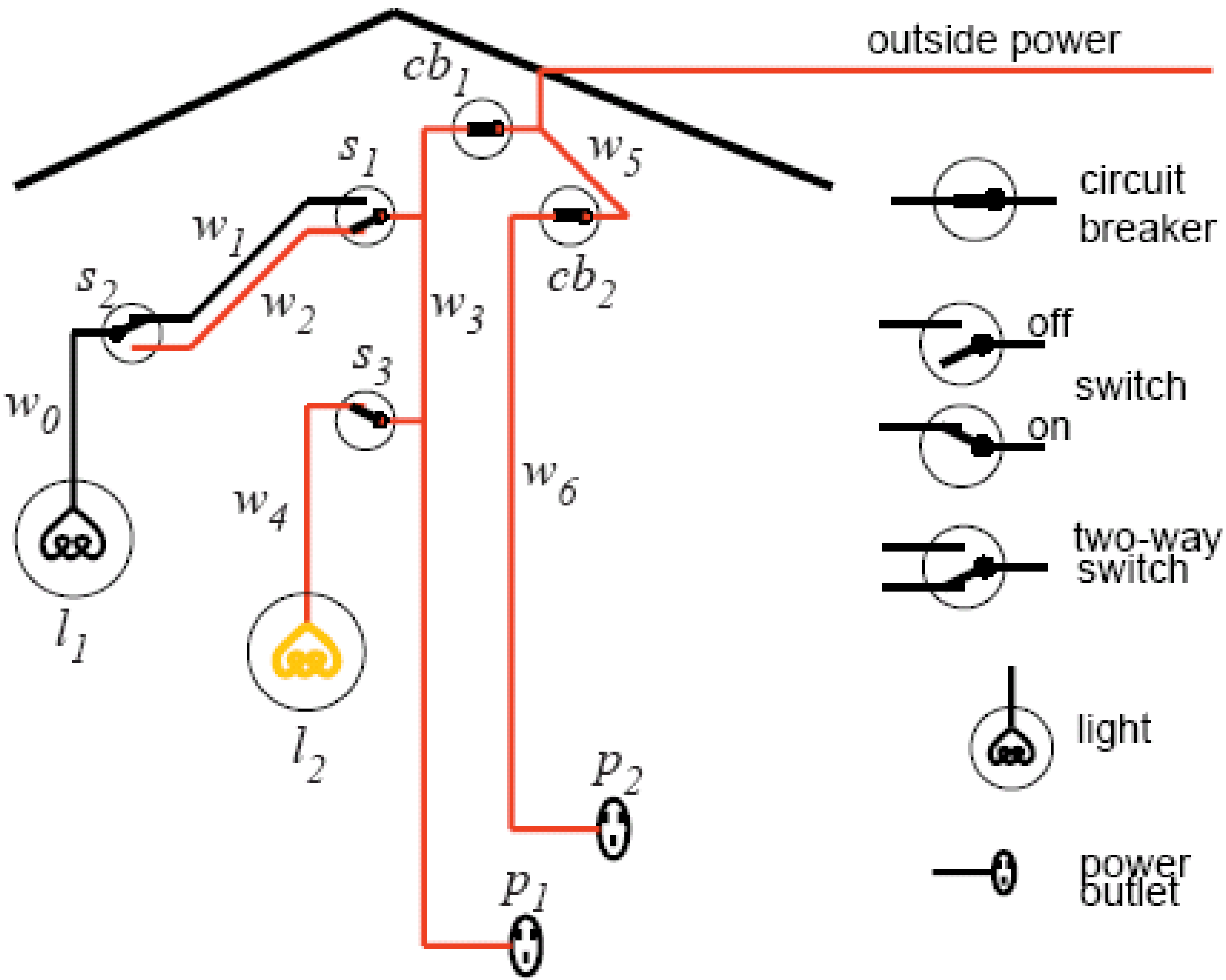
Quando o teorema de Bayes é interessante?

- Sempre que temos conhecimento causal:
  - *P*(*sintoma* | *doença*)
  - *P*(*luz está desligada* | *estado das chaves e posições das chaves*)
  - *P*(*alarme* | *fogo*)
- E queremos raciocinar sobre a evidência:
  - *P*(*doença* | *sintoma*)
  - *P*(*estado das chaves* | *luz está desligada e posição das chaves*)
  - *P*(*fogo* | *alarme*).

Teorema de Bayes - Exemplo

- Supõe que temos a informação sobre a confiabilidade dos alarmes para fogo.
  - *P*(*alarme* | *fogo*) – probabilidade que o alarme dispare dados que existe fogo.
  - *P*(*fogo*) – probabilidade de fogo dado nenhuma outra informação (ex. baseado em quanto o prédio foi construído à prova de fogo).
  - *P*(*alarme*) – probabilidade do alarme soar, dado nenhuma outra informação.
- Supõe que queremos saber a probabilidade de existir fogo dado que o alarme soou – aplicamos o teorema de Bayes:
  - $P(fogo \mid alarme) = (P(alarme \mid fogo) \times P(fogo)) / P(alarme)$

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico



Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- Supõe que um assistente de diagnóstico está interessado em diagnosticar o *switch s1.*
- Supõe que o estado de *s1* seja representado pela variável *s1_st*, para a qual temos o domínio {*ok, upside_down, short, intermittent, broken*}.
- Supõe que já temos o conhecimento de que *w3* tem energia (*live*) e que *s1* está para baixo (*down*).
  - $(s1\_pos = down \wedge live(w3)) = k$
- As probabilidades abaixo especificam como *s1* trabalha com a situação acima:
  - $P(live(w2)|k \wedge s1\_st = ok) = 1$
  - $P(live(w2)|k \wedge s1\_st = upside\_down) = 0$
  - $P(live(w2)|k \wedge s1\_st = short) = 1$
  - $P(live(w2)|k \wedge s1\_st = intermittent) = 0{,}5$
  - $P(live(w2)|k \wedge s1\_st = broken) = 0$

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- Supõe que temos as seguintes probabilidades a priori:
  - *P*(*s1_st* = *ok*) = 0,9
  - *P*(*s1_st* = *upside_down*) = 0,02
  - *P*(*s1_st* = *short*) = 0,02
  - *P*(*s1_st* = *intermitent*) = 0,02
  - *P*(*s1_st* = *broken*) = 0,04
- Vamos assumir que estas probabilidades não dependem da posição do *switch s1* ou se *w3* tem energia. Assim, *P*(*s1_st* = *ok* | *k*) = 0,9.
- Supõe que a saída do switch (w2), é observada como sem energia:
  - ~*live*(*w2*)
- Vamos determinar a probabilidade posterior do estado do *switch s1* considerando *k* e a evidência ~*live*(*w2*)

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- $P(s1\_st = ok \mid k \wedge {\sim}live(w2)) = ?$
- $P(s1\_st = upside\_down \mid k \wedge {\sim}live(w2)) = ?$
- $P(s1\_st = short \mid k \wedge {\sim}live(w2)) = ?$
- $P(s1\_st = intermitent \mid k \wedge {\sim}live(w2)) = ?$
- $P(s1\_st = broken \mid k \wedge {\sim}live(w2)) = ?$

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- $P(s1\_st = ok \mid k \wedge \sim live(w2))$
- $= (P(\sim live(w2) \mid s1\_st = ok \wedge k) * P(s1\_st = ok \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - P(live(w2) \mid s1\_st = ok \wedge k)) * P(s1\_st = ok \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - 1 * P(s1\_st = ok \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)) = 0$

- $P(s1\_st = upside\_down \mid k \wedge \sim live(w2))$
- $= P(\sim live(w2) \mid s1\_st = upside\_down \wedge k) * P(s1\_st = upside\_down \mid k) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - (P(live(w2) \mid s1\_st = upside\_down \wedge k)) * P(s1\_st = upside\_down \mid k) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - 0 * 0{,}02) / (P(\sim live(w2) \mid k) = (0{,}02) / (P(\sim live(w2) \mid k))$

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- $P(s1\_st = short \mid k \wedge \sim live(w2))$
- $= (P(\sim live(w2) \mid s1\_st = short \wedge k) * P(s1\_st = short \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - P(live(w2) \mid s1\_st = short \wedge k)) * P(s1\_st = short \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - 1 * P(s1\_st = short \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)) = 0$

- $P(s1\_st = intermittent \mid k \wedge \sim live(w2))$
- $= P(\sim live(w2) \mid s1\_st = intermittent \wedge k) * P(s1\_st = intermittent \mid k) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - (P(live(w2) \mid s1\_st = intermittent \wedge k)) * P(s1\_st = intemittent \mid k) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - 0{,}5 * 0{,}02) / (P(\sim live(w2) \mid k) = (0{,}01) / (P(\sim live(w2) \mid k))$

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- $P(s1\_st = broken \mid k \wedge \sim live(w2))$
- $= (P(\sim live(w2) \mid s1\_st = broken \wedge k) * P(s1\_st = broken \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - P(live(w2) \mid s1\_st = broken \wedge k)) * P(s1\_st = broken \mid k)) / (P(\sim live(w2) \mid k)$
- $= (1 - 0 * 0{,}04) / (P(\sim live(w2) \mid k) = = (0{,}04) / (P(\sim live(w2) \mid k))$

- O denominador $P(\sim live(w2) \mid k)$ pode ser computado somando os numeradores, pois eles relacionam todos os estados possíveis de *s1_st*:

$$
\begin{aligned}
&P(\sim live(w2) \mid k) \\
&= \sum_{s \in D} P(\sim live(w2) \mid k \wedge s1\_st = s) * P(s1\_st = s \mid k) \\
&= 0 + 0{,}02 + 0 + 0{,}01 + 0{,}4 \\
&= 0{,}07
\end{aligned}
$$

- Isto é chamado de **normalização** de uma constante. A soma final de todas as probabilidades posteriores deve somar 1.

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico

- $P(s1\_st = ok \mid k \wedge \sim live(w2)) = 0$
- $P(s1\_st = upside\_down \mid k \wedge \sim live(w2)) = 2/7$
- $P(s1\_st = short \mid k \wedge \sim live(w2)) = 0$
- $P(s1\_st = intermitent \mid k \wedge \sim live(w2)) = 1/7$
- **$P(s1\_st = broken \mid k \wedge \sim live(w2)) = 4/7$**

Independência entre as variáveis

- Os axiomas de probabilidade são fracos
  - Exemplo: Se existem *n* variáveis binárias em um domínio.
    - Existem $2^n -1$diferentes números para serem associados para dar uma distribuição de probabilidade completa para este domínio.
- Para ser capaz de determinar qualquer probabilidade:
  - Temos que começar com um enorme banco de dados de probabilidades condicionais ou probabilidades dos mundos possíveis.
  - Para resolver isso podemos utilizar a idéia de **independência**:
    - O conhecimento na verdade de uma proposição não afeta a crença em outra.
      - O conhecimento na verdade da *cárie* não afeta a crença em *Tempo=chuvoso*.

Independência entre as variáveis

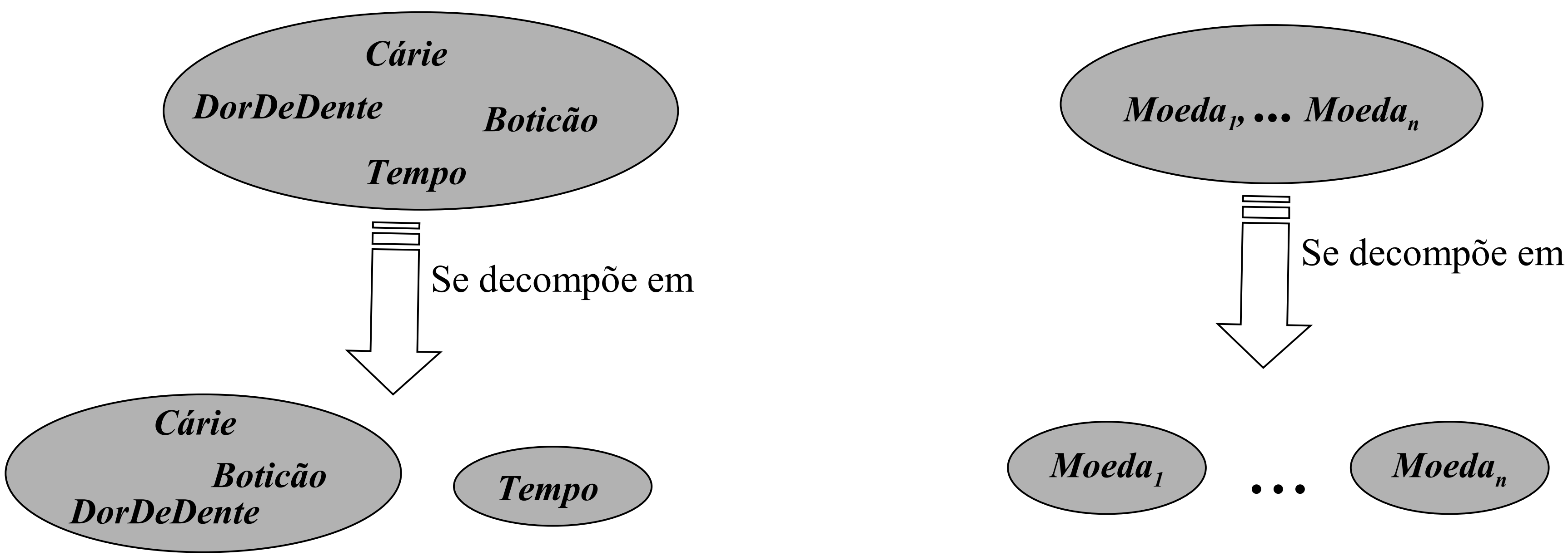
- Suponha um domínio com as variáveis *DorDeDente, Boticão* e *Cárie*
  - A distribuição de probabilidade completa tem 8 valores.
- Suponha que acrescentamos a variável *Tempo* ao domínio.
  - A distribuição de probabilidade completa se torna *P*(*DorDeDente, Boticão, Cárie, Tempo*), que tem 32 entradas.
  - Pode ser representada por 4 tabelas, uma para cada valor de *Tempo*
- Como *P*(*dordedente*, *boticão*, *cárie*, *Tempo*=*nublado*) e P(*dordedente*, *boticão*, *cárie*) estão relacionadas?
  - = *P*(*Tempo*=*nublado* | *dordedente*, *boticão*, *cárie*)
  - = *P*(*Tempo*=*nublado*) *P*(*dordedente, boticão, cárie*)

Independência entre as variáveis

- A distribuição de probabilidade completa *P*(*Dordedente*, *Boticão*, *Cárie*, *Tempo*=*nublado*).
  - E a tabela de 32 entradas pode ser separada em uma de 4 entradas para *Tempo* e outra de 8 para as outras variáveis.
- Isto é chamado de **independência**: o tempo é independente dos problemas dentários de alguém.
- A independência entre as proposições *a* e *b* pode ser escrita como:
  - $P(a \mid b) = P(a)$ ou $P(b \mid a) = P(b)$ ou $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$

Independência

- As asserções de independência em geral se baseiam no conhecimento do domínio.
- Reduzem drasticamente a quantidade de informações necessárias para especificar a distribuição de probabilidade completa.



Independência Condicional

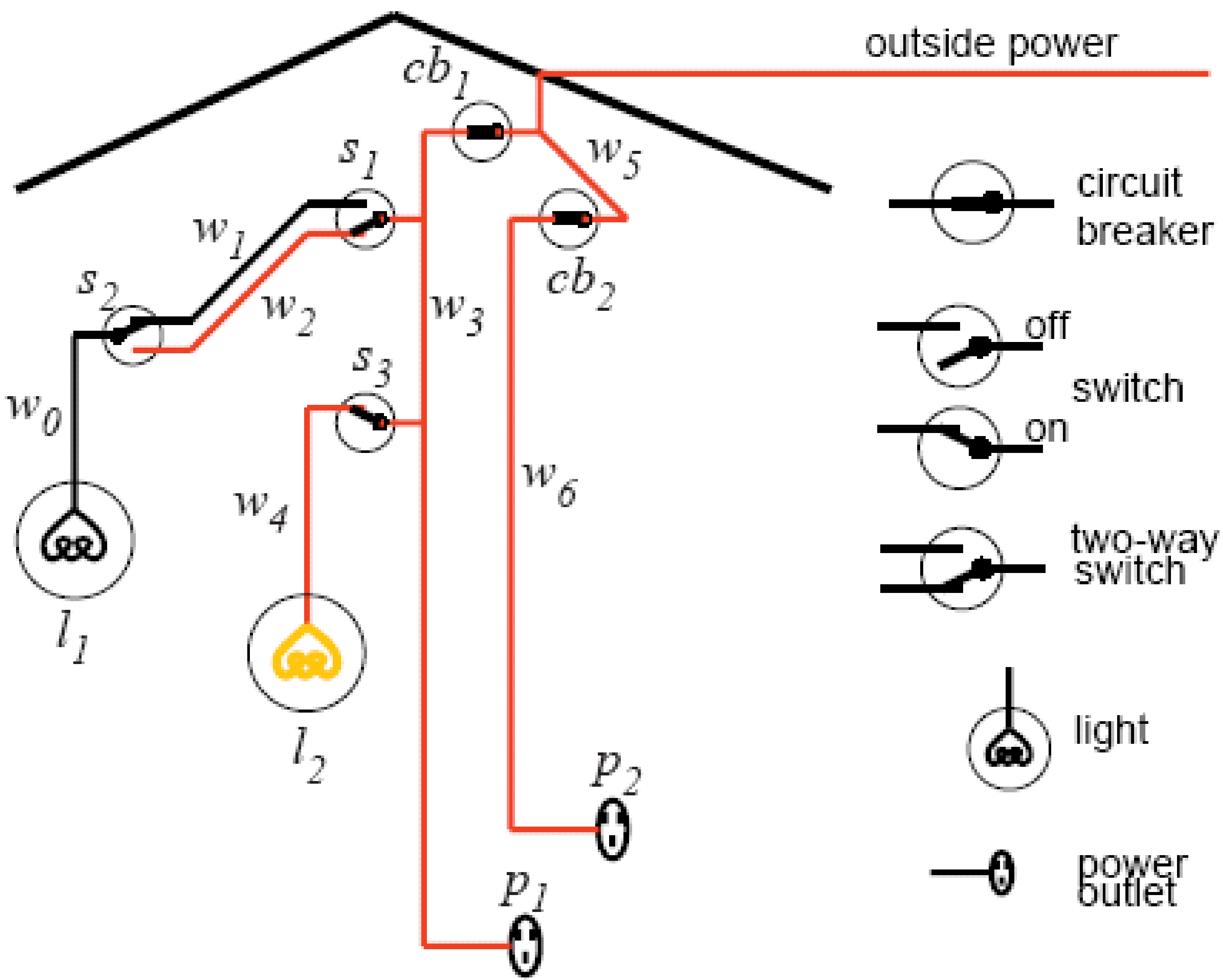
- Acontece quando as variáveis são independentes, **dada** uma (ou um conjunto de) evidência(s).

- Uma variável randômica *X* é independente de uma variável randômica *Y* **dada** uma variável randômica *Z* se, para todo $x_i \in dom(X)$, $y_j \in dom(Y)$ e $z_m \in dom(Z)$,

$$
\begin{aligned}
& P(X = x_i | Y = y_j \wedge Z = z_m) \\
& \quad = P(X = x_i | Y = y_k \wedge Z = z_m) \\
& \quad = P(X = x_i | Z = z_m).
\end{aligned}
$$

- Isto é, o conhecimento dos valores de *Y* não afetam a crença do agente no valor de *X*, dado o valor de *Z*.

Exemplo de domínio
Assistente de diagnóstico



Exemplos de independência condicional

- A identidade da rainha da Inglaterra é independente de se a luz *l1* está acesa dado que existe energia de fora.
- Se existe alguém na sala é independente de se a luz *l2* está acesa dado a posição da chave *s3*.
- Se a luz *l1* está acesa é independente da posição da chave *s2* dado se existe energia no fio *w0*.
- Qualquer outra variável pode ser independente se a luz *l1* está acesa dado se existe energia no fio *w0* e o estado da luz *l1* (se ela está ok ou quebrada).