

Lógica Difusa (*Fuzzy*)

Profa. Josiane M. Pinheiro Ferreira

Baseada em:

- Rezende, Solange Oliveira; **Sistemas inteligentes**. Recope-IA., p.169-201
- <http://www.din.uem.br/ia/intelige/difusa/>
- Marcílio C. P. de Souto; **Lógicas para Inteligência Artificial**

Outubro/2008

Lógica tradicional x Lógica difusa

- Lógica tradicional (Aristóteles)
 - Uma proposição = dois estados possíveis (V ou F)
 - Pode ser insuficiente
 - Não podemos ter valores intermediários
- Lógica fuzzy
 - Dualidade - coexistência de um fato e seu oposto
 - Aquele homem é alto ou baixo?
 - O sim ou não da lógica tradicional pode ser uma resposta incompleta

Histórico

- Conceito de conjunto fuzzy (1965)
 - Zadeh, Universidade da Califórnia – Berkeley
 - Os recursos tecnológicos disponíveis eram incapazes de automatizar as atividades relacionadas a problemas industriais, biológicos ou químicos
- Controle de uma máquina a vapor (1974)
 - Mamdani, Queen College – Londres
 - Serviu de alavanca para muitas outras aplicações

Histórico

- Controle de operação de forno de cimento (1980)
- Criação da Sociedade Internacional de Sistemas Fuzzy (1984)
- 30% dos artigos publicados até hoje são de origem japonesa

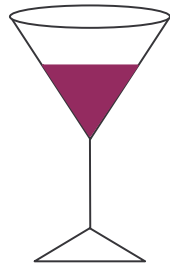
O problema da lógica clássica

- Entre a certeza de ser e a certeza de não ser existem diversos graus de ser
- Lógica fuzzy com base nos conjuntos fuzzy tem se mostrado mais adequada
- **“É capaz de capturar informações vagas, em geral descritas em ling. natural e converte-las para o formato numérico, de fácil manipulação pelos computadores de hoje em dia.”**

Lógica fuzzy

- Método para extrair conclusões baseando-se em informações vagas, ambíguas, qualitativas, incompletas ou imprecisas

- Exemplo:



O quanto a taça está cheia ou não?

- Ela está “meio” cheia? ou
- Ela está “meio” vazia?

- Uma pessoa de 1,77m é alta ou baixa?
- A taxa de risco para aquele empreendimento é grande ou pequena?

Representação da incerteza

- Se o tempo de um investimento é **longo** e o sistema financeiro tem sido **não muito estável**, então a taxa de risco do investimento é **muito alta**
- Os termos em negrito trazem informações vagas que são representadas através dos **conjuntos fuzzy**
- Devido a esta propriedade e a capacidade de realizar inferências, a lógica fuzzy está sendo aplicada nas mais diversas áreas

Áreas de aplicações

- Sistemas especialistas
- Raciocínio aproximado
- Controle de processos
- Linguagem natural
- Robótica
- Reconhecimento de padrões
- Processos de tomada de decisão

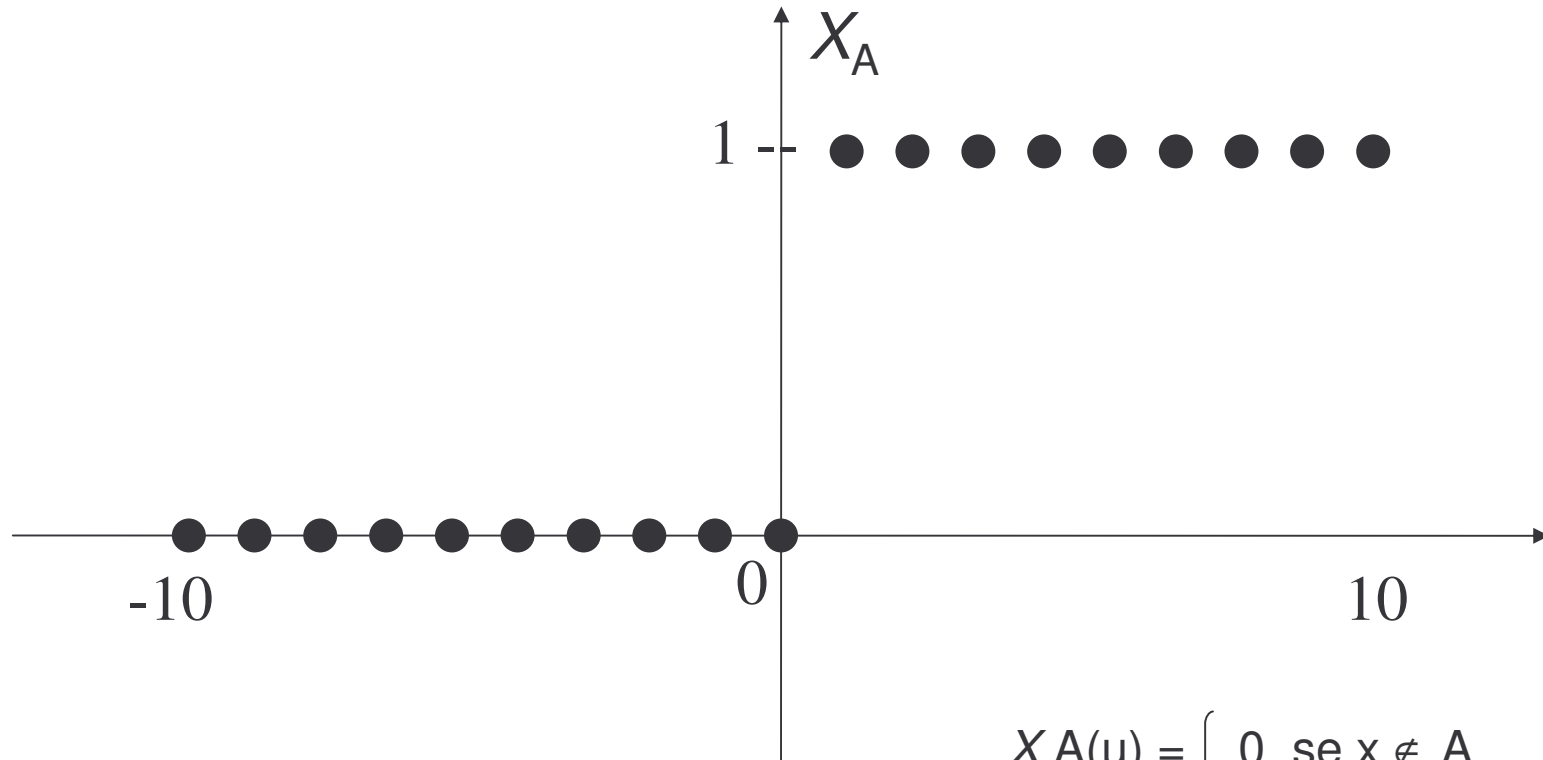
Teoria clássica dos conjuntos (crisp)

- Trata classes e objetos e suas relações em um universo definido
- O universo pode ser discreto ou contínuo
 - Conjunto do números inteiros de -10 a 10
 - $U : \{x \in \mathbb{Z} / \text{módulo}(x) \leq 10\}$
- Objetos de uma mesma classe são agrupados em conjuntos

Definição de um conjunto (crisp)

- Por enumeração
 - $A =$ conjunto que contém os elementos positivos de U
 - $A : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- Por características semelhantes
 - $A : \{x \in U / x > 0\}$
- Pela expressão de sua função característica
 - Que associa a cada elemento do universo U um valor binário
 - $\chi_A(u) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \notin A \\ 1, & \text{se } x \in A \end{cases}$

Conjunto A no universo U



$$X_A(u) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \notin A \\ 1, & \text{se } x \in A \end{cases}$$

Relações de pertinência (crisp)

- Seja $A : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e B o conjunto dos elementos de U entre -5 e 5
- Podemos destacar algumas **relações de pertinência**
 - $4 \in A$ ou $X_A(4) = 1$
 - $-6 \notin B$ ou $X_B(-6) = 0$
 - $-6 \notin A$ ou $X_A(-6) = 0$
 - $-3 \in B$ ou $X_B(-3) = 1$
- **Lei do meio excluído:**
 - Seja A o conjunto dos números pares de U e B o complemento de A (conjunto dos números ímpares de U)
 - A teoria crisp dos conjuntos diz que um elemento não pode pertencer a um conjunto e seu complemento ao mesmo tempo => se $x \in A$, então $x \notin B$.

Conjuntos Fuzzy

- São definidos para representar informações vagas, imprecisas ou incertas
 - Frio, quente, vazio, cheio, alto, baixo, médio
- A teoria dos conjuntos fuzzy pode ser vista como uma extensão da teoria clássica dos conjuntos
- O grau de pertinência de um elemento em relação a um conjunto fuzzy é determinado por uma função característica real, que tem como valor qualquer valor no intervalo $[0, 1]$
- Desta forma um elemento x pode pertencer a um conjunto e seu complemento, sem problemas

Conjuntos Fuzzy

- Desta forma um elemento pode pertencer a dois conjuntos **aparentemente disjuntos**
 - Conjunto dos homens altos
 - Conjuntos dos homens baixos
 - João pode pertencer ao conjunto do homens altos com um grau de pertinência 0,3
 - E a o mesmo tempo João pode pertencer ao conjunto do homens baixos com um grau de pertinência 0,8

Conjuntos Fuzzy

- Nos conjuntos fuzzy **não existe uma fronteira bem definida** que separe os elementos que pertençam ou não a um conjunto
- Exemplos:
 - Conjunto dos caracteres ASCII
 - Conjunto dos homens altos
 - Se temos um caracter podemos afirmar sem discussão se ele pertence ou não ao primeiro conjunto
 - Mas se tivermos um homem com 1,75m. Ele está no segundo conjunto? E se ele tiver 1,76m?

Conjunto fuzzy

- **Definição:** um conjunto fuzzy **A** definido no universo de discurso **U** é caracterizado por uma função de pertinência μ_A , a qual mapeia os elementos de **U** para o intervalo **[0, 1]**

$$\mu_A: U \Rightarrow [0, 1]$$

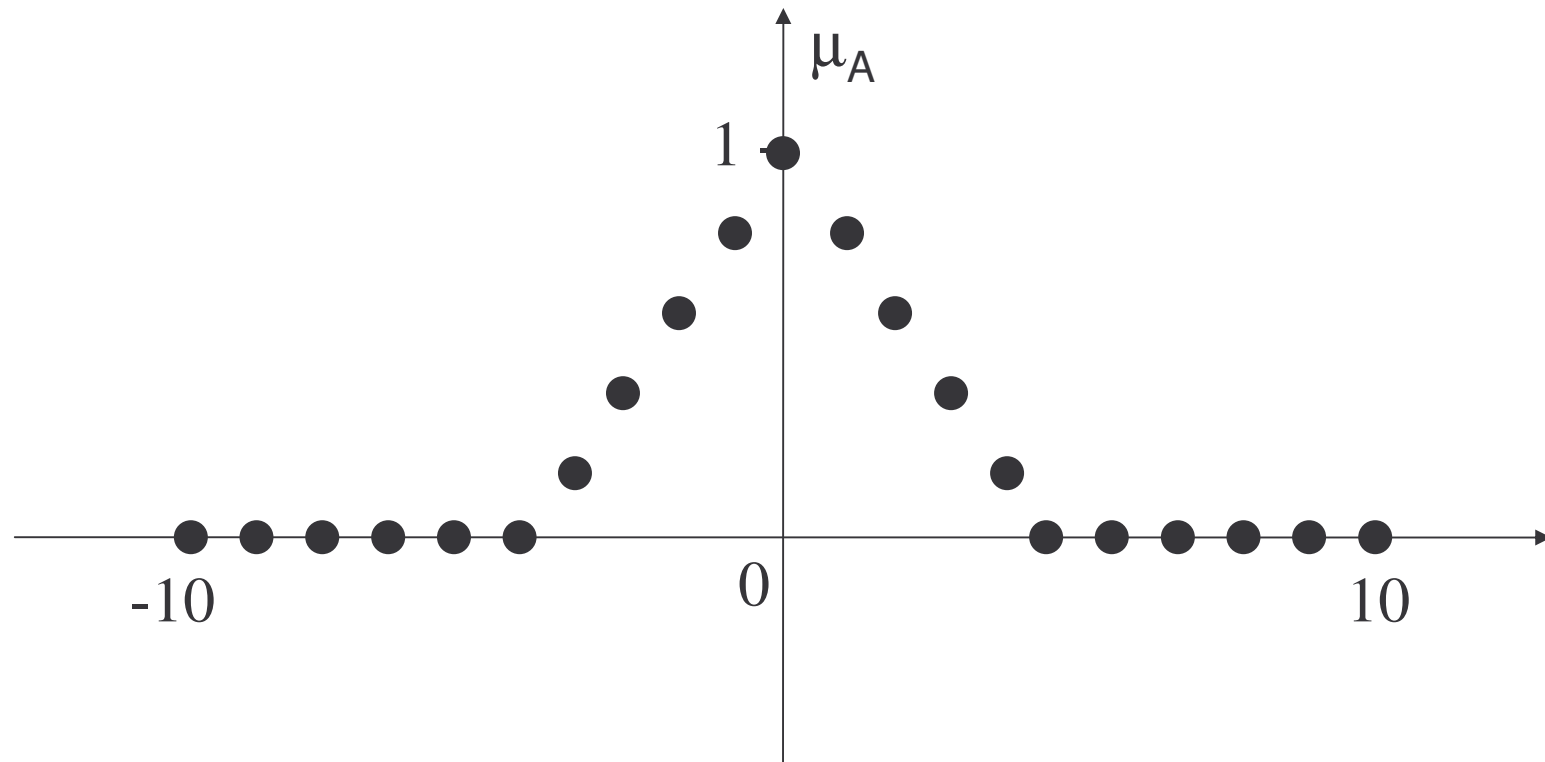
Aplicabilidade

- Possibilidade de pertinência parcial dos elementos
- Aplicabilidade muito maior do que a teoria clássica
- Existem no mundo real várias classes de objetos que não possuem um fronteira bem definida entre os elementos que pertencem e os elementos que não pertencem a ele
- Exemplo:
 - Pessoas jovens
 - Pessoas velhas
 - Carros caros
 - Doenças perigosas
 - Pessoas altas
 - ...

Representação dos Conjuntos Fuzzy

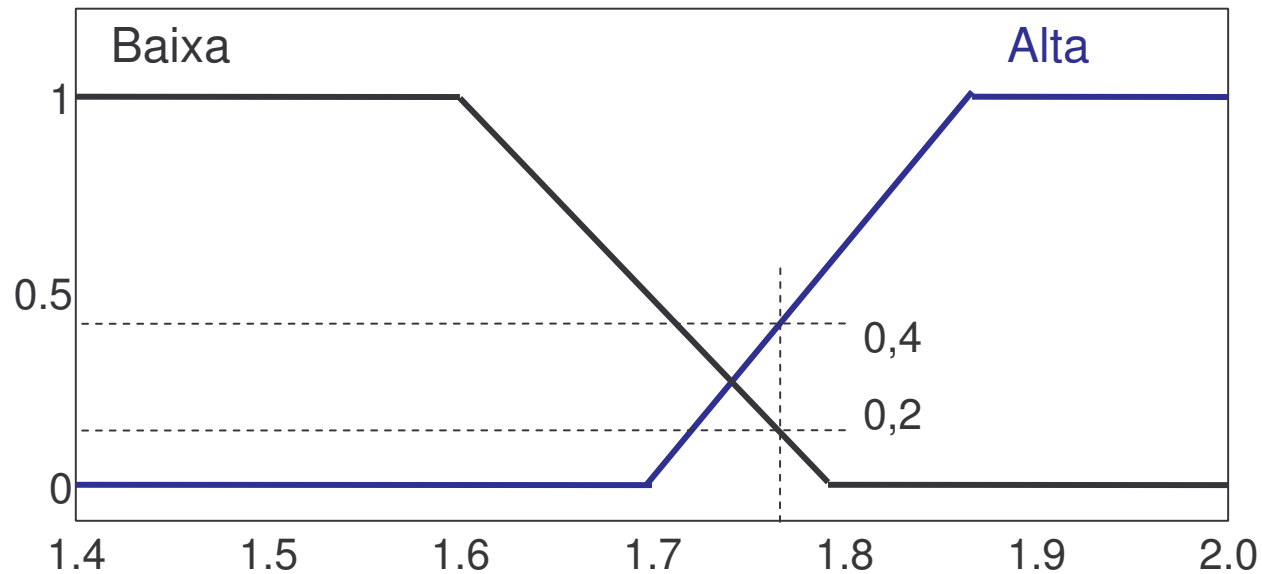
- Depende basicamente da natureza do universo de discurso
 - Universo pequeno com pequeno número de elementos
 - Representação analítica
 - $\mu_p(x) = \{0,0/-10; 0,0/-9; 0,0/-8; 0,0/-7; 0,0/-6; 0,0/-5; 0,2/-4; 0,4/-3; 0,6/-2; 0,8/-1; 1,0/0; 0,8/1; 0,6/2; 0,4/3; 0,2/4; 0,0/5; 0,0/6; 0,0/7; 0,0/8; 0,0/9; 0,0/10\}$
 - Universo de discurso grande ou contínuo
 - Representação gráfica

Representação gráfica dos Conjuntos Fuzzy discretos



$$\mu_A(u) = \begin{cases} 0, & \text{se } \text{modulo}(x) > 5 \\ (5 - \text{modulo}(x))/5, & \text{se } \text{modulo}(x) \leq 5 \end{cases}$$

Representação gráfica dos Conjuntos Fuzzy contínuos



Uma pessoa de 1,77m pode se considerada tanto 20% baixa quanto 40% alta

Algumas Funções de Pertinência Possíveis

a) Triangular

$$\text{trifp}(x; a, b, c) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right)$$

b) Trapezoidal

$$\text{trapfp}(x; a, b, c, d) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right)$$

c) Gaussiana

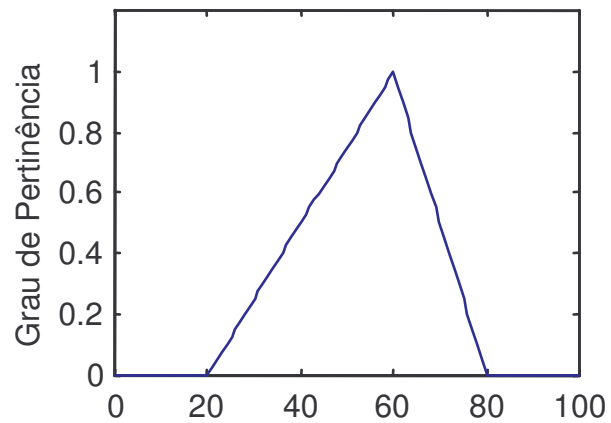
$$\text{gaussfp}(x; a, b, c) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-c}{\sigma} \right)^2}$$

d) Sino Generalizada

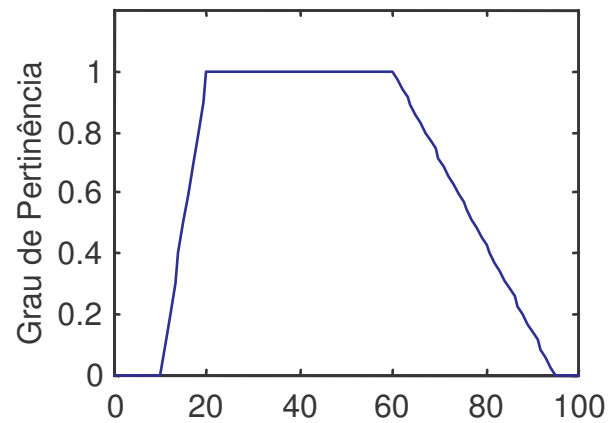
$$\text{gbellfp}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{b} \right|^{2b}}$$

Algumas Funções de Pertinência Possíveis

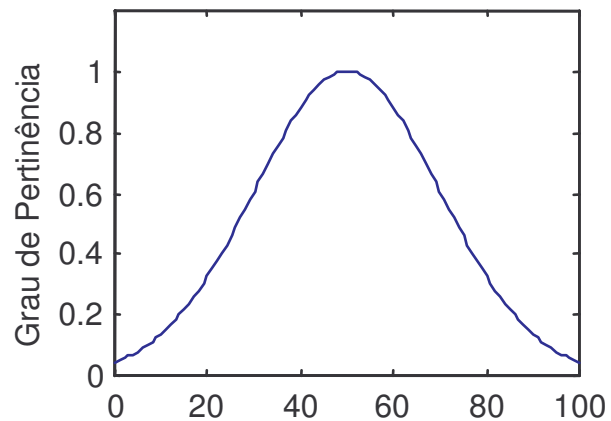
(a) Triangular



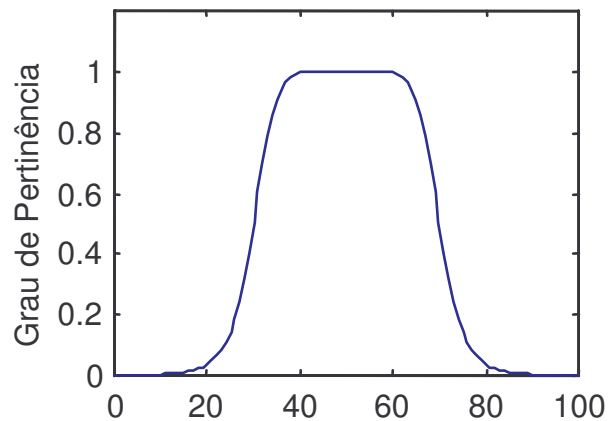
(b) Trapezoidal



(c) Gaussiana



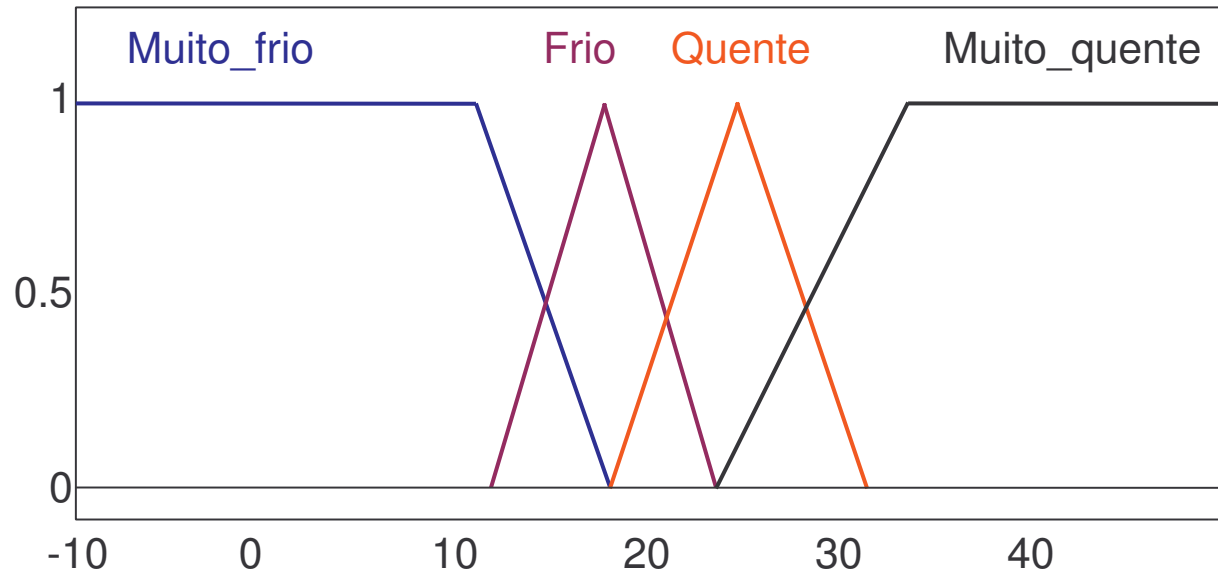
(d) Sino Generalizada



Representação de Conhecimento Fuzzy

- Variáveis lingüísticas
 - São entidades utilizadas para representar de modo impreciso (lingüístico) um conceito ou uma variável de um dado problema
 - Admite como valores expressões lingüísticas como “frio”, “muito grande”, “aproximadamente alto” etc
 - Uma variável lingüística pode ser representada por vários conjuntos fuzzy existentes no universo U
 - $\mu_A(x)$ representa o quanto o elemento x satisfaz o conceito lingüístico representado pelo conjunto fuzzy A

Representação de uma variável lingüística - Exemplo Temperatura



Sistemas fuzzy - Vantagens

- Requer poucas regras, valores e decisões
- Mais variáveis observáveis podem ser valoradas
- O uso de variáveis qualitativas nos deixa mais perto do pensamento humano
- Simplifica a solução do problema
- Proporciona protótipos rápidos dos sistemas

Representação da Base de Conhecimento em Sistemas Fuzzy

- Normalmente, uma BC fuzzy é representada por meio de regras de produção
- Regra de produção
 - **If** <antecedente> **then** <conseqüente>
- Antecedente: composto por um conjunto de condições
- Conseqüente: composto por um conjunto de ações ou diagnósticos
- Quando as condições da regra são satisfeitas (com qualquer grau de pertinência > 0) dizemos que a **regra é disparada** o que determina o processamento do conseqüente da regra pelo sistema de inferência fuzzy

Fases de um Sistema Fuzzy:

Entrada-Processamento-Saída

- A fase de entrada de dados também é conhecida como fase de fuzzificação
- Fuzzificação: transformação das variáveis de entrada do problema em valores fuzzy
- As variáveis de entrada do problema podem ser valores fornecidos por sensores ou pelo usuário do sistema
 - Normalmente são valores crisp
- A transformação é feita utilizando as funções de pertinência das variáveis de entrada

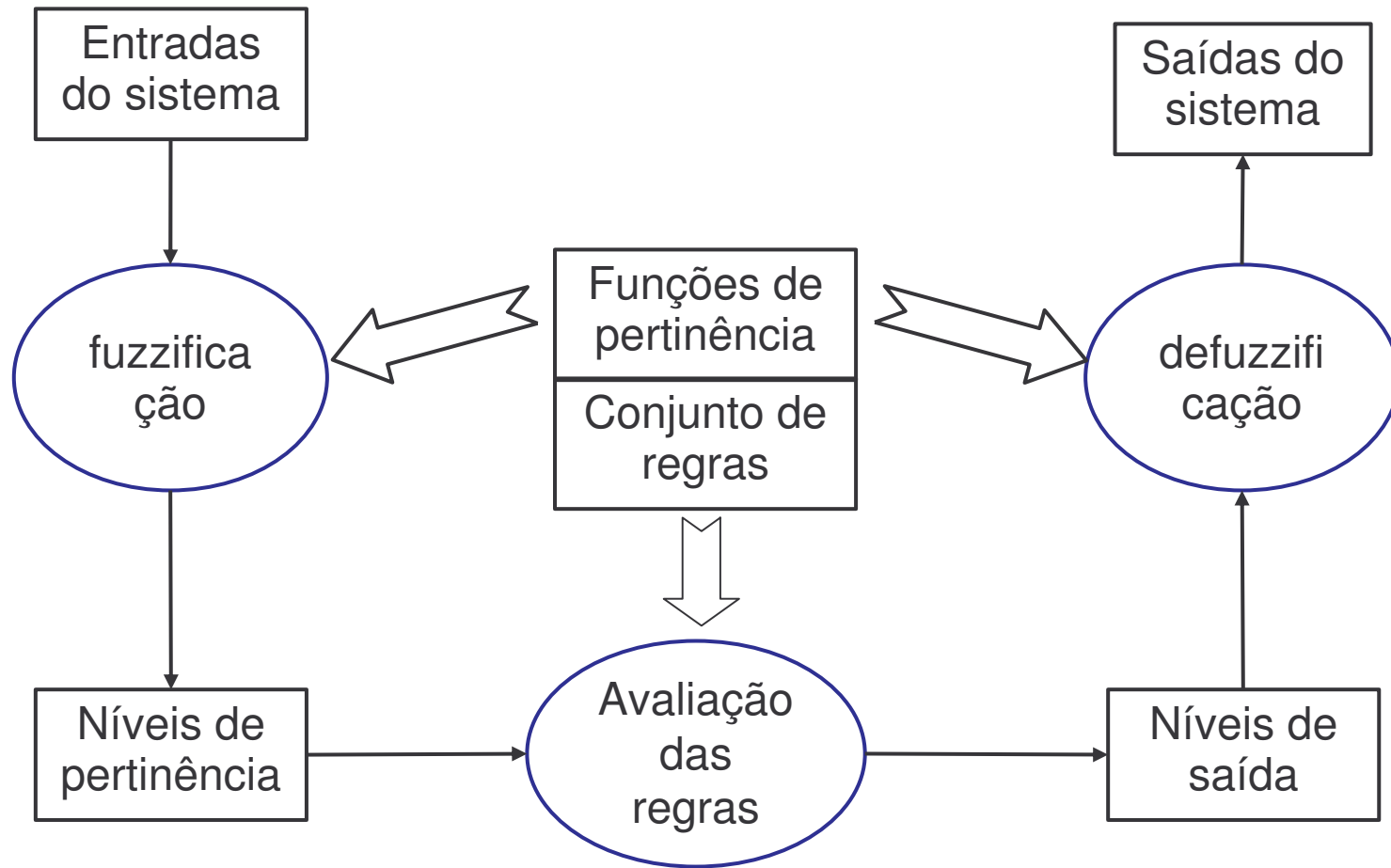
Fases de um Sistema Fuzzy: Entrada-Processamento-Saída

- Aplicação das regras de implicação: as regras são avaliadas verificando quais são aplicáveis
- Aplicação dos operadores fuzzy (no caso de antecedentes múltiplos)
- Determinar quão fortemente cada regra deve ser disparada (o quanto o consequente da regra irá contribuir para a resposta final) dependendo de como foram ativadas cada função de pertinência dos antecedentes

Fases de um Sistema Fuzzy: Entrada-Processamento-Saída

- Combinação de todas as saídas fuzzy (conseqüentes de todas as regras), com seus respectivos pesos
- A fase de saída também é conhecida como defuzzificação
- Defuzzificação: Transformação do resultado fuzzy em um resultado nítido (crisp)

Visão Geral de um Sistema Fuzzy



Exemplo

- Controle de velocidade de um ventilador
- A velocidade depende da temperatura

Temperatura	Velocidade	Corrente relativa do motor
Muito frio	Desligado	0
Frio	Devagar	15
Quente	Média	50
Muito quente	Rápida	100

Exemplo

- Como a temperatura varia gradualmente do quente para o frio
- A corrente varia gradualmente do valor 50 à 15 A
- Objetivo: Monitorar a temperatura e evitar variações abruptas na temperatura
- Sistemas usando lógica fuzzy são desenvolvidos para gerar variações de saída de forma contínua e suave

Desenvolvendo o sistema fuzzy

- No momento de desenvolver um sistema baseado em lógica fuzzy, deve-se decidir:
 - Como cada variável de entrada e saída será particionada e
 - Associar uma fç de pertinência para cada conjunto fuzzy
- No exemplo temos 4 conjuntos fuzzy para a entrada
 - Um quinto conjunto (temperatura moderada) poderia ser adicionada entre frio e quente
- O número de funções de pertinência necessárias depende da exatidão desejada para o sistema
 - Quanto mais curvas, mais sensibilidade, maior complexidade, saídas mais contínuas e menos abruptas

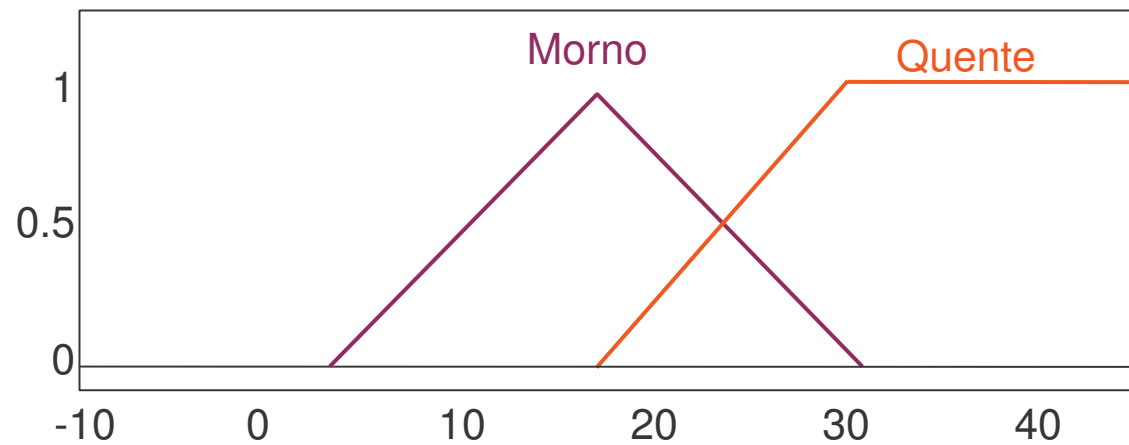
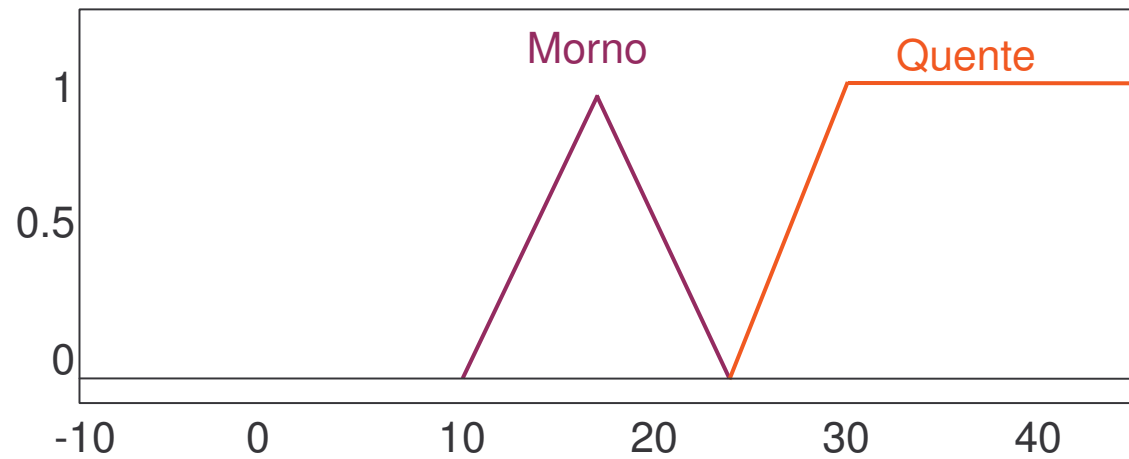
Desenvolvendo o sistema fuzzy

- Sobreposição entre as funções de pertinência
 - Caracteriza a capacidade de avaliar uma situação em sistemas baseados em lógica fuzzy
 - Distinta dos sistemas baseados em lógica pura
- A sobreposição é desejável
 - É a chave para determinar transições suaves em um sistema fuzzy
 - Permitindo múltiplas funções quase em aparente contradição

Definindo os conjuntos fuzzy

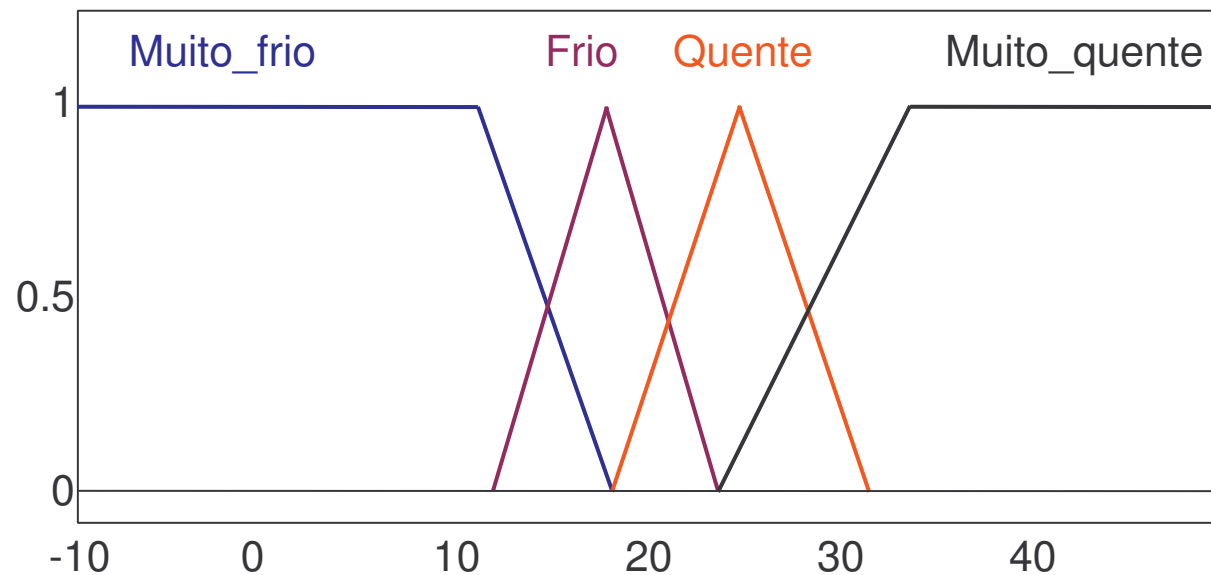
- Na fase de ajuste do sistema as funções de pertinência são continuamente ajustadas
- Os formatos mais utilizados para funções de pertinência são os trapezoidais e os triangulares
- Mas qualquer função mais adequada ao caso pode ser utilizada

Definindo os conjuntos fuzzy



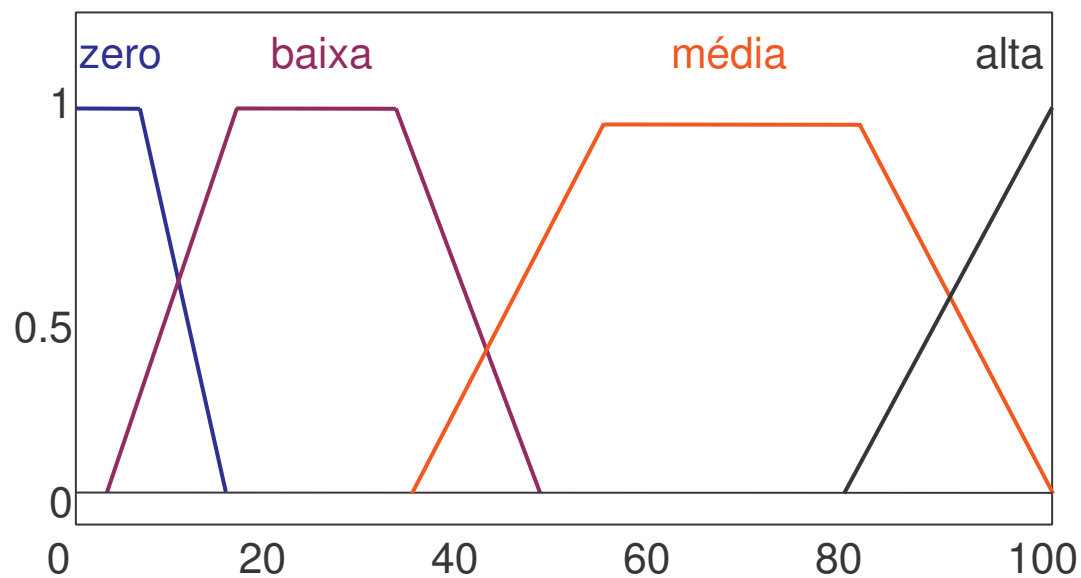
Conjuntos fuzzy correspondentes à variável Temperatura

- Funções de pertinência para a variável de entrada
- No exemplo temos apenas a variável temperatura



Conjuntos fuzzy correspondentes à variável Velocidade

- Funções de pertinência para a variável de saída
- No exemplo temos apenas a variável velocidade

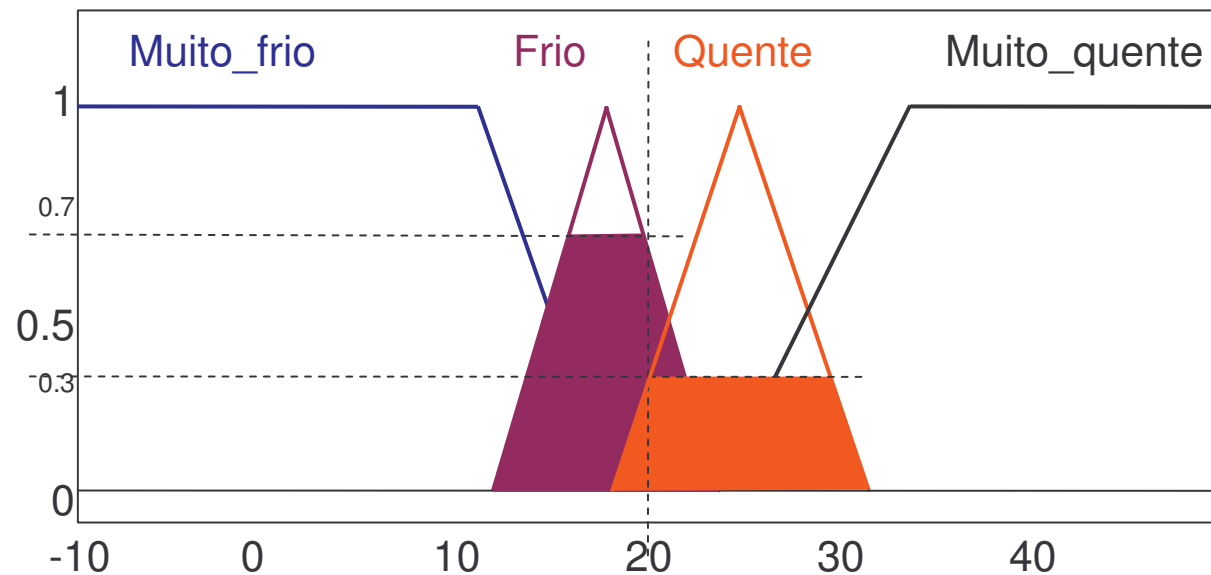


Definindo as regras de produção

- If (temperatura is muito_frio) then (velocidade is zero)
- If (temperatura is frio) then (velocidade is baixa)
- If (temperatura is quente) then (velocidade is média)
- If (temperatura is muito_quente) then (velocidade is alta)
- Tanto as regras como os conjuntos fuzzy são especificados de acordo com o conhecimento de um especialista no domínio do sistema especialista

Processo de fuzzificação

- 20°C pode ser considerada “fria” ou “quente”
 - 70% fria e 30% quente



- Fuzzificação: transformar variáveis qualitativas, com base nas funções de pertinência, em alguns significado para o computador

Regras ativadas

- If (temperatura is muito_frio) then (velocidade is zero)
- If (temperatura is frio) then (velocidade is baixa)
- If (temperatura is quente) then (velocidade is média)
- If (temperatura is muito_quente) then (velocidade is alta)

Avaliação das regras

- Durante a avaliação de uma regra
 - Valores são computados baseados nos níveis de ativação alcançados
 - Para cada uma das funções de pertinência
 - Para cada uma das entradas
 - Estes valores são associados às regras difusas de saída
 - Geralmente uma operação de minimização (and) é utilizada para determinar o valor associado a cada variável de entrada quando mais de uma fc de pertinência é ativada na mesma regra

Operações sobre conjuntos fuzzy

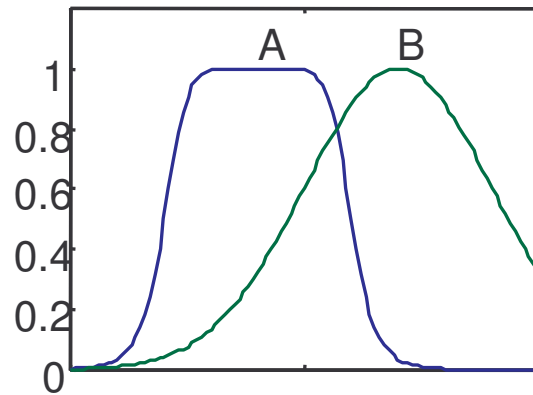
- Complemento de um conjunto, corresponde à função fuzzy-NOT
 - $\mu(\text{NÃO}(A)) = 1 - \mu_A(x)$
- Intersecção de dois conjuntos, corresponde a função fuzzy-AND
 - $\mu(A \text{ AND } B) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- União de dois conjuntos, corresponde a função fuzzy-OR
 - $\mu(A \text{ OR } B) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Operações sobre conjuntos fuzzy - Exemplo

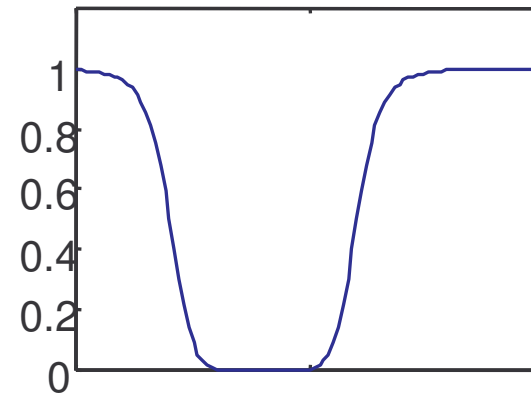
- Seja a variável linguística Altura: Alice (1,65m), Bob (1,75m), Carlos(2,0m) e Denise(1,45m)
- As proposições:
 - A = Alice é alta, $\mu(A)=55\%$
 - B = Bob é alto, $\mu(B)=75\%$
 - C = Carlos é alto, $\mu(C) = 100\%$
 - D = Denise é alta, $\mu(D) = 0\%$
- Então, as operações Fuzzy:
 - Carlos não é alto = NÃO(C) = $\mu(\text{NÃO}(C))=100\%-\mu(C)=0\%$
 - Bob é alto ou Alice é alta, B ou A, $\mu(B \text{ ou } A)=\max(\mu(B), \mu(A))=75\%$
 - Denise é alta e Alice é alta, D e A, $\mu(D \text{ e } A) = \text{mín}(\mu(D), \mu(A))=0\%$

Operações sobre conjuntos fuzzy - Exemplo Graficamente

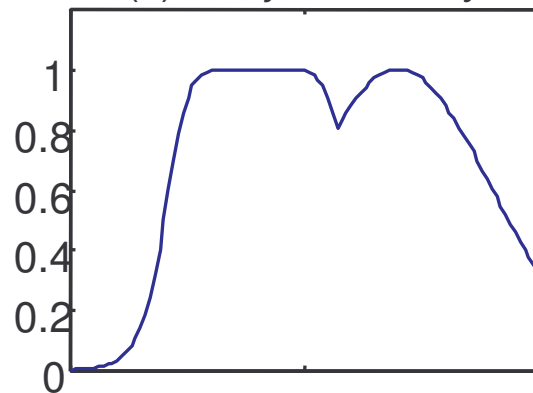
(a) Conjuntos Fuzzy A e B



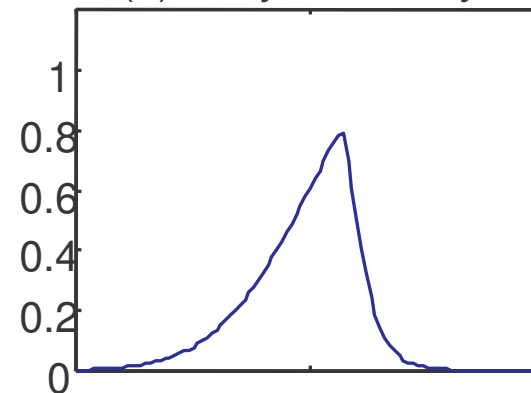
(b) Conjunto Fuzzy não "A"



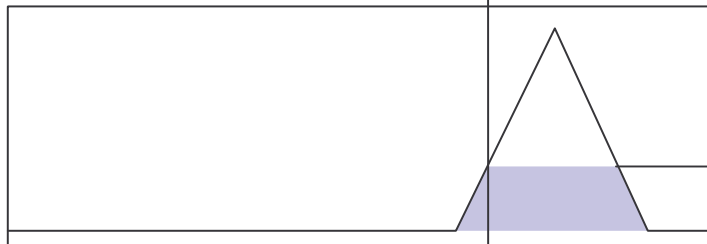
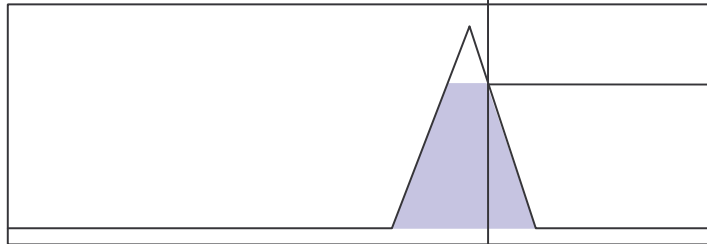
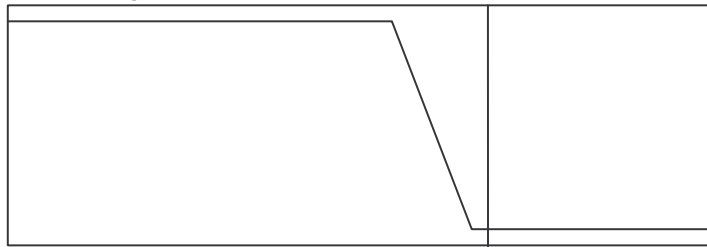
(c) Conjunto Fuzzy "A ou B"



(d) Conjunto Fuzzy "A e B"



temperatura



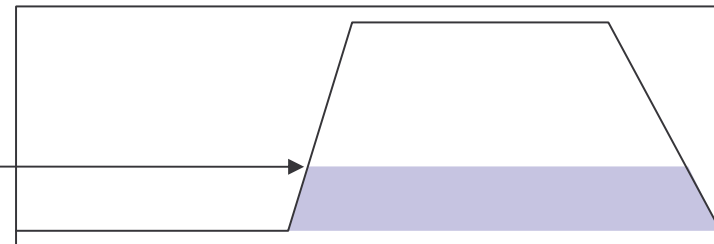
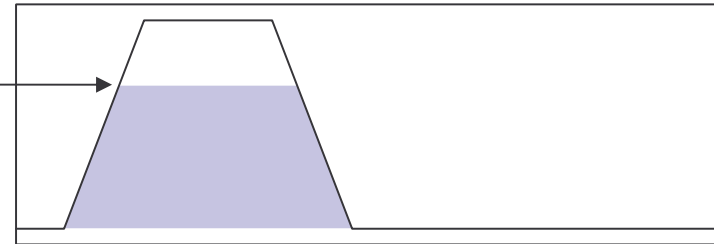
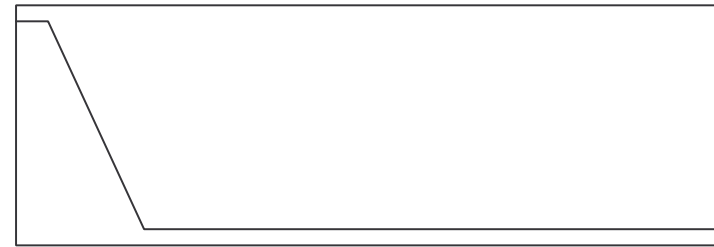
-10

20

40

Composição:

velocidade



0

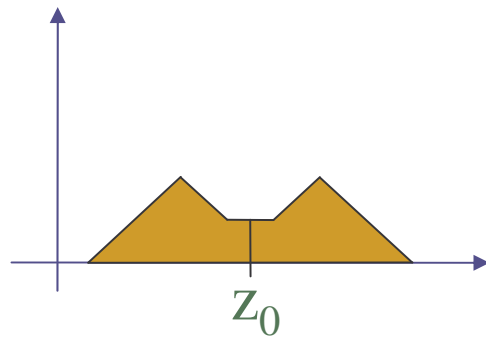
100

Processo de defuzzificação

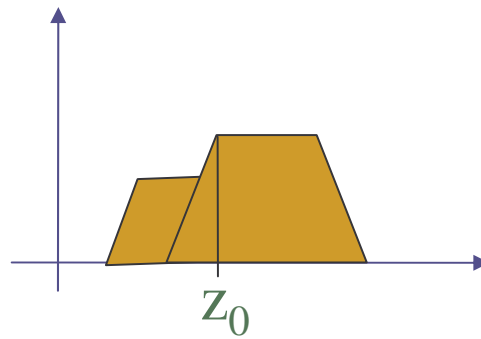
- O processo de defuzzificação da saída é necessário para:
 - Decifrar o significado de uma ação vaga como: “a velocidade deve ser baixa” e
 - Resolver conflitos entre regras que possam parecer contraditórias
- Métodos mais utilizados
 - Centróide (centro de gravidade ou massa)
 - Primeiro do máximos
 - Média dos Máximos

Métodos de Defuzzificação mais utilizados

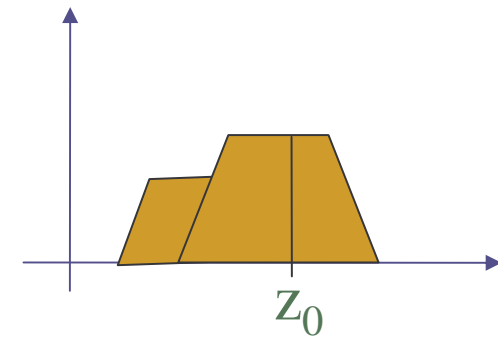
Centróide



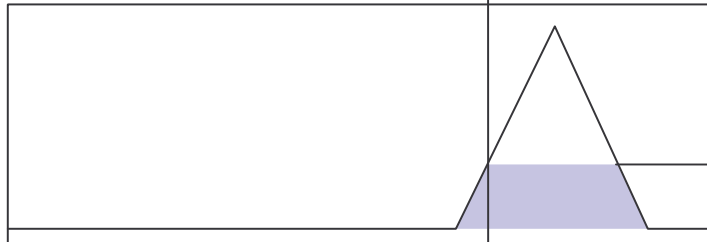
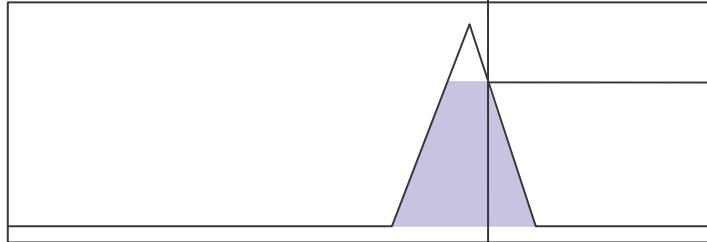
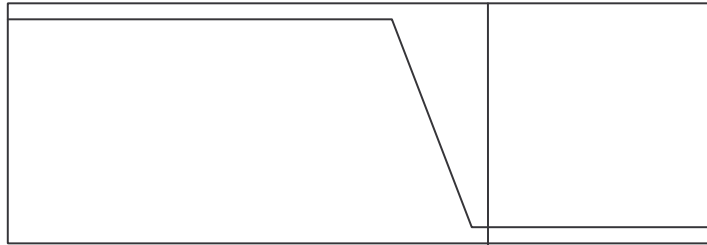
média dos máximos



primeiro dos máximos



temperatura



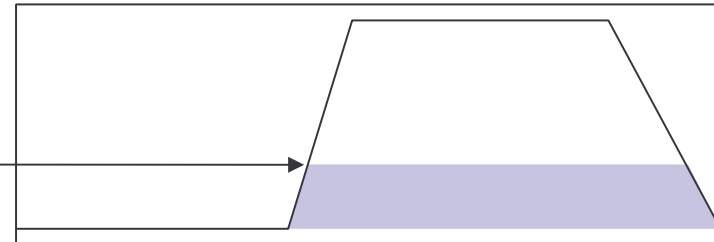
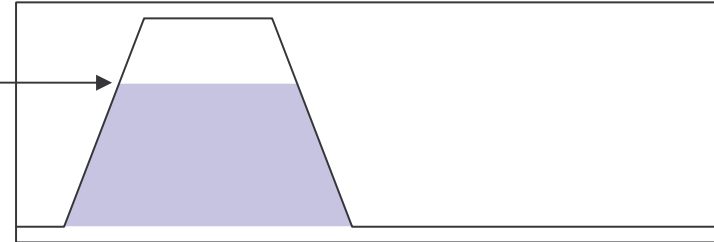
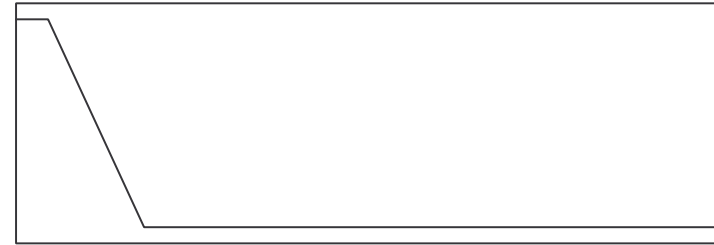
-10

20

40

Composição:

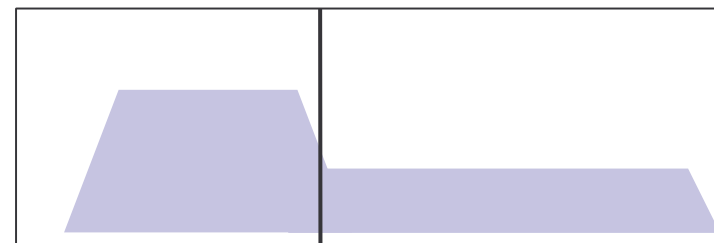
velocidade



0

44.1

100



O projeto de sistemas de controle

- Passos:
 - Especificações operacionais do sistema, entradas e saídas
 - Documentação dos conjuntos fuzzy para as entradas e saídas
 - Documentação do conjunto de regras
 - Determinação do método de defuzzificação
 - Teste para a verificação do sistema, ajustando os detalhes como requerido

Aplicações

- Hitachi (1985) – controle de aceleração, frenagem, e parada para a estrada de ferro de Sendai
- Takeshi Yamakawa (1987) – pêndulo invertido
- Laboratório Internacional de Engenharia Fuzzy (LIFE) (1988) – cooperativa 48 companhias
- Aspiradores de pó – controle de sucção
- Máquinas de lavar (Hitachi) – uso otimizado de potência, água e detergente
- Câmera com autofoco (Canon)

Aplicações

- Ar condicionado industrial (Mitsubishi) – reduz o consumo de potência em 24%, usa menos sensores
- Outros projetos japoneses:
 - Reconhecimento de caracteres
 - Sistemas fuzzy óticos
 - Robôs
 - Helicópteros comandados por voz
 - Sistemas de elevadores
- NASA – controle fuzzy para ancorar suas naves automaticamente no espaço

Perspectivas

- Potencial manuseio de incertezas e controle de sistemas complexos
- Lógica fuzzy combinada com redes neurais artificiais
 - Capacidade de adaptação e aprendizagem
- Simbiose
 - Novas classes de sistemas e de controladores neurodifusos