

Sistemas de Representação e Raciocínio – Parte 4

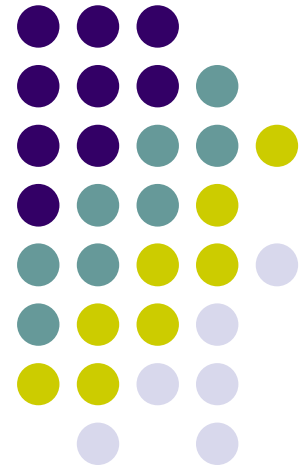
Introdução à Inteligência Artificial

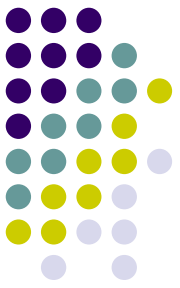
Profa. Josiane

Baseado no material de David Poole,

Alan Mackworth e Randy Goebel

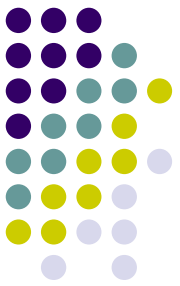
Abril/2007





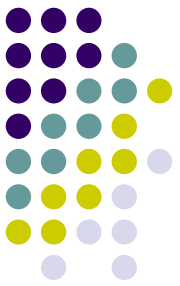
Raciocinando com variáveis

- Uma **instância** de um átomo ou cláusula é obtida pela substituição uniforme de variáveis por termos na cláusula
 - Pela semântica formal, se uma cláusula é verdadeira em I (uma interpretação), qualquer instância dela também é verdadeira em I
 - Variáveis quantificadas universalmente
- Uma **substituição** é um conjunto finito da forma $\{V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$, onde cada V_i é uma variável distinta e cada t_i é um termo
- A **aplicação** de uma substituição $\sigma = \{V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$ em um átomo ou cláusula e , escrita como $e\sigma$, é a instância de e com cada ocorrência da variável V_i trocada por t_i



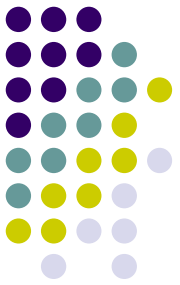
Aplicações de substituições

- Exemplos:
 - $p(a, X) \{X/c\} = p(a, c)$.
 - $p(Y, c) \{Y/a\} = p(a, c)$.
 - $p(a, X) \{Y/a, Z/x\} = p(a, X)$.
 - $p(X, X, Y, Y, Z) \{X/Z, Y/t\} = p(Z, Z, t, t, Z)$.
- Substituições podem ser aplicadas a cláusulas, átomos e termos
 - $p(X, Y) \leftarrow q(a, Z, X, Y, Z) \{X/Y, Z/a\} = p(Y, Y) \leftarrow q(a, a, Y, Y, a)$.



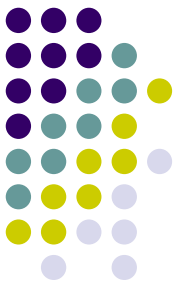
Exemplos de aplicação

- As seguintes são substituições:
 - ▶ $\sigma_1 = \{X/A, Y/b, Z/C, D/e\}$
 - ▶ $\sigma_2 = \{A/X, Y/b, C/Z, D/e\}$
 - ▶ $\sigma_3 = \{A/V, X/V, Y/b, C/W, Z/W, D/e\}$
- As seguintes mostram algumas aplicações:
 - ▶ $p(A, b, C, D)\sigma_1 = p(A, b, C, e)$
 - ▶ $p(X, Y, Z, e)\sigma_1 = p(A, b, C, e)$
 - ▶ $p(A, b, C, D)\sigma_2 = p(X, b, Z, e)$
 - ▶ $p(X, Y, Z, e)\sigma_2 = p(X, b, Z, e)$
 - ▶ $p(A, b, C, D)\sigma_3 = p(V, b, W, e)$
 - ▶ $p(X, Y, Z, e)\sigma_3 = p(V, b, W, e)$



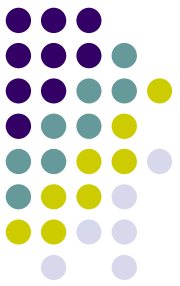
Unificadores

- A substituição σ é um **unificador** das expressões e_1 e e_2 se $e_1\sigma = e_2\sigma$
 - $\{X/a, Y/b\}$ é um unificador de $t(a, Y, c)$ e $t(X, b, c)$
 - $t(a, Y, c) \{X/a, Y/b\} = t(X, b, c) \{X/a, Y/b\} = t(a, b, c)$
- Expressões podem ter muitos unificadores
 - $p(X, Y)$ e $p(Z, Z)$ tem $\{X/b, Y/b, Z/b\}$, $\{X/c, Y/c, Z/c\}$, $\{X/Z, Y/Z\}$
 - Dizemos que $\{X/Z, Y/Z\}$ é o **unificador mais geral** dos três porque faz menos comprometerimentos com os valores das variáveis



Unificador mais geral - mgu

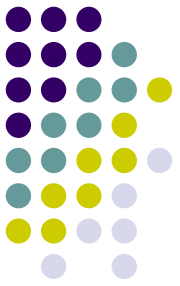
- A substituição σ é o **unificador mais geral** (*most general unifier – mgu*) de e_1 e e_2 se
 1. σ é um unificador de e_1 e e_2 ; e
 2. Se a substituição σ' também unifica e_1 e e_2 , então $e\sigma'$ é uma instância de $e\sigma$ para todo átomo e
- Exemplo: $e_1 = p(X, Y)$, $e_2 = p(Z, Z)$, $\sigma = \{X/Z, Y/Z\}$ e $\sigma' = \{X/c, Y/c, Z/c\}$
 1. $p(X, Y) \{X/Z, Y/Z\} = p(Z, Z)$ e $p(Z, Z) \{X/Z, Y/Z\} = p(Z, Z)$
 2. $p(X, Y) \{X/c, Y/c, Z/c\} = p(c, c)$ e $p(Z, Z) \{X/c, Y/c, Z/c\} = p(c, c)$
- $\sigma = \{X/Z, Y/Z\}$ é o mgu porque teremos várias opções para σ'
 - $\{X/a, Y/a, Z/a\}$, $\{X/b, Y/b, Z/b\}$, $\{X/K, Y/K, Z/K\}$



Unificação - Exercício

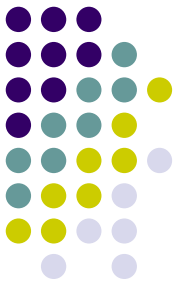
- Faça as unificações abaixo e mostre quais são os mgus das expressões $p(A, b, C, D)$ e $p(X, Y, Z, e)$
 - $\sigma_1 = \{X/A, Y/b, Z/C, D/e\}$
 - $\sigma_2 = \{A/X, Y/b, C/Z, D/e\}$
 - $\sigma_3 = \{A/V, X/V, Y/b, C/W, Z/W, D/e\}$
 - $\sigma_4 = \{A/a, X/a, Y/b, C/c, Z/c, D/e\}$
 - $\sigma_5 = \{X/A, Y/b, Z/A, C/A, D/e\}$
 - $\sigma_6 = \{X/A, Y/b, Z/C, D/e, W/a\}$
 - $\sigma_7 = \{Y/b, D/e\}$
 - $\sigma_8 = \{X/a, Y/b, Z/c, D/e\}$

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis



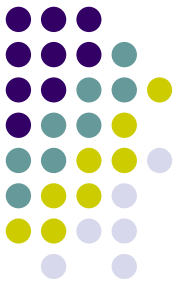
- Podemos realizar o procedimento *bottom-up* no conjunto de todas as instâncias fundamentais (sem variáveis) das cláusulas
- Uma instância fundamental da cláusula é obtida pela substituição uniforme das variáveis da cláusula por
 - Constantes que aparecem na BC
 - Ou na query
 - Se não houver constantes teremos que inventar uma
- O procedimento continua sendo correto (*sound*) e completo

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis - Exemplo



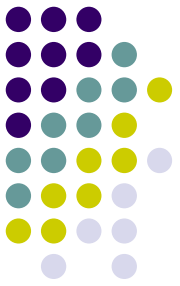
- BC:
 - $q(a)$.
 - $q(b)$.
 - $r(a)$.
 - $s(W) \leftarrow r(W)$.
 - $p(X, Y) \leftarrow q(X) \wedge s(Y)$.
- Conjunto das instâncias fundamentais:
 - $q(a)$.
 - $q(b)$.
 - $r(a)$.
 - $s(a) \leftarrow r(a)$.
 - $s(b) \leftarrow r(b)$.
 - $p(a, a) \leftarrow q(a) \wedge s(a)$.
 - $p(a, b) \leftarrow q(a) \wedge s(b)$.
 - $p(b, a) \leftarrow q(b) \wedge s(a)$.
 - $p(b, b) \leftarrow q(b) \wedge s(b)$.

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis - Exemplo



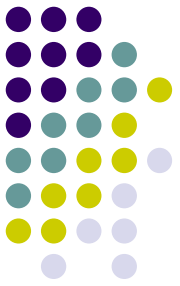
- Conjunto das instâncias fundamentais:
 - $q(a)$.
 - $q(b)$.
 - $r(a)$.
 - $s(a) \leftarrow r(a)$.
 - $s(b) \leftarrow r(b)$.
 - $p(a, a) \leftarrow q(a) \wedge s(a)$.
 - $p(a, b) \leftarrow q(a) \wedge s(b)$.
 - $p(b, a) \leftarrow q(b) \wedge s(a)$.
 - $p(b, b) \leftarrow q(b) \wedge s(b)$.
- O procedimento de prova irá derivar o conjunto C:
 - $C = \{r(a)\}$
 - $C = \{r(a), s(a)\}$
 - $C = \{r(a), s(a), q(a)\}$
 - $C = \{r(a), s(a), q(a), p(a, a)\}$
 - $C = \{r(a), s(a), q(a), p(a, a), q(b)\}$
 - $C = \{r(a), s(a), q(a), p(a, a), q(b), p(b, a)\}$

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis - Exemplo



- BC:
 - $p(X, Y)$.
 - $g \leftarrow p(W, W)$.
- Inventamos uma constante c e o conjunto das instâncias fundamentais se torna:
 - $p(c, c)$.
 - $g \leftarrow p(c, c)$.
- O procedimento de prova irá derivar o conjunto C:
 - $C = \{p(c, c)\}$
 - $C = \{p(c, c), g\}$

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis – Exercício



- BC:

$imm_west(r101, r103).$

$imm_west(r105, r107).$

$imm_west(r109, r111).$

$imm_west(r129, r127).$

$imm_east(E, W) \leftarrow imm_west(W, E).$

$next_door(E, W) \leftarrow imm_east(E, W).$

$next_door(W, E) \leftarrow imm_west(W, E).$

$two_doors_east(E, W) \leftarrow imm_east(E, M) \wedge imm_east(M, W).$

$imm_west(r103, r105).$

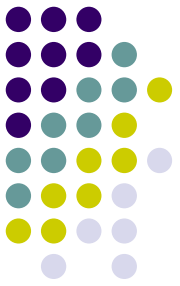
$imm_west(r107, r109).$

$imm_west(r131, r129).$

$imm_west(r127, r125).$

- O que podemos derivar da BC com o procedimento *bottom-up*?

Procedimento de prova *top-down* com variáveis



- Uma **cláusula resposta generalizada** tem a forma

$$yes(t_1, \dots, t_k) \leftarrow a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_m,$$

onde t_1, \dots, t_k são termos e a_1, \dots, a_m são átomos.

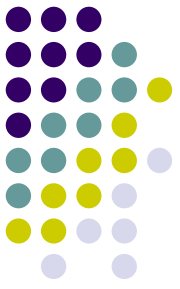
- A **resolução SDL** desta cláusula resposta generalizada sobre a_i com a cláusula

$$a \leftarrow b_1 \wedge \dots \wedge b_p,$$

onde a_i e a tem um unificador mais geral θ , é

$$(yes(t_1, \dots, t_k) \leftarrow a_1 \wedge \dots \wedge a_{i-1} \wedge b_1 \wedge \dots \wedge b_p \wedge a_{i+1} \wedge \dots \wedge a_m) \theta.$$

Para resolver a *query* B ? com Variáveis V_1, \dots, V_k :



Faça $ac = \text{yes}(V_1, \dots, V_k) \leftarrow B$; // a cláusula resposta generalizada

Enquanto ac não for uma resposta faça

Suponha que ac é $\text{yes}(t_1, \dots, t_k) \leftarrow a_1 \wedge a_2 \wedge \dots \wedge a_m$

Selecione o átomo a_i no corpo de ac ;

Escolha a cláusula $a \leftarrow b_1 \wedge \dots \wedge b_p$;

Renomeie todas as variáveis em $a \leftarrow b_1 \wedge \dots \wedge b_p$;

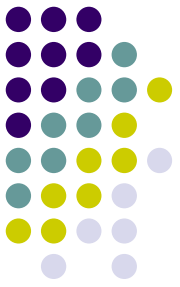
Faça que θ seja o unificador mais geral de a_i e a .

Falhe caso não haja unificação;

Faça $ac = (\text{yes}(t_1, \dots, t_k) \leftarrow a_1 \wedge \dots \wedge a_{i-1} \wedge b_1 \wedge \dots \wedge b_p \wedge a_{i+1} \wedge \dots \wedge a_m) \theta$

Fim-enquanto

Procedimento de prova *bottom-up* com variáveis – Exercício



- BC:

$imm_west(r101, r103).$

$imm_west(r105, r107).$

$imm_west(r109, r111).$

$imm_west(r129, r127).$

$imm_east(E, W) \leftarrow imm_west(W, E).$

$next_door(E, W) \leftarrow imm_east(E, W).$

$next_door(W, E) \leftarrow imm_west(W, E).$

$two_doors_east(E, W) \leftarrow imm_east(E, M) \wedge imm_east(M, W).$

$imm_west(r103, r105).$

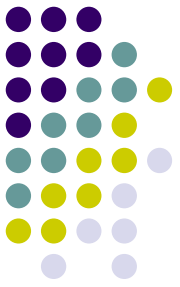
$imm_west(r107, r109).$

$imm_west(r131, r129).$

$imm_west(r127, r125).$

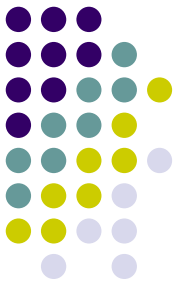
- O que podemos derivar da BC com o procedimento *bottom-up*?

Procedimento de prova *top-down* com variáveis - Exemplo



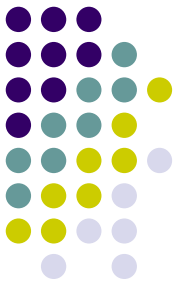
- $?two_doors_east(R, r107)$.
- Derivação:
 - $yes(R) \leftarrow two_doors_east(R, r107)$.
 - Resolve com $two_doors_east(E_1, W_1) \leftarrow imm_east(E_1, M_1) \wedge imm_east(M_1, W_1)$.
 - Substituição $\{E_1/R, W_1/r107\}$
 - $yes(R) \leftarrow imm_east(R, M_1) \wedge imm_east(M_1, r107)$.
 - A cláusula mais à esquerda resolve com $imm_east(E_2, W_2) \leftarrow imm_west(W_2, E_2)$.
 - Substituição $\{E_2/R, W_2/M_1\}$
 - $yes(R) \leftarrow imm_west(M_1, R) \wedge imm_east(M_1, r107)$.

Procedimento de prova *top-down* com variáveis - Exemplo



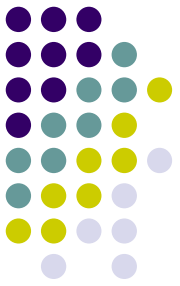
- A cláusula mais à esquerda resolve com $imm_west(r109, r111)$.
 - Substituição $\{M_1/r109, R/r111\}$
- $yes(r111) \leftarrow imm_east(r109, r107)$.
- Resolve com $imm_east(E_3, W_3) \leftarrow imm_west(W_3, E_3)$.
 - Substituição $\{E_3/r109, W_3/r107\}$
- $yes(r111) \leftarrow imm_west(r107, r109)$.
- Resolve com $imm_west(r107, r109)$.
 - Substituição $\{ \}$
- $yes(r111) \leftarrow$.
- Resposta $R = r111$.

Procedimento de prova *top-down* com variáveis - Exemplo

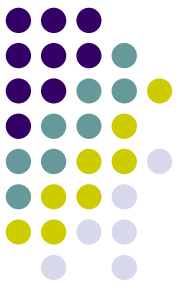


- *BC*:
 - $live(Y) \leftarrow connected_to(Y, Z) \wedge live(Z)$.
 - $live(outside)$.
 - $connected_to(w_6, w_5)$.
 - $connected_to(w_5, outside)$.
- Query: $?live(A)$.
 - $yes(A) \leftarrow live(A)$.
 - Resolve com $live(Y_1) \leftarrow connected_to(Y_1, Z_1) \wedge live(Z_1)$.
 - Substituição $\{Y_1/A\}$
 - $yes(A) \leftarrow connected_to(A, Z_1) \wedge live(Z_1)$.
 - A cláusula mais a esquerda resolve com $connected_to(w_6, w_5)$.
 - Substituição $\{A/w_6, Z_1/w_5\}$

Procedimento de prova *top-down* com variáveis - Exemplo

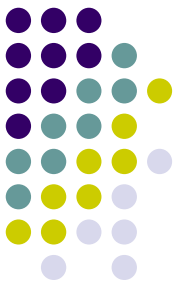


- $yes(w_6) \leftarrow live(w_5).$
- Resolve com $live(Y_2) \leftarrow connected_to(Y_2, Z_2) \wedge live(Z_2).$
 - Substituição $\{Y_2/w_5\}$
- $yes(w_6) \leftarrow connected_to(w_5, Z_2) \wedge live(Z_2).$
- A cláusula mais a esquerda resolve com $connected_to(w_5, outside).$
 - Substituição $\{Z_2/outside\}$
- $yes(w_6) \leftarrow live(outside).$
- Resolve com $live(outside).$
 - Substituição $\{ \}$
- $yes(w_6) \leftarrow .$
- Resposta $A = w_6.$



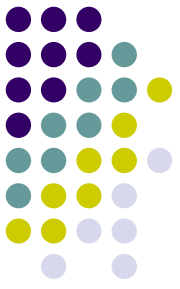
Símbolos de funções

- Quase sempre queremos nos referir a indivíduos em termos de componentes.
 - Exemplo: 4:55 p.m.. Sentenças em Inglês. Uma lista de alunos.
- Assim, estenderemos a noção de **termo** de tal forma que um termo possa ser **$f(t_1, \dots, t_n)$ onde f é um símbolo de função e os t_i são termos**
- Em uma interpretação com uma atribuição de variáveis, o termo $f(t_1, \dots, t_n)$ denota um indivíduo do domínio
- Com um símbolo de função e uma constante podemos referenciar um número infinito de indivíduos



Símbolos de funções

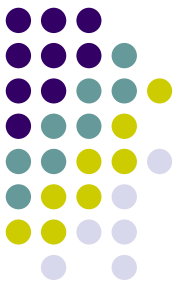
- A única forma de usar o símbolo de função é escrever cláusulas que definem relações usando o símbolo de função
- Suponha que gostaríamos de representar horas durante o dia
 - Podemos usar $am(H, M)$ para denotar $H:M$ am, onde H é um inteiro entre 1 e 12 e M é um inteiro entre 0 e 59.
 - $am(10, 38)$ denota $10:38$ am
 - da mesma forma podemos definir pm



Usando símbolos de funções

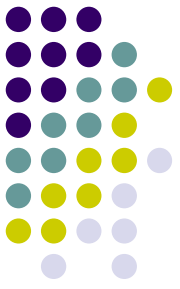
- Podemos definir a relação $before(T_1, T_2)$ que é verdadeira se T_1 ocorre antes de T_2 em um dia
 - $before(am(H1, M1), pm(H2, M2))$.
 - $before(am(12, M1), am(H2, M2)) \leftarrow H2 < 12$.
 - $before(am(H1, M1), am(H2, M2)) \leftarrow H1 < H2 \wedge H2 < 12$.
 - $before(am(H, M1), am(H, M2)) \leftarrow M1 < M2$.
 - $before(pm(12, M1), pm(H2, M2)) \leftarrow H2 < 12$.
 - $before(pm(H1, M1), pm(H2, M2)) \leftarrow H1 < H2 \wedge H2 < 12$.
 - $before(pm(H, M1), pm(H, M2)) \leftarrow M1 < M2$.

Procedimento de prova com símbolos de funções



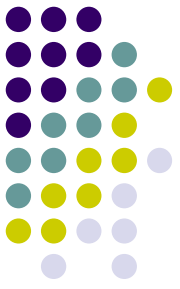
- A diferença dos procedimentos anteriores é que a classe de termos é expandida com os símbolos de funções
- Com símbolos de funções existem infinitamente muitos termos
- Procedimento de prova *bottom-up*
 - Temos que assegurar que o critério de seleção para selecionar as cláusulas seja imparcial
 - Um **critério de seleção imparcial** (*fair*) é aquele que qualquer cláusula que está disponível para ser escolhida será escolhida em algum momento
 - É completo somente se o critério de seleção for imparcial

Procedimento de prova com símbolos de funções



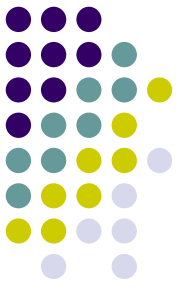
- Procedimento de prova *top-down*
 - Usa o unificador mais geral
 - Temos que tomar cuidado com: a variável X não unifica com o termo t no qual X ocorre, e ele não é o próprio X
 - Suponha que o símbolo de função s denota a função sucessor, onde $s(n)$ é o número depois de n
 - Nesta interpretação não existe nenhum número X que é igual ao seu sucessor, não faz sentido unifica $\{X/s(X)\}$
 - Se isso for permitido o procedimento de prova torna-se incorreto (*unsound*)

Procedimento de prova *top-down* com símbolos de funções



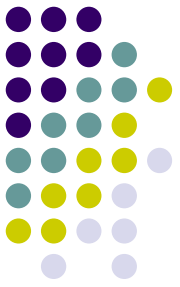
- Considere a cláusula:
 - $append(c(A, X), Y, c(A, Z)) \leftarrow append(X, Y, Z)$.
 - $append(nil, Z, Z)$.
- Considere a query:
 - $?append(F, c(L, nil), c(l, c(i, c(s, c(t, nil))))))$.
 - $yes(F, L) \leftarrow append(F, c(L, nil), c(l, c(i, c(s, c(t, nil))))))$.
 - Resolve com $append(c(A_1, X_1), Y_1, c(A_1, Z_1)) \leftarrow append(X_1, Y_1, Z_1)$.
 - Substituição $\{F/c(l, X_1), Y_1/c(L, nil), A_1/l, Z_1/c(i, c(s, c(t, nil)))\}$
 - $yes(c(l, X_1), L) \leftarrow append(X_1, c(L, nil), c(i, c(s, c(t, nil))))$.
 - Resolve com $append(c(A_2, X_2), Y_2, c(A_2, Z_2)) \leftarrow append(X_2, Y_2, Z_2)$.
 - Substituição $\{X_1/c(i, X_2), Y_2/c(L, nil), A_2/i, Z_2/c(s, c(t, nil))\}$
 - $yes(c(l, c(i, X_2)), L) \leftarrow append(X_2, c(L, nil), c(s, c(t, nil)))$.

Procedimento de prova *top-down* com símbolos de funções

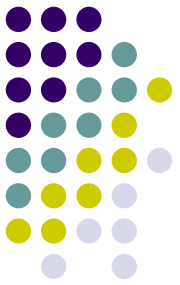


- $\text{yes}(c(l, c(i, X_2)), L) \leftarrow \text{append}(X_2, c(L, \text{nil}), c(s, c(t, \text{nil})))$.
 - Resolve com $\text{append}(c(A_3, X_3), Y_3, c(A_3, Z_3)) \leftarrow \text{append}(X_3, Y_3, Z_3)$.
 - Substituição $\{X_2/c(s, X_3), Y_3/c(L, \text{nil}), A_3/s, Z_3/c(t, \text{nil})\}$
- $\text{yes}(c(l, c(i, c(s, X_3))), L) \leftarrow \text{append}(X_3, c(L, \text{nil}), c(t, \text{nil}))$.
 - Escolhendo a primeira cláusula para resolver
 - $\text{append}(c(A_4, X_4), Y_4, c(A_4, Z_4)) \leftarrow \text{append}(X_4, Y_4, Z_4)$.
 - Substituição $\{X_3/c(t, X_4), Y_4/c(L, \text{nil}), A_4/t, Z_4/\text{nil}\}$
- $\text{yes}(c(l, c(i, c(s, c(t, X_4))))), L) \leftarrow \text{append}(X_3, c(L, \text{nil}), \text{nil})$.
- Não existe mais nenhuma cláusula na qual a cabeça unifica com $\text{append}(X_3, c(L, \text{nil}), \text{nil})$ e a prova falha

Procedimento de prova *top-down* com símbolos de funções



- voltando....
- $\text{yes}(c(l, c(i, c(s, X_3))), L) \leftarrow \text{append}(X_3, c(L, \text{nil}), c(t, \text{nil}))$.
- E escolhendo a segunda cláusula: $\text{append}(\text{nil}, Z_5, Z_5)$.
 - Substituição $\{X_3/\text{nil}, Z_5/c(t, \text{nil}), L/t\}$
- $\text{yes}(c(l, c(i, c(s, \text{nil}))), t) \leftarrow .$
- $F = c(l, c(i, c(s, \text{nil})))$ e $L = t$



Listas

- Uma lista é uma seqüência ordenada de elementos.
- Vamos usar a constante *nil* para denotar a lista vazia e a função *cons(H, T)* para denotar uma lista com o primeiro elemento *H* e o resto-da-lista *T* (esta função não é pré-definida)
- A lista contendo david, alan e randy é:
 - $cons(david, cons(alan, (cons(randy, nil)))$
- *append(X, Y, Z)* é verdadeiro se a lista *Z* contiver os elementos de *X* seguidos pelos elementos de *Y*
 - $append(nil, Z, Z)$.
 - $append(cons(A, X), Y, cons(A, Z)) \leftarrow append(X, Y, Z)$