

Exemplo Algoritmo de consistência de arcos AC-3



Texto base:

David Poole, Alan Mackworth e Randy Goebel -
"Computational Intelligence – A logical approach"

junho/2007

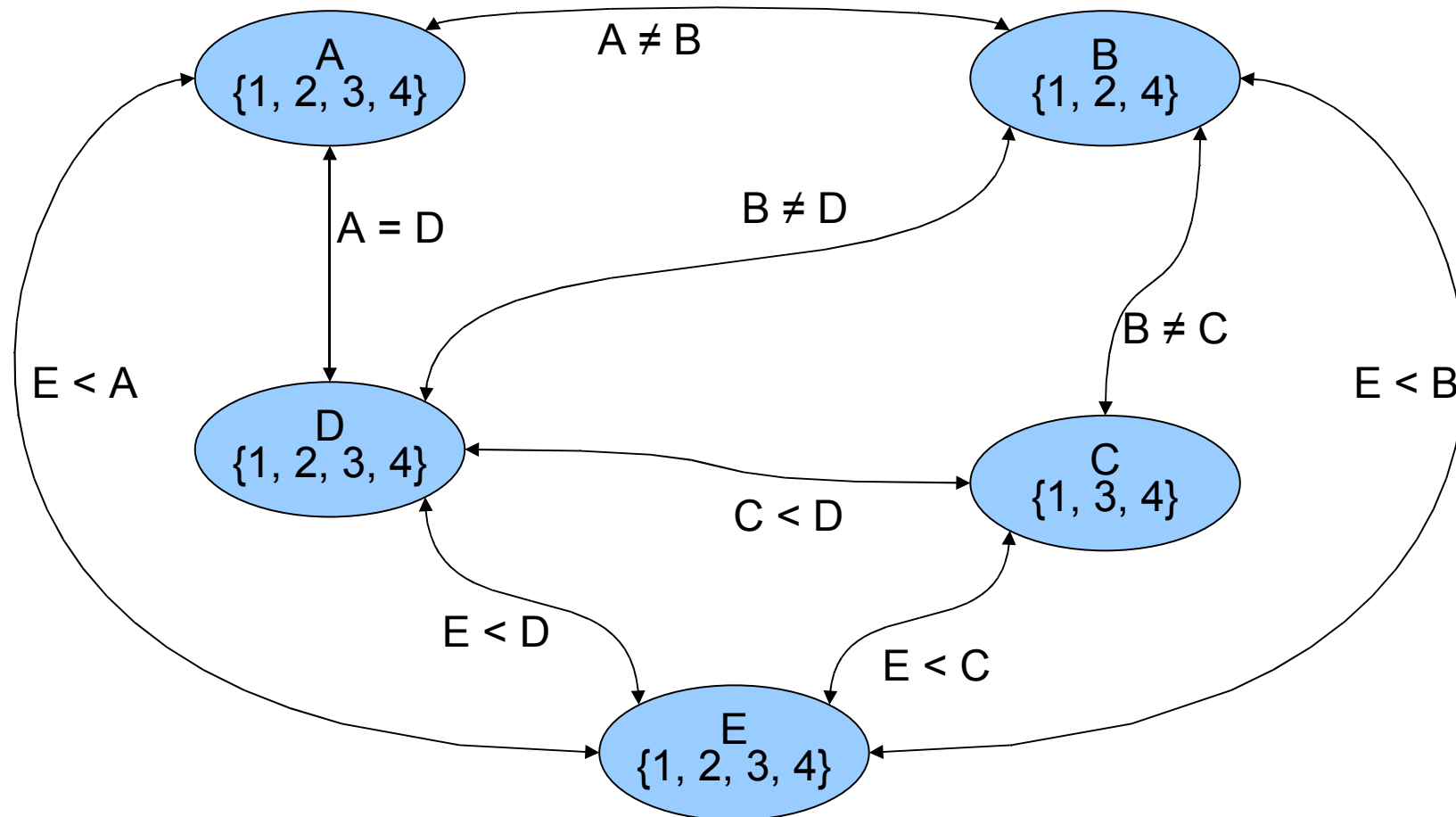
Algoritmos de consistência

- Idéia: podar os domínios tão logo quanto possível, antes de que seus valores sejam selecionados
- Uma variável é **domínio consistente** se nenhum valor do domínio é impossível por qualquer uma das restrições
- Exemplo $DB = \{1, 2, 3, 4\}$ não é domínio consistente porque $B=3$ viola a restrição $B \neq 3$

Consistência de arcos

- Uma rede de restrições tem nós correspondentes às variáveis e seus domínios associados
 - Cada relação de restrição $P(X, Y)$, corresponde aos arcos $\langle X, Y \rangle$ e $\langle Y, X \rangle$
- Um arco $\langle X, Y \rangle$ é um arco consistente se para cada valor de X em D_x , existe algum valor de Y em D_y , para o qual a restrição $P(X, Y)$ é satisfeita
 - Uma rede é arco consistente se todos os seus arcos são arco consistentes

Uma rede de restrições para o problema de escalonamento de atividades



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

- Se um arco $\langle X, Y \rangle$ *não* é arco consistente, todos os valores de X em D_x para os quais não existe nenhum valor correspondente em D_y podem ser apagados de D_x para fazer $\langle X, Y \rangle$ arco consistente
- Os arcos são considerados um a um tornando cada um deles consistente
- Um arco $\langle X, Y \rangle$ necessita ser revisado se o domínio de Y for reduzido

Entrada:

- um conjunto de variáveis
- um domínio D_x para cada variável X
- relações P_x sobre a variável X que deve ser satisfeita
- relações P_{xy} sobre as variáveis X e Y que deve ser satisfeita

Saída:

- domínios arco consistentes para cada variável

para cada variável X

torne o D_x consistente de acordo com P_x

TDA = conjunto de arcos a fazer - para cada P_{xy} , $\langle X, Y \rangle$ e $\langle Y, X \rangle$
fazem parte do conjunto

repita

selecione qualquer arco de TDA;

exclua este arco de TDA;

Retire todo x do D_x que não satisfaça P_{xy}

Se o D_x foi alterado

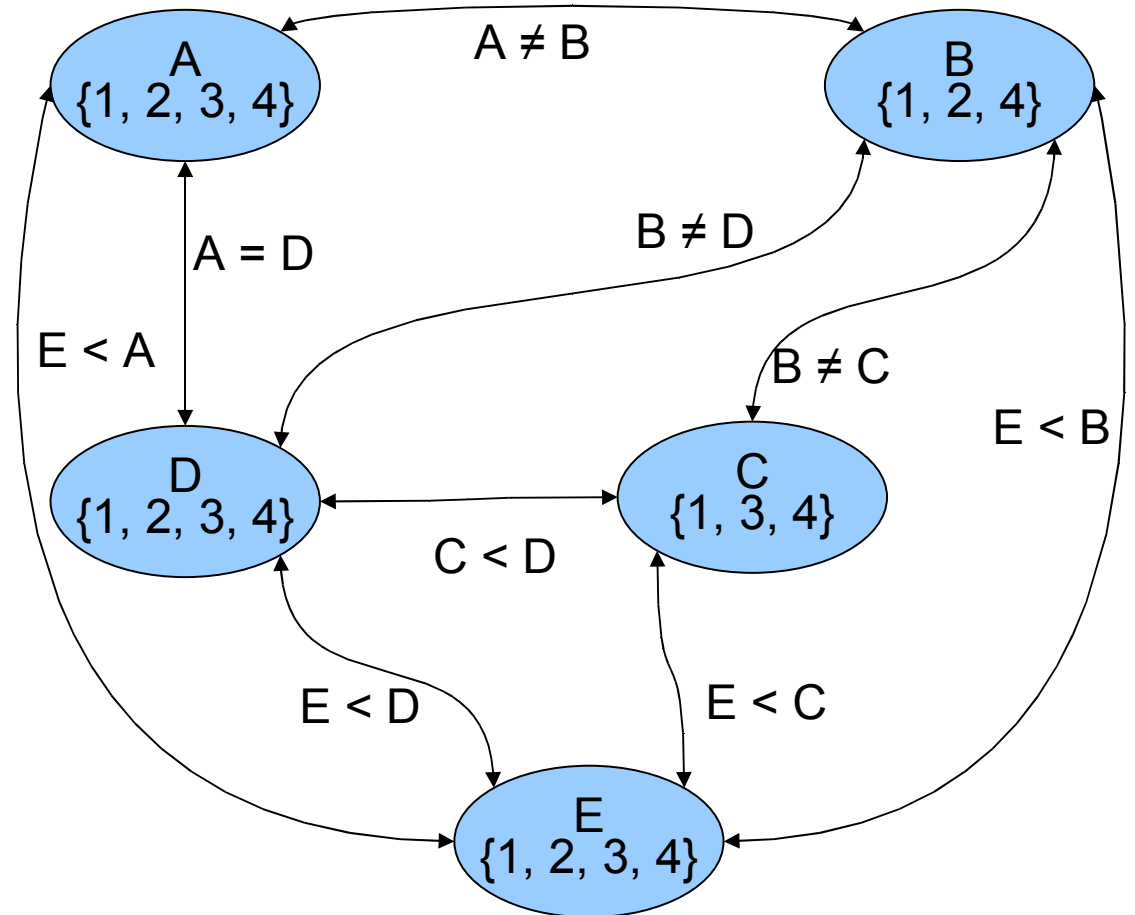
então todos os outros arcos $\langle Z, X \rangle$ devem ser inseridos em
TDA

até que TDA seja vazio

Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ Px:

- $B \neq 3$
- $C \neq 2$



Entrada:

- um conjunto de variáveis
- um domínio D_x para cada variável X
- relações P_x sobre a variável X que deve ser satisfeita
- relações P_{xy} sobre as variáveis X e Y que deve ser satisfeita

Saída:

- domínios arco consistentes para cada variável

para cada variável X

torne o D_x consistente de acordo com P_x

TDA = conjunto de arcos a fazer - para cada P_{xy} , $\langle X, Y \rangle$ e $\langle Y, X \rangle$
fazem parte do conjunto

repita

selecione qualquer arco de TDA;

exclua este arco de TDA;

Retire todo x do D_x que não satisfaça P_{xy}

Se o D_x foi alterado

então todos os outros arcos $\langle Z, X \rangle$ devem ser inseridos em
TDA

até que TDA seja vazio

Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

1) $\langle A, B \rangle$

2) $\langle B, A \rangle$

3) $\langle A, D \rangle$

4) $\langle D, A \rangle$

5) $\langle A, E \rangle$

6) $\langle E, A \rangle$

7) $\langle B, D \rangle$

8) $\langle D, B \rangle$

9) $\langle B, C \rangle$

10) $\langle C, B \rangle$

11) $\langle B, E \rangle$

12) $\langle E, B \rangle$

13) $\langle D, C \rangle$

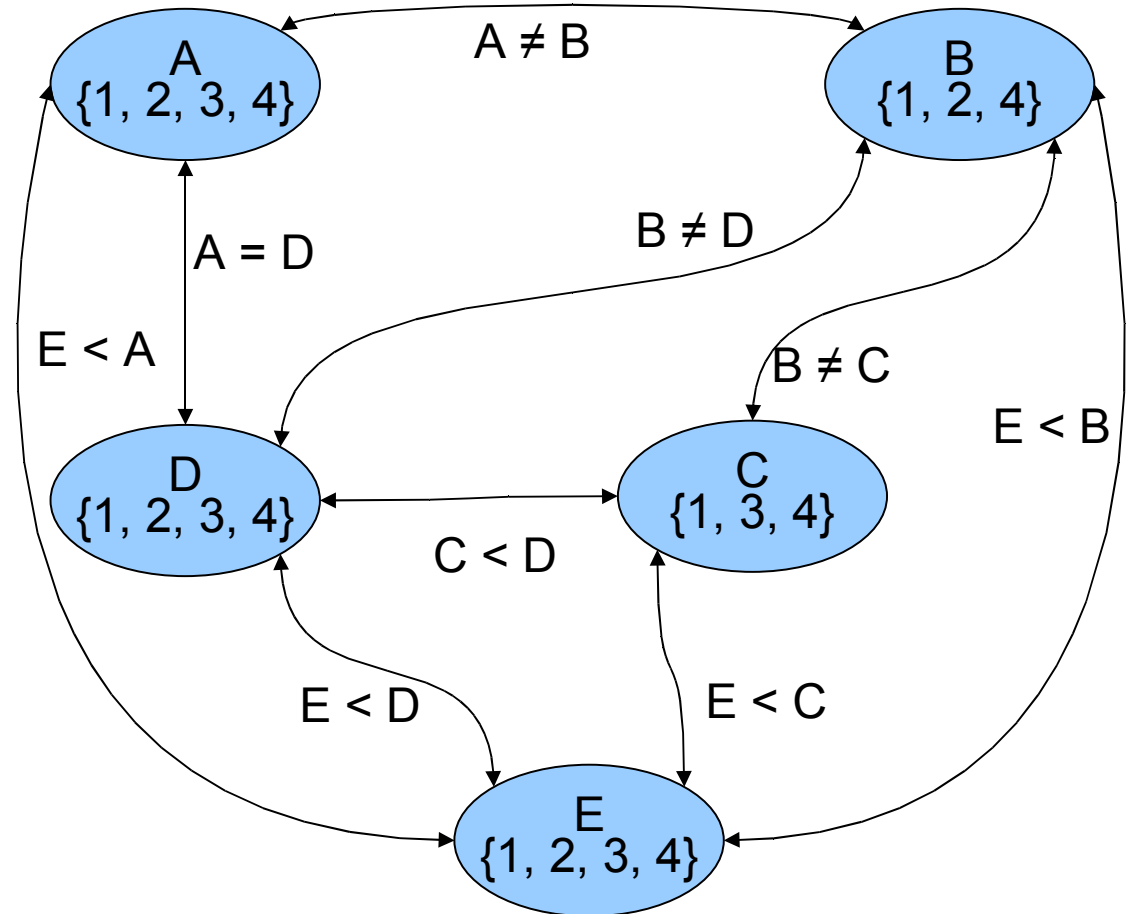
14) $\langle C, D \rangle$

15) $\langle D, E \rangle$

16) $\langle E, D \rangle$

17) $\langle C, E \rangle$

18) $\langle E, C \rangle$



Entrada:

- um conjunto de variáveis
- um domínio D_x para cada variável X
- relações P_x sobre a variável X que deve ser satisfeita
- relações P_{xy} sobre as variáveis X e Y que deve ser satisfeita

Saída:

- domínios arco consistentes para cada variável

para cada variável X

torne o D_x consistente de acordo com P_x

TDA = conjunto de arcos a fazer - para cada P_{xy} , $\langle X, Y \rangle$ e $\langle Y, X \rangle$
fazem parte do conjunto

repita

selecione qualquer arco de TDA;

exclua este arco de TDA;

Retire todo x do D_x que não satisfaça P_{xy}

Se o D_x foi alterado

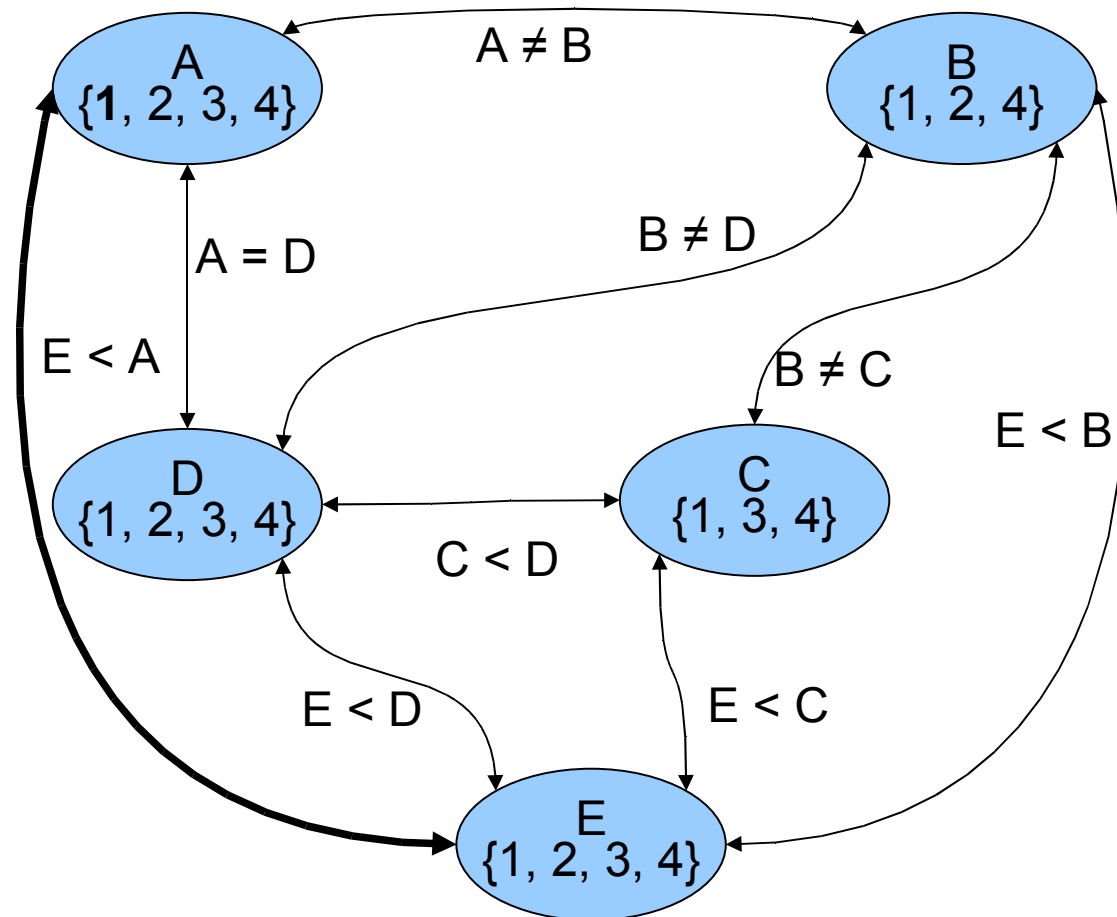
então todos os outros arcos $\langle Z, X \rangle$ devem ser inseridos em
TDA

até que TDA seja vazio

Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, E \rangle$ - **tira 1 de A**
- ✓ $\langle E, A \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle B, C \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle B, E \rangle$
- ✓ $\langle E, B \rangle$
- ✓ $\langle D, C \rangle$
- ✓ $\langle C, D \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$
- ✓ $\langle E, C \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ $\langle E, A \rangle$

✓ $\langle B, D \rangle$

✓ $\langle D, B \rangle$

✓ $\langle B, C \rangle$

✓ $\langle C, B \rangle$

✓ $\langle B, E \rangle$

✓ $\langle E, B \rangle$

✓ $\langle D, C \rangle$

✓ $\langle C, D \rangle$

✓ $\langle D, E \rangle$

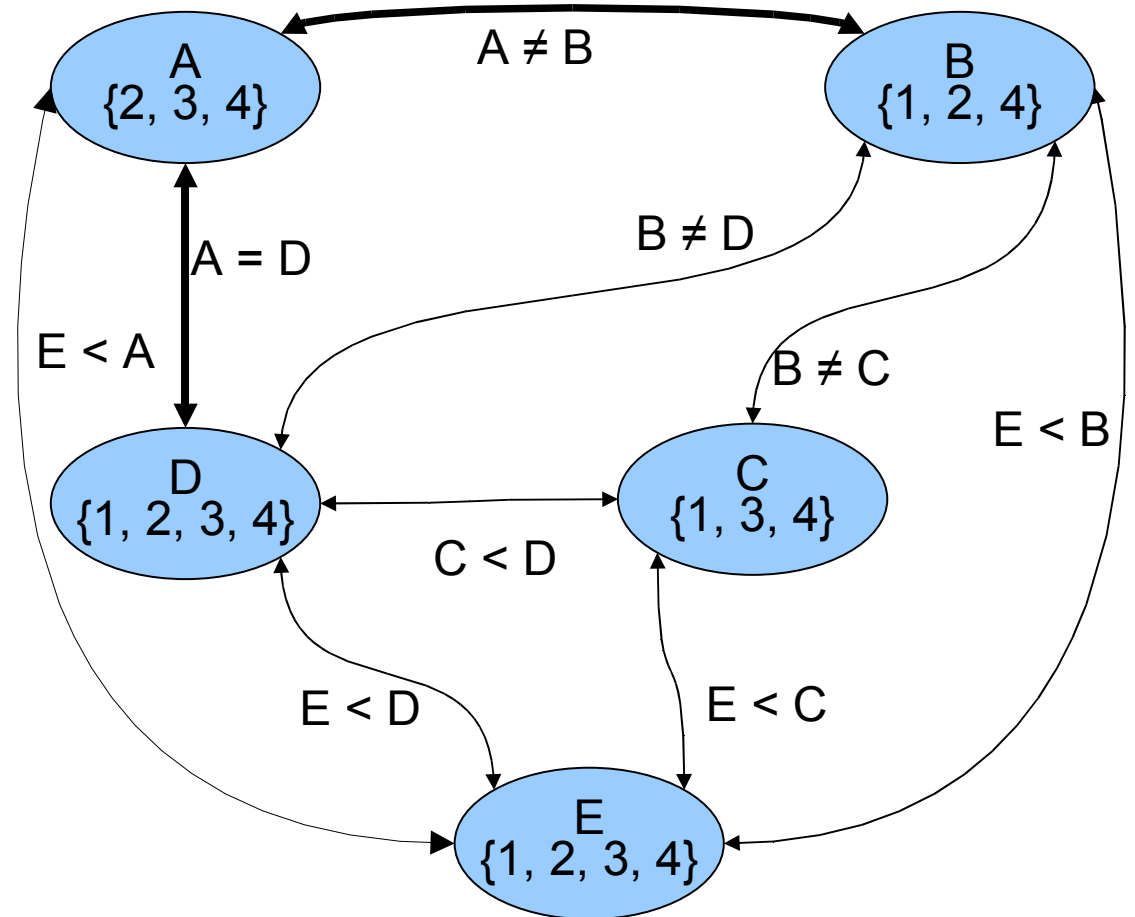
✓ $\langle E, D \rangle$

✓ $\langle C, E \rangle$

✓ $\langle E, C \rangle$

✓ **$\langle B, A \rangle$**

✓ **$\langle D, A \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ **<E, A>** - tira 4 de E

✓ <B, D>

✓ <D, B>

✓ <B, C>

✓ <C, B>

✓ <B, E>

✓ <E, B>

✓ <D, C>

✓ <C, D>

✓ <D, E>

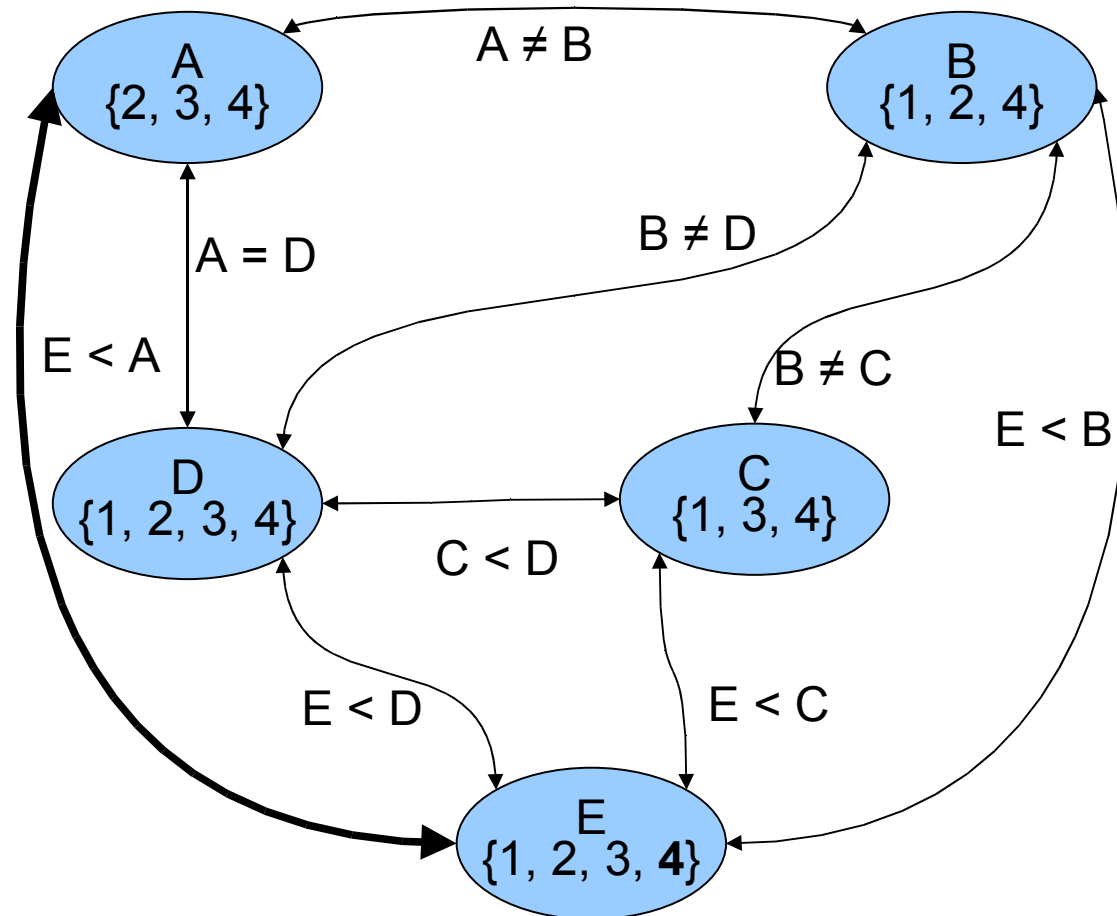
✓ <E, D>

✓ <C, E>

✓ <E, C>

✓ <B, A>

✓ <D, A>



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ $\langle B, D \rangle$

✓ $\langle D, B \rangle$

✓ $\langle B, C \rangle$

✓ $\langle C, B \rangle$

✓ $\langle B, E \rangle$

✓ **$\langle E, B \rangle$**

✓ $\langle D, C \rangle$

✓ $\langle C, D \rangle$

✓ $\langle D, E \rangle$

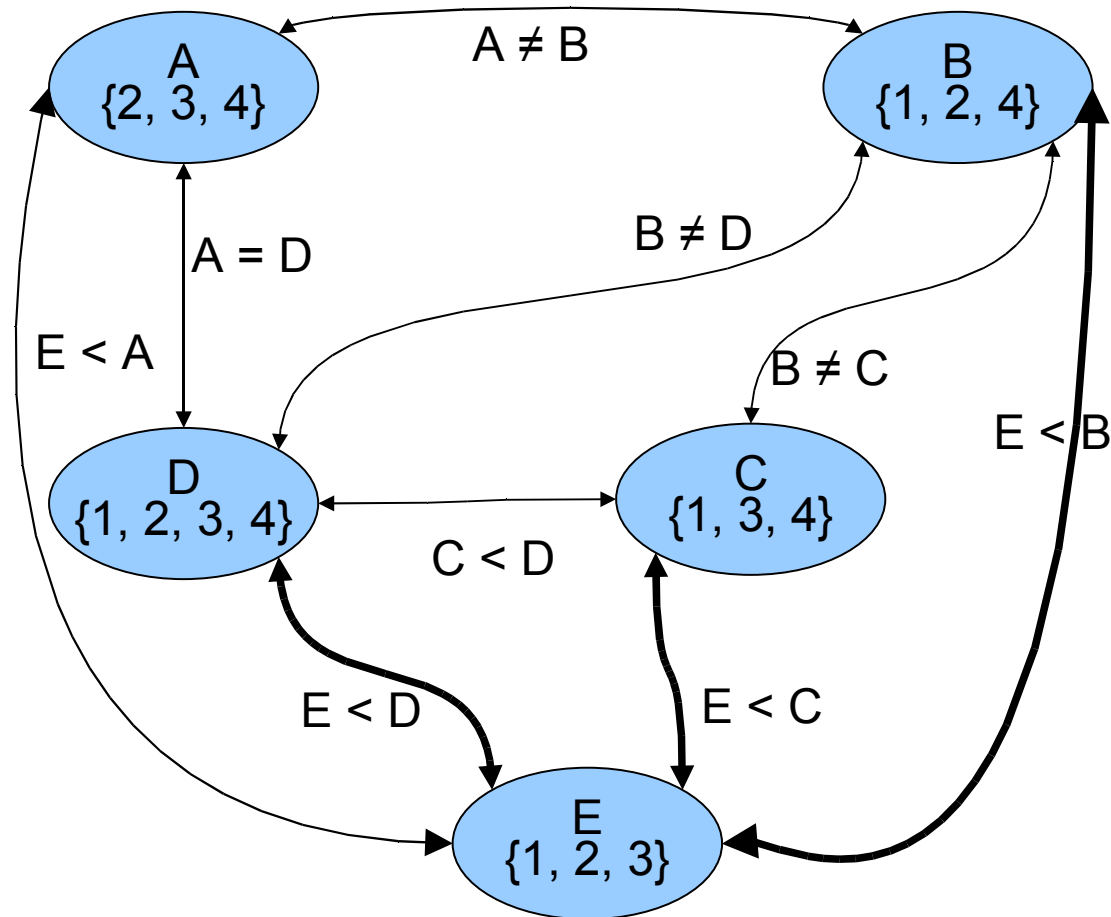
✓ **$\langle E, D \rangle$**

✓ $\langle C, E \rangle$

✓ **$\langle E, C \rangle$**

✓ $\langle B, A \rangle$

✓ $\langle D, A \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ **<B, D>**

✓ **<D, B>**

✓ **<B, C>**

✓ **<C, B>**

✓ **<B, E>** -tira 1 de B

✓ **<E, B>**

✓ **<D, C>**

✓ **<C, D>**

✓ **<D, E>**

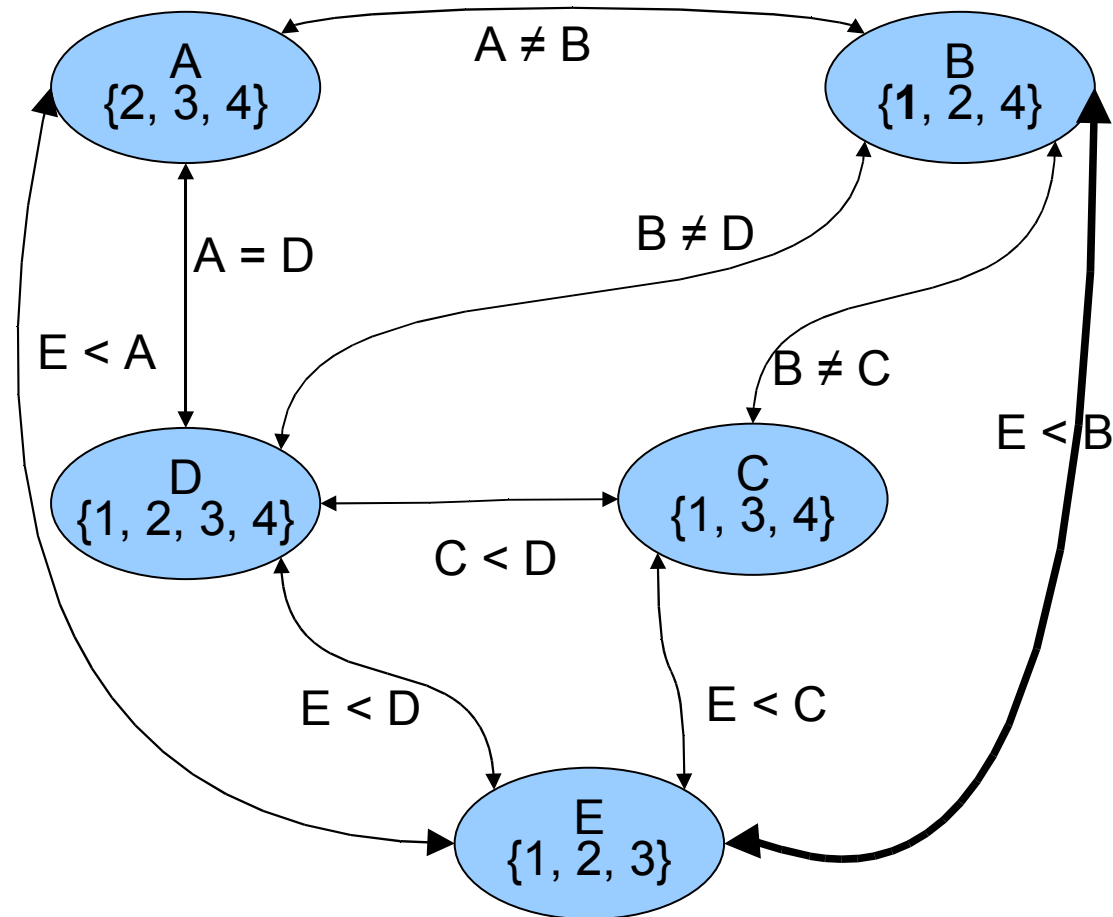
✓ **<E, D>**

✓ **<C, E>**

✓ **<E, C>**

✓ **<B, A>**

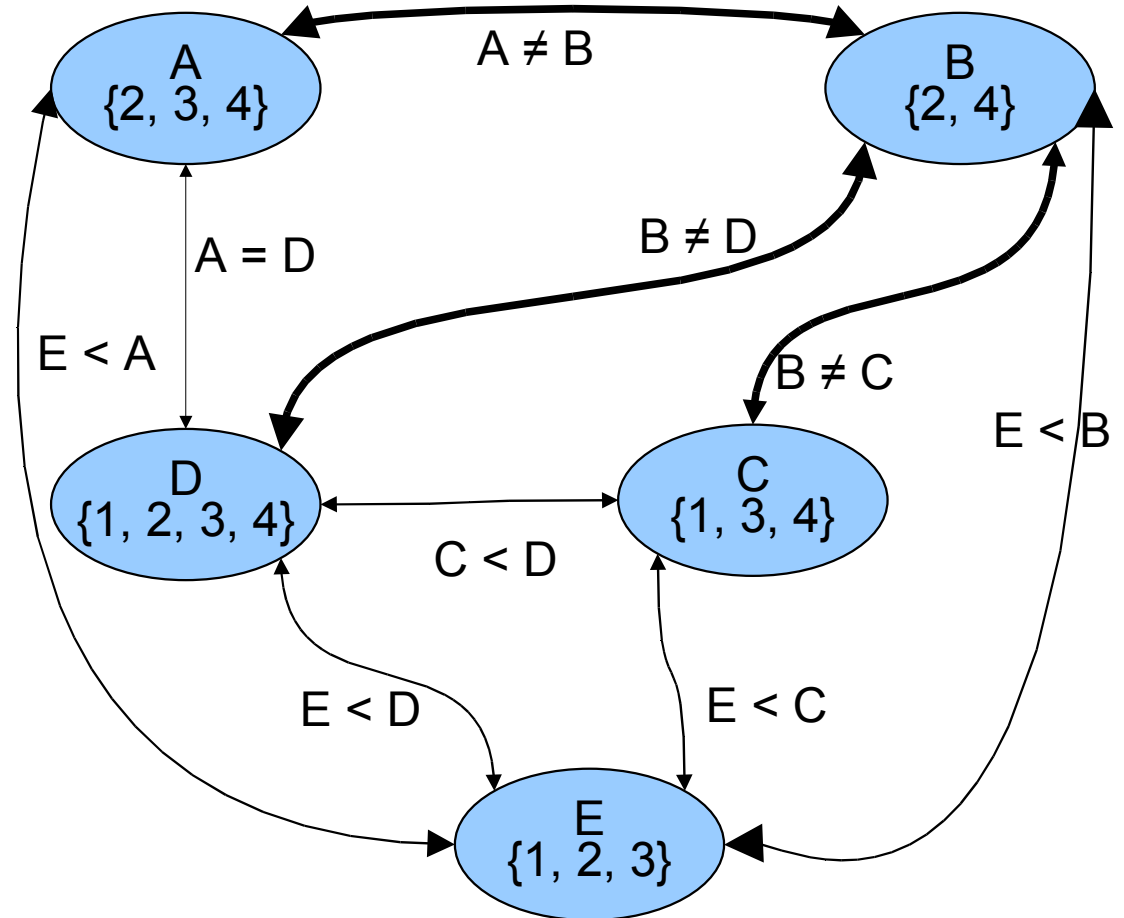
✓ **<D, A>**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

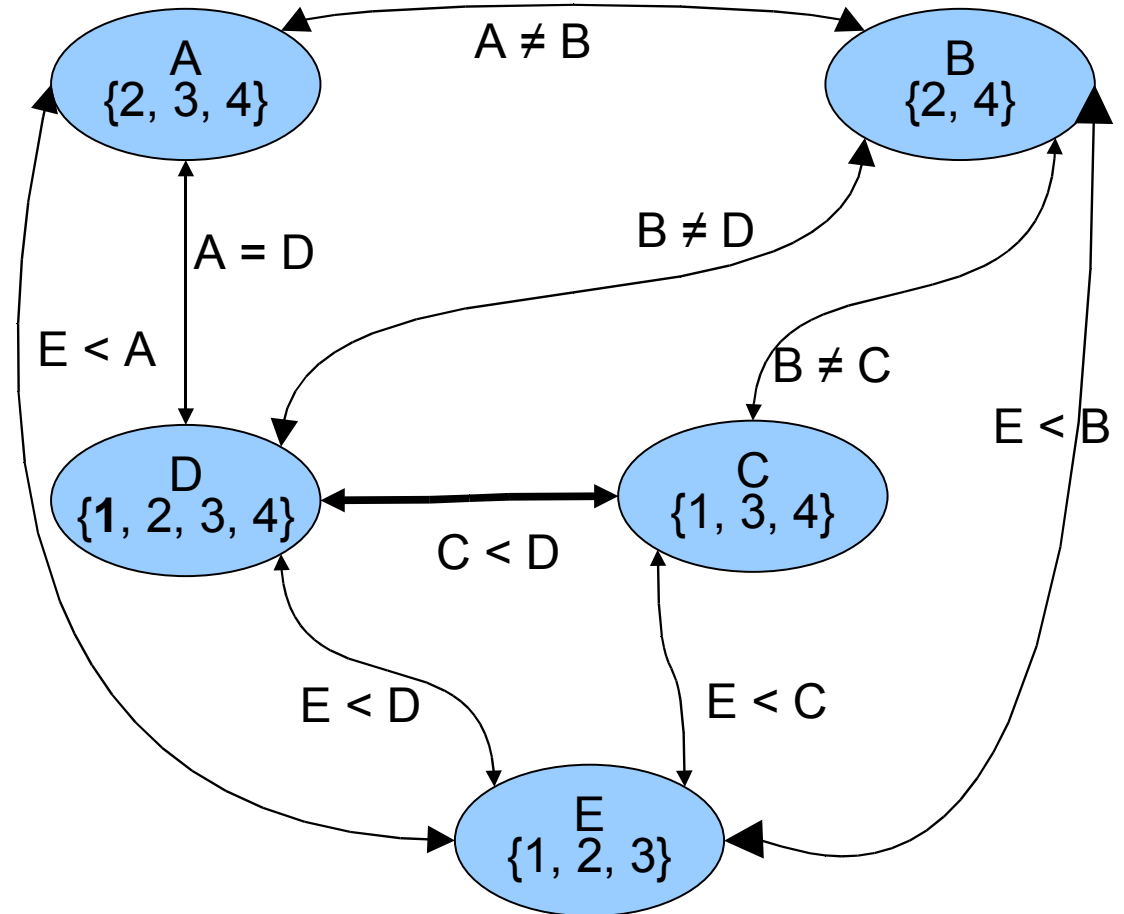
- ✓ $\langle E, B \rangle$
- ✓ $\langle D, C \rangle$
- ✓ $\langle C, D \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$
- ✓ $\langle E, C \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ **$\langle A, B \rangle$**
- ✓ **$\langle D, B \rangle$**
- ✓ **$\langle C, B \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

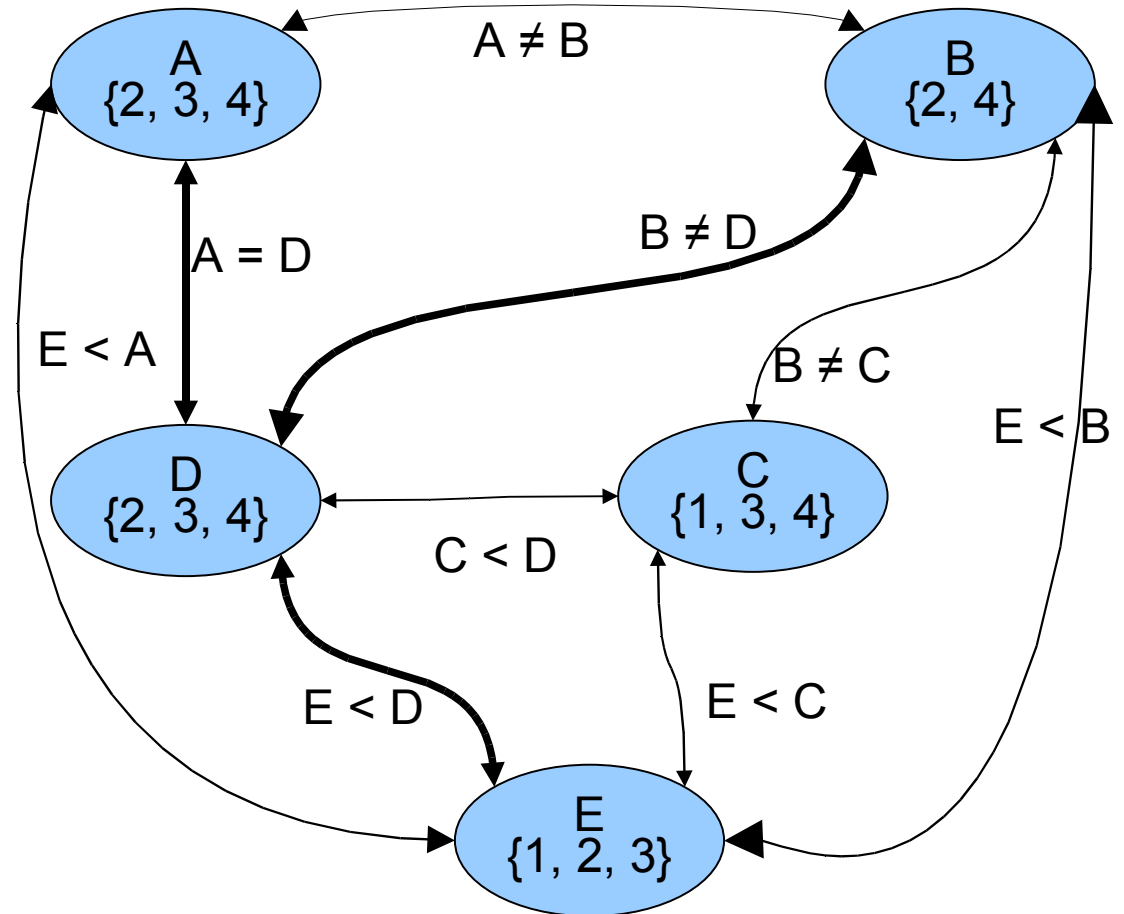
- ✓ $\langle E, B \rangle$
- ✓ $\langle D, C \rangle$ - tira 1 de D
- ✓ $\langle C, D \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$
- ✓ $\langle E, C \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

- ✓ $\langle C, D \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ **$\langle E, D \rangle$**
- ✓ $\langle C, E \rangle$
- ✓ $\langle E, C \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ **$\langle A, D \rangle$**
- ✓ **$\langle B, D \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ **<C, D>** - tira 4 de C

✓ <D, E>

✓ <E, D>

✓ <C, E>

✓ <E, C>

✓ <B, A>

✓ <D, A>

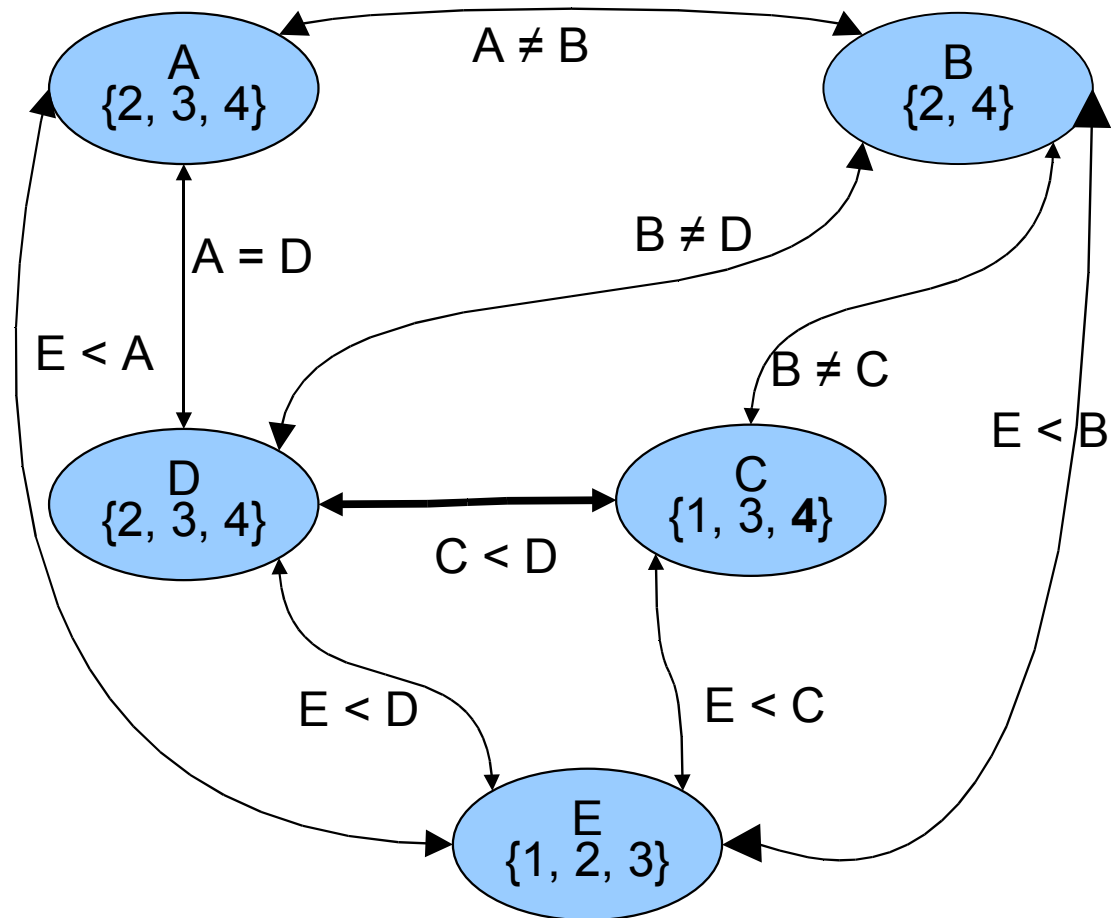
✓ <A, B>

✓ <D, B>

✓ <C, B>

✓ <A, D>

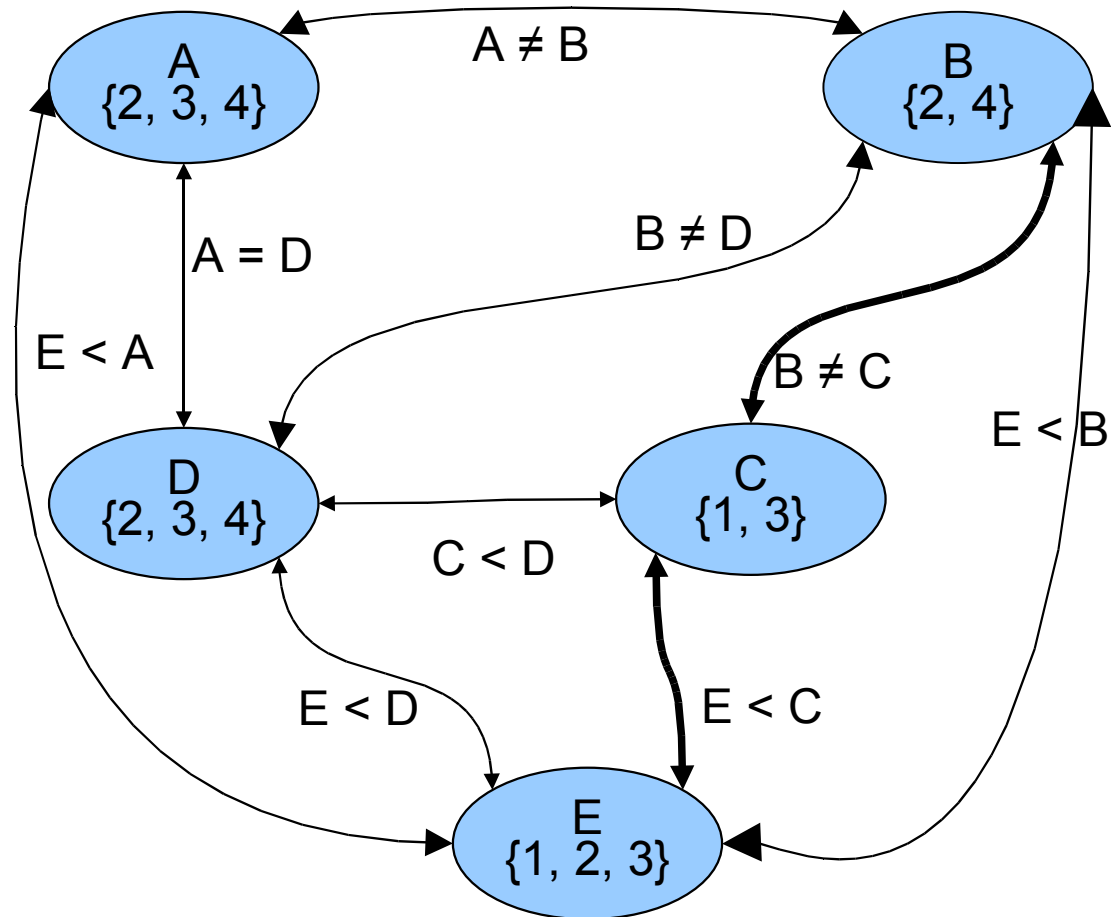
✓ <B, D>



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

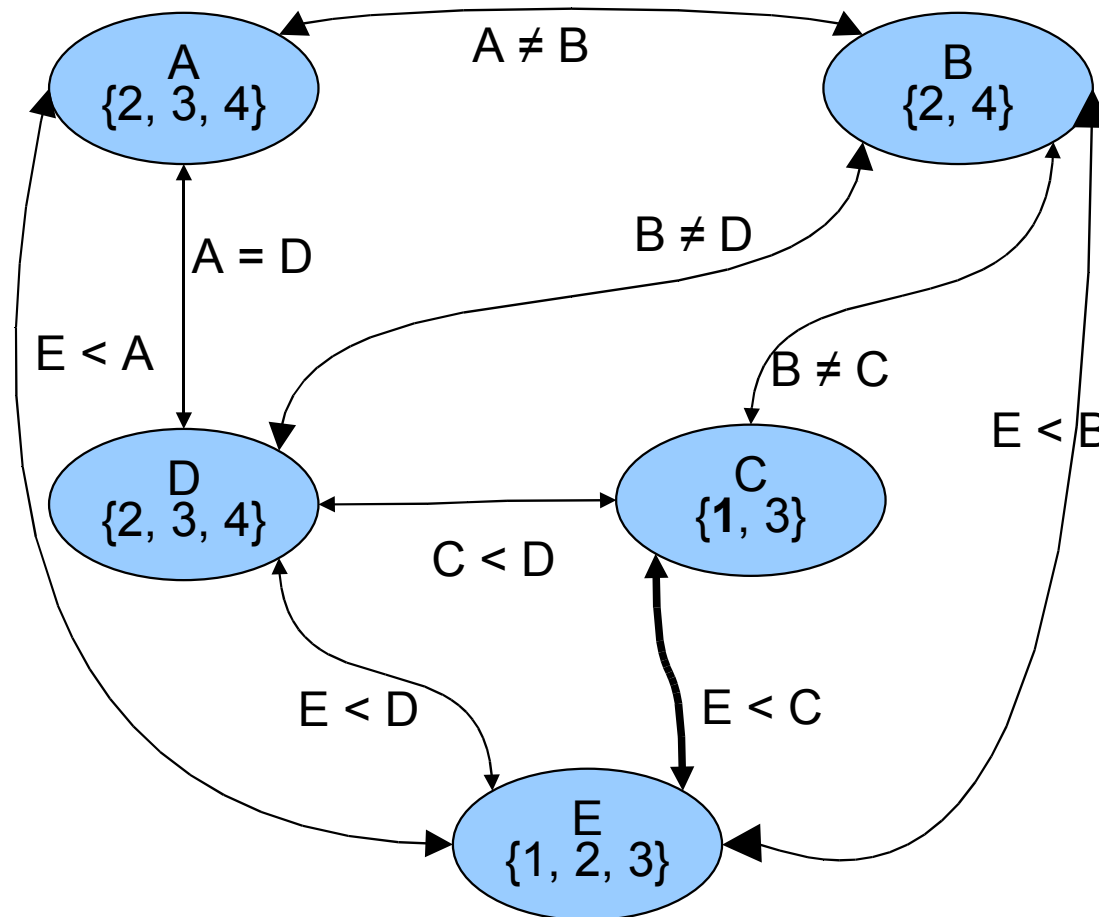
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$
- ✓ **$\langle E, C \rangle$**
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ **$\langle B, C \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

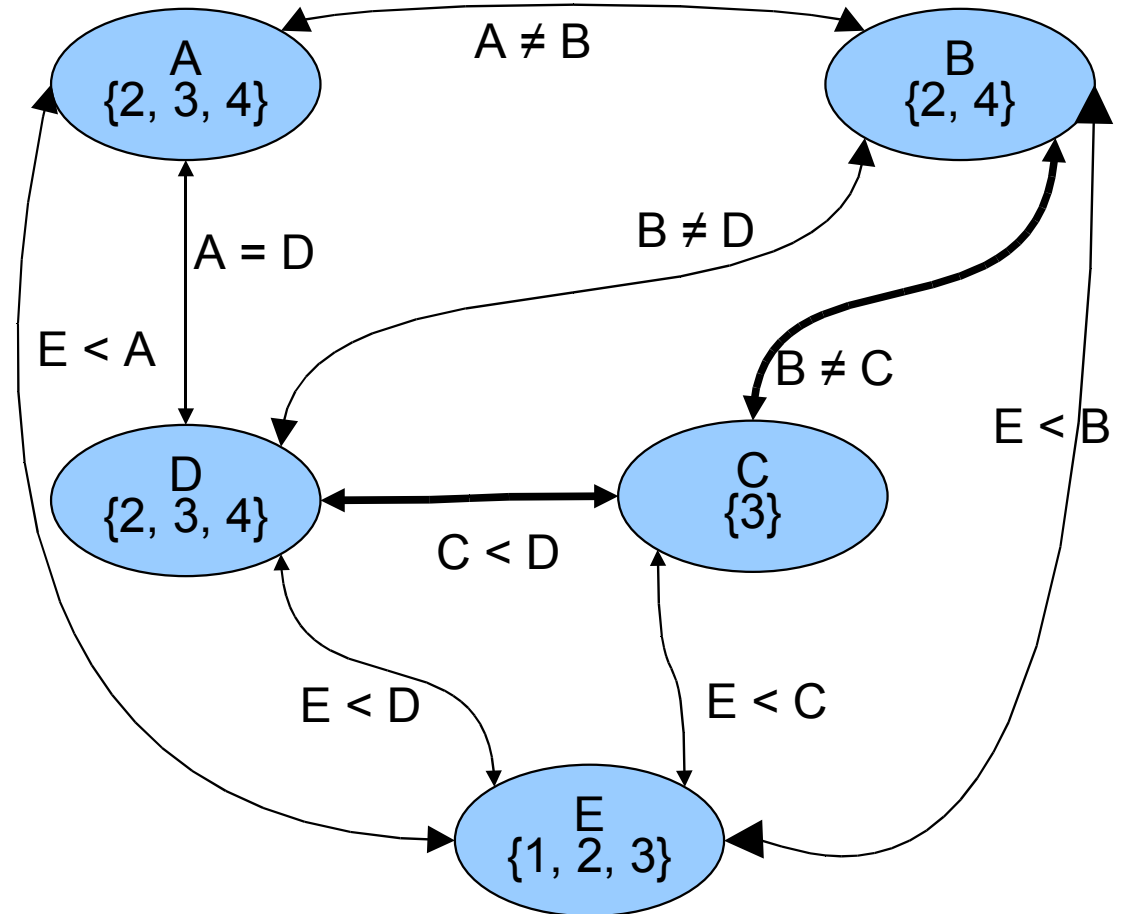
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$ - tira 1 de C
- ✓ $\langle E, C \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle B, C \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

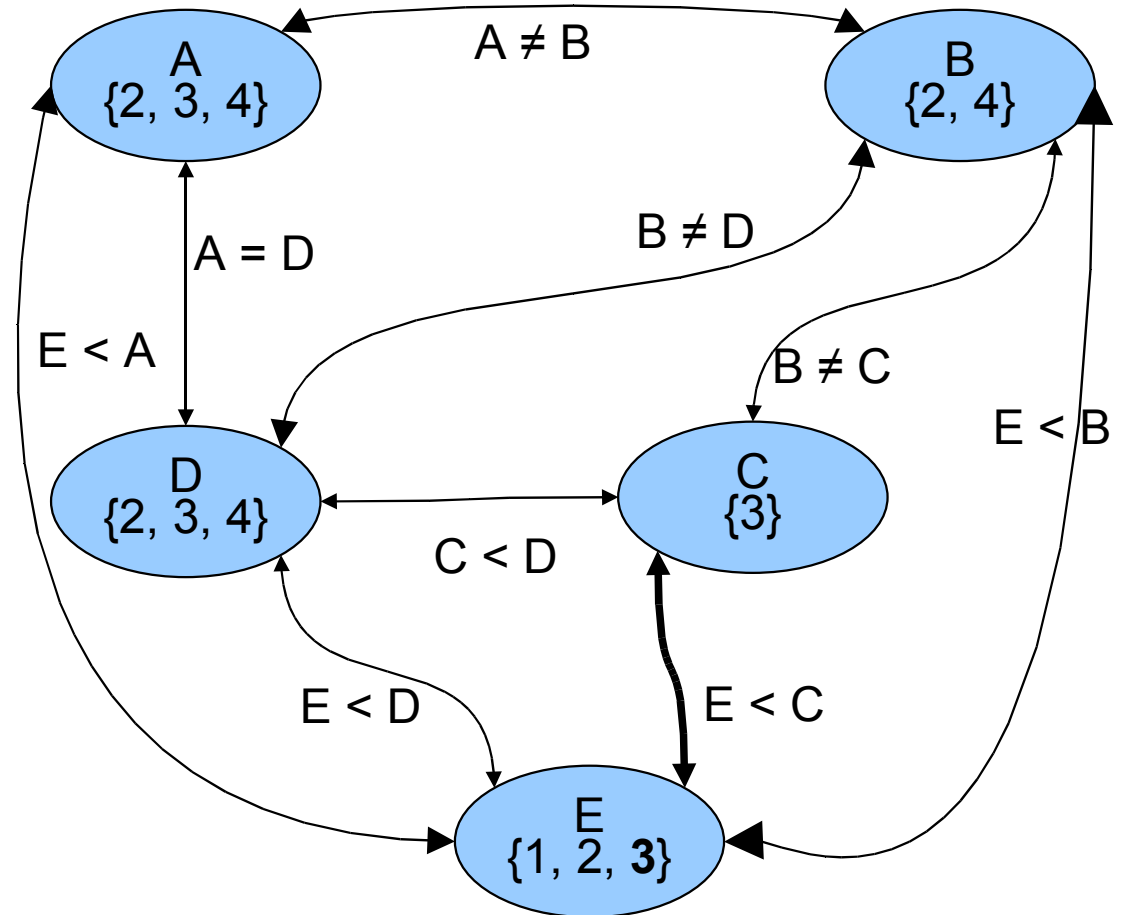
- ✓ $\langle E, C \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ **$\langle B, C \rangle$**
- ✓ **$\langle D, C \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

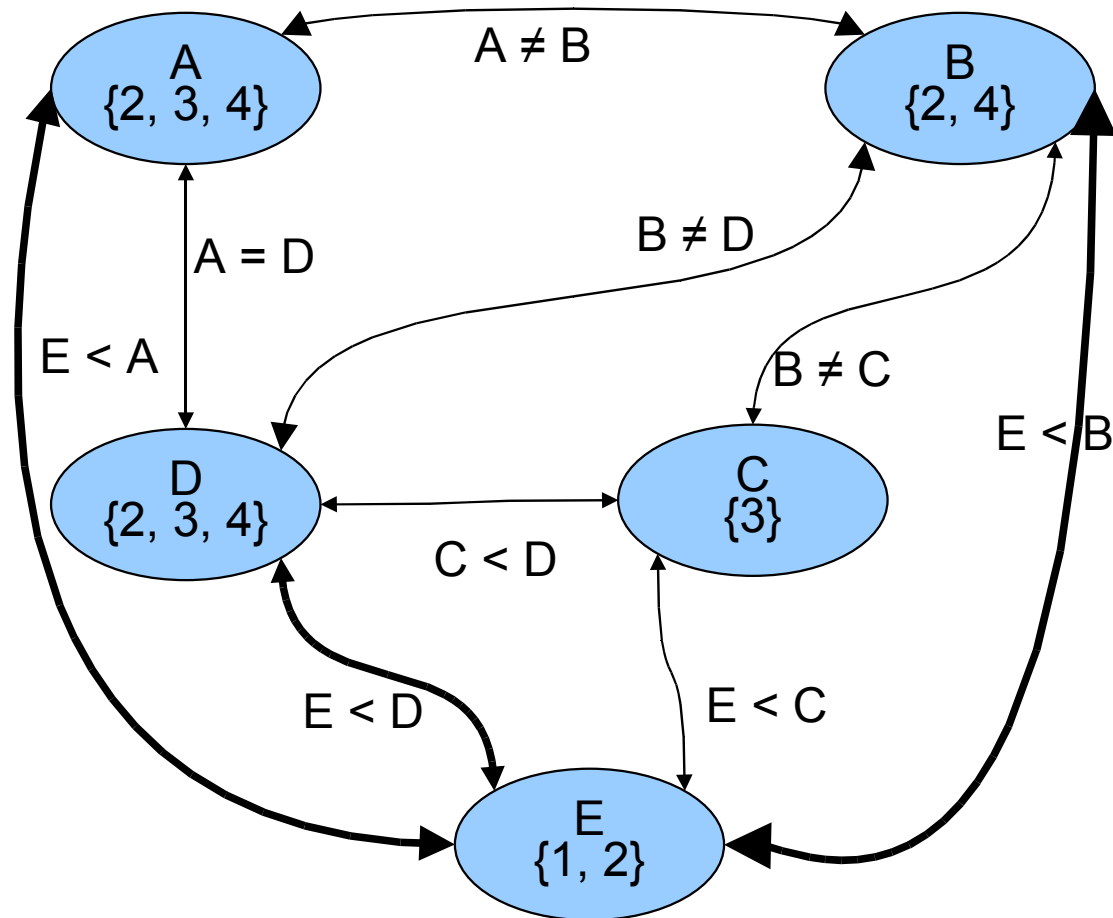
- ✓ **<E, C>** - tira 3 de E
- ✓ <B, A>
- ✓ <D, A>
- ✓ <A, B>
- ✓ <D, B>
- ✓ <C, B>
- ✓ <A, D>
- ✓ <B, D>
- ✓ <B, C>
- ✓ <D, C>



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

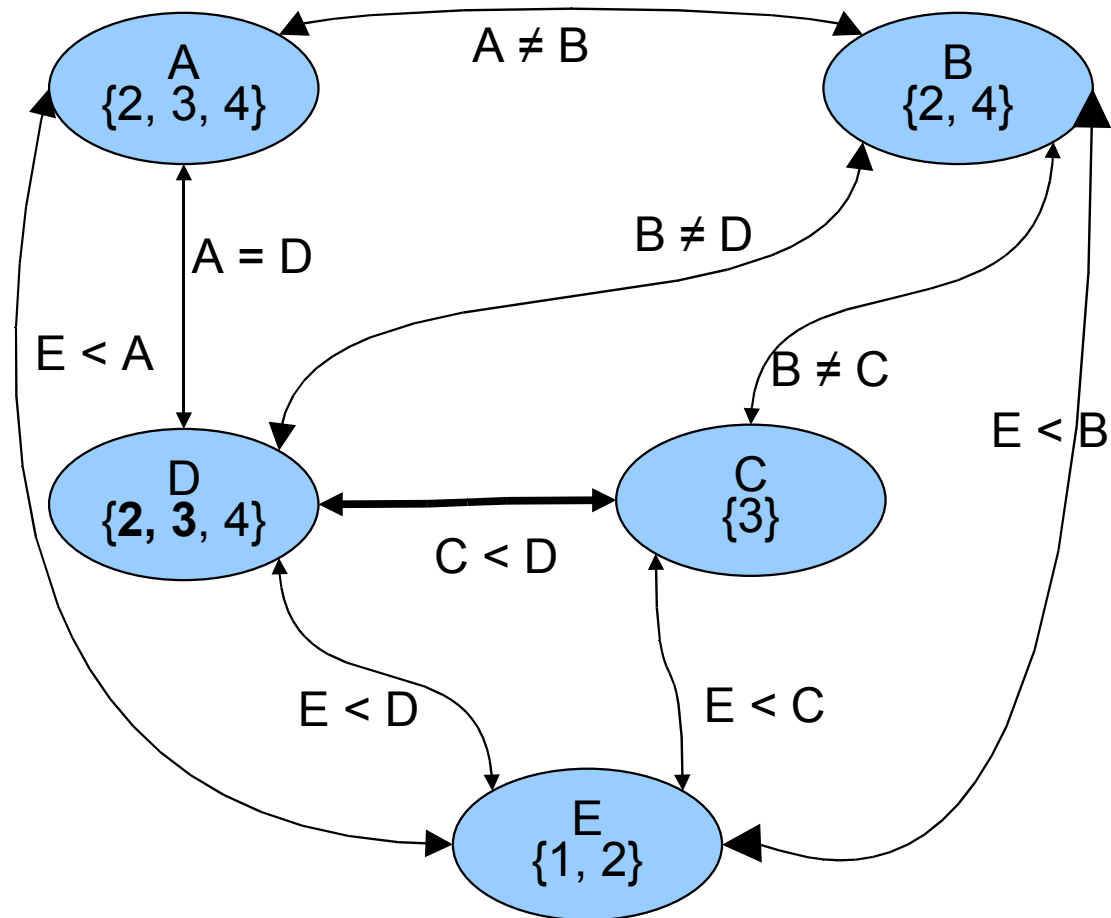
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle B, C \rangle$
- ✓ $\langle D, C \rangle$
- ✓ **$\langle A, E \rangle$**
- ✓ **$\langle B, E \rangle$**
- ✓ **$\langle D, E \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

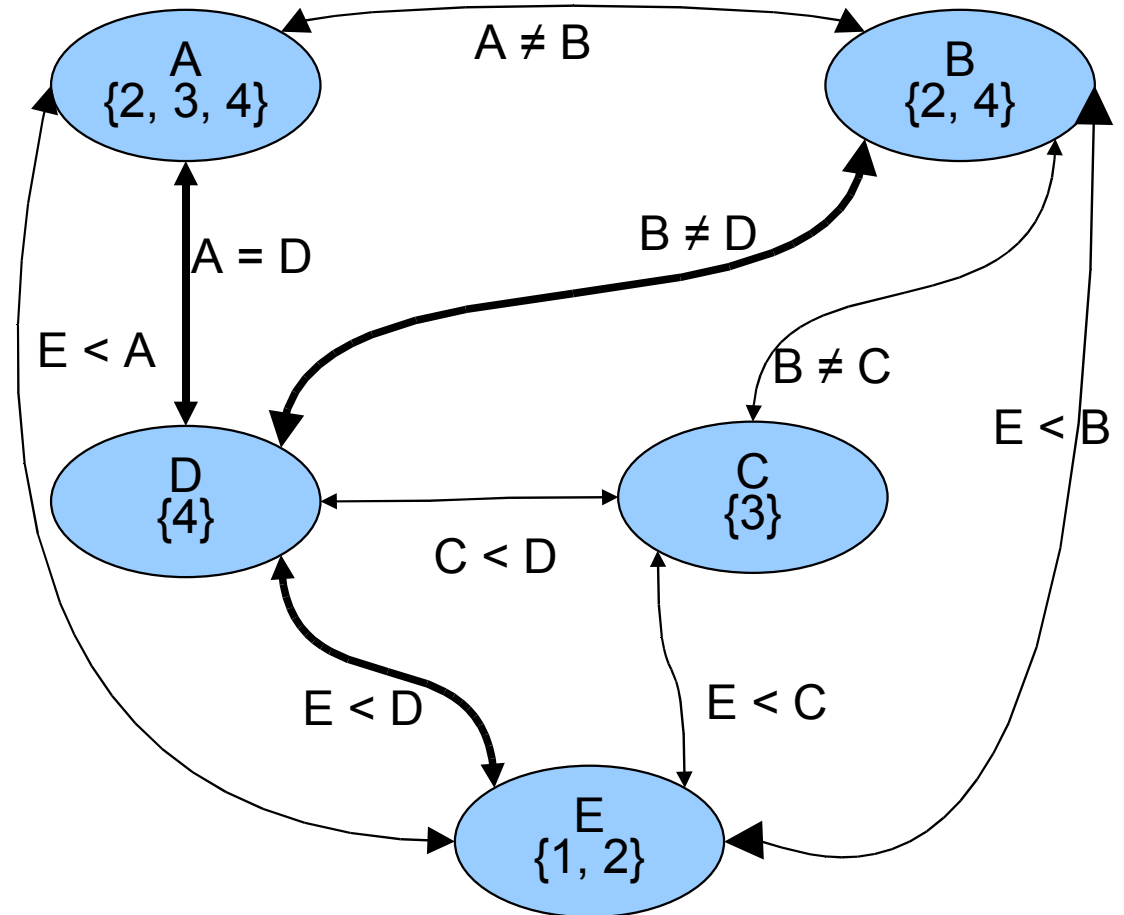
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle D, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle D, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle B, C \rangle$
- ✓ $\langle D, C \rangle$ - tira 2 e 3 de D
- ✓ $\langle A, E \rangle$
- ✓ $\langle B, E \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

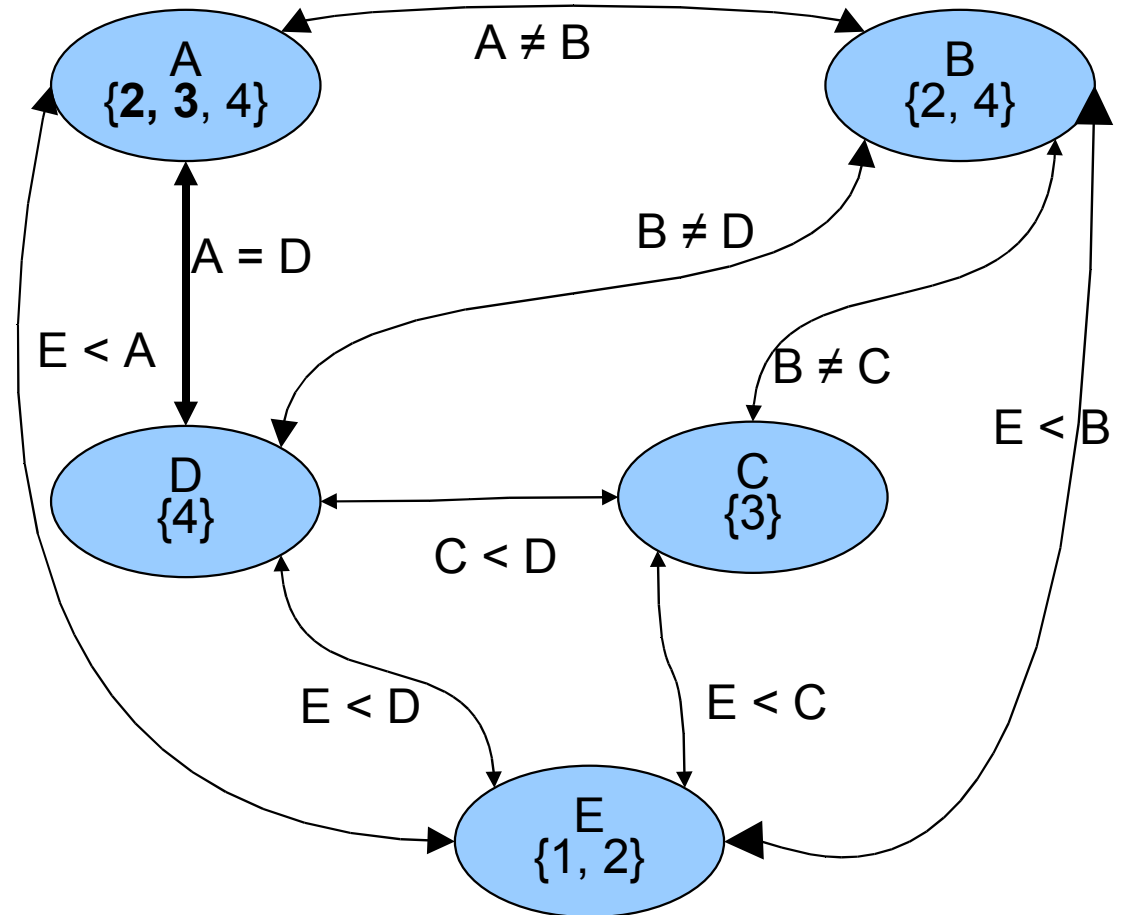
- ✓ $\langle A, E \rangle$
- ✓ $\langle B, E \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ **$\langle A, D \rangle$**
- ✓ **$\langle B, D \rangle$**
- ✓ **$\langle E, D \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

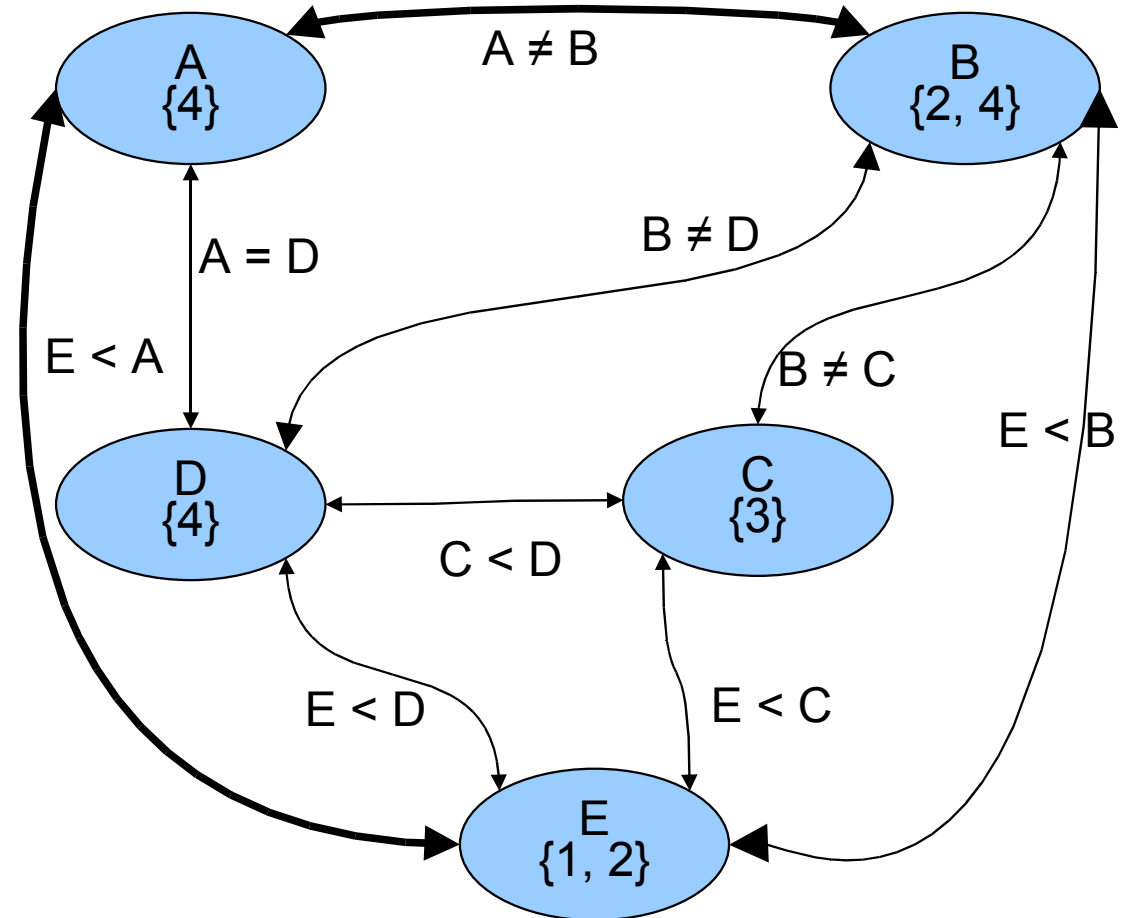
- ✓ $\langle A, E \rangle$
- ✓ $\langle B, E \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle A, D \rangle$ - tira 2 e 3 de A
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

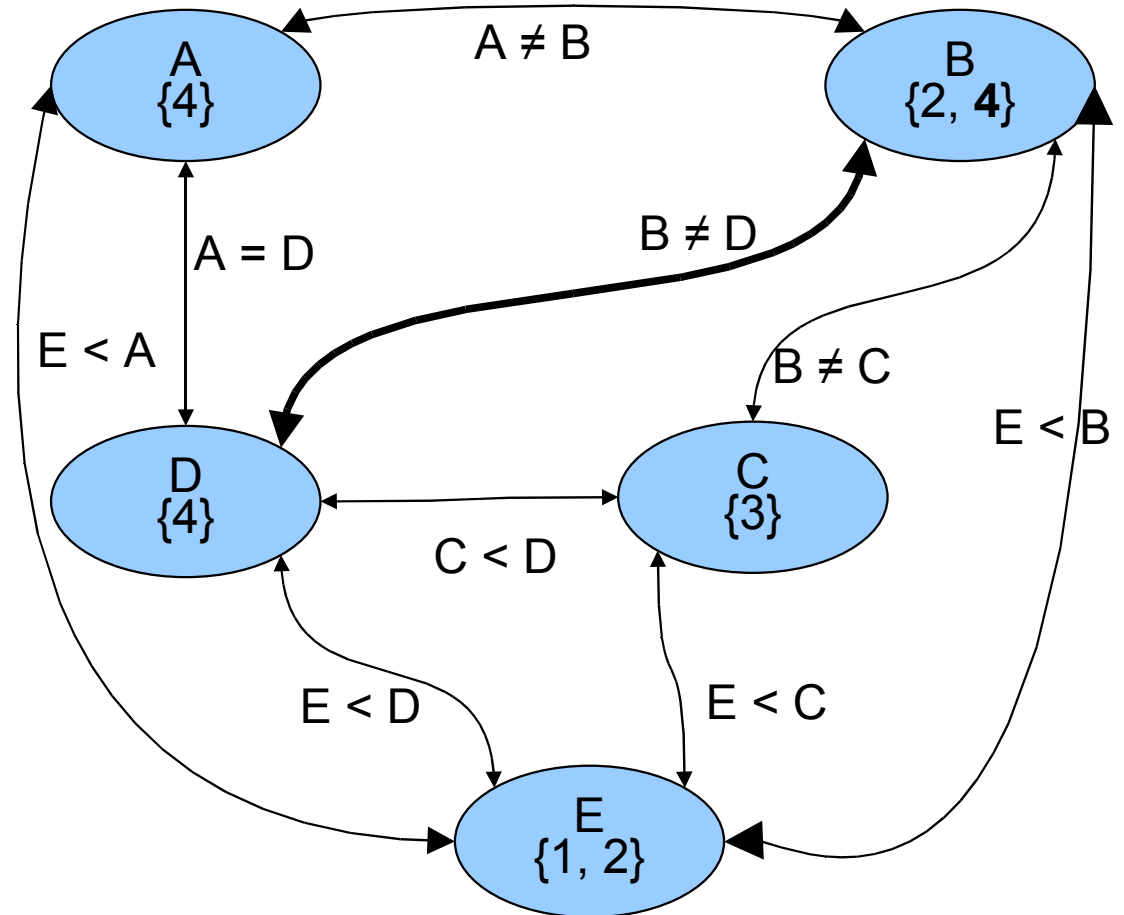
- ✓ $\langle B, D \rangle$
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ **$\langle B, A \rangle$**
- ✓ **$\langle E, A \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

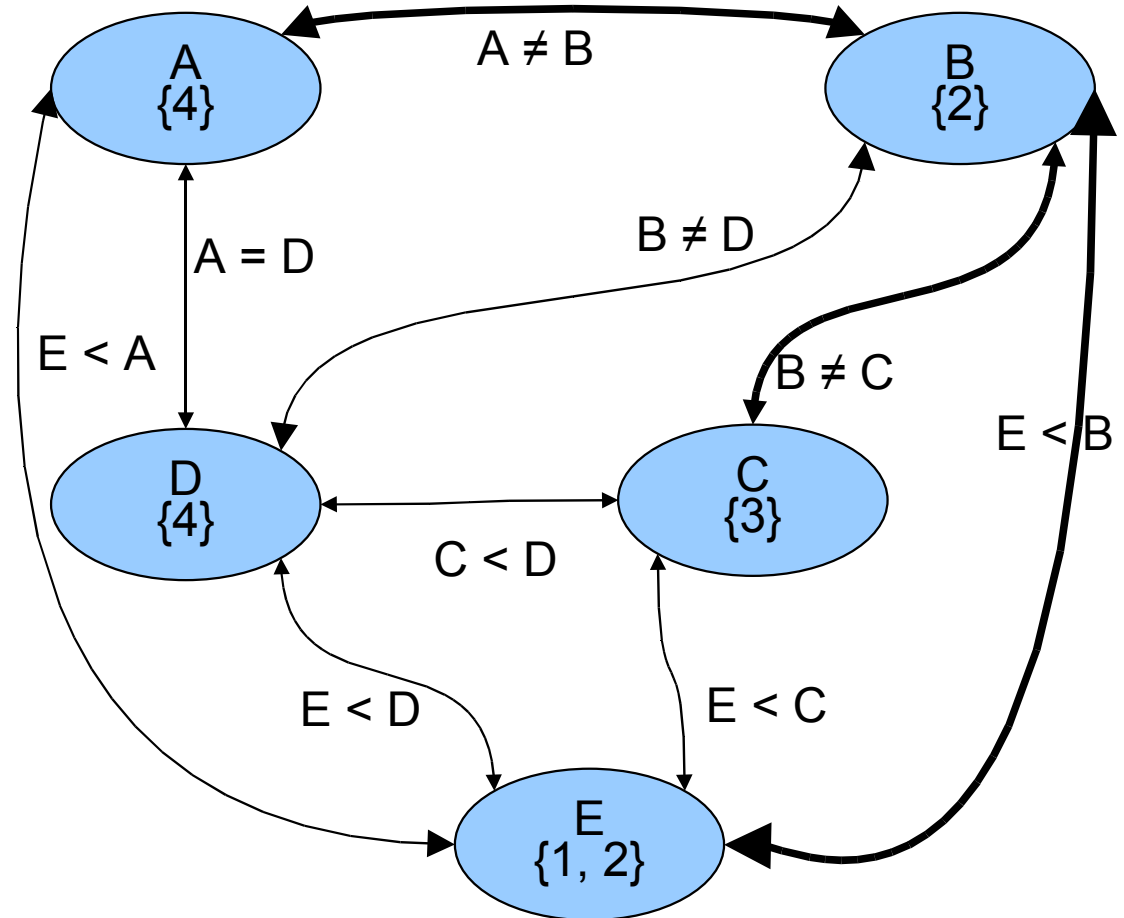
- ✓ **<B, D>** - tira 4 de B
- ✓ <E, D>
- ✓ <B, A>
- ✓ <E, A>



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

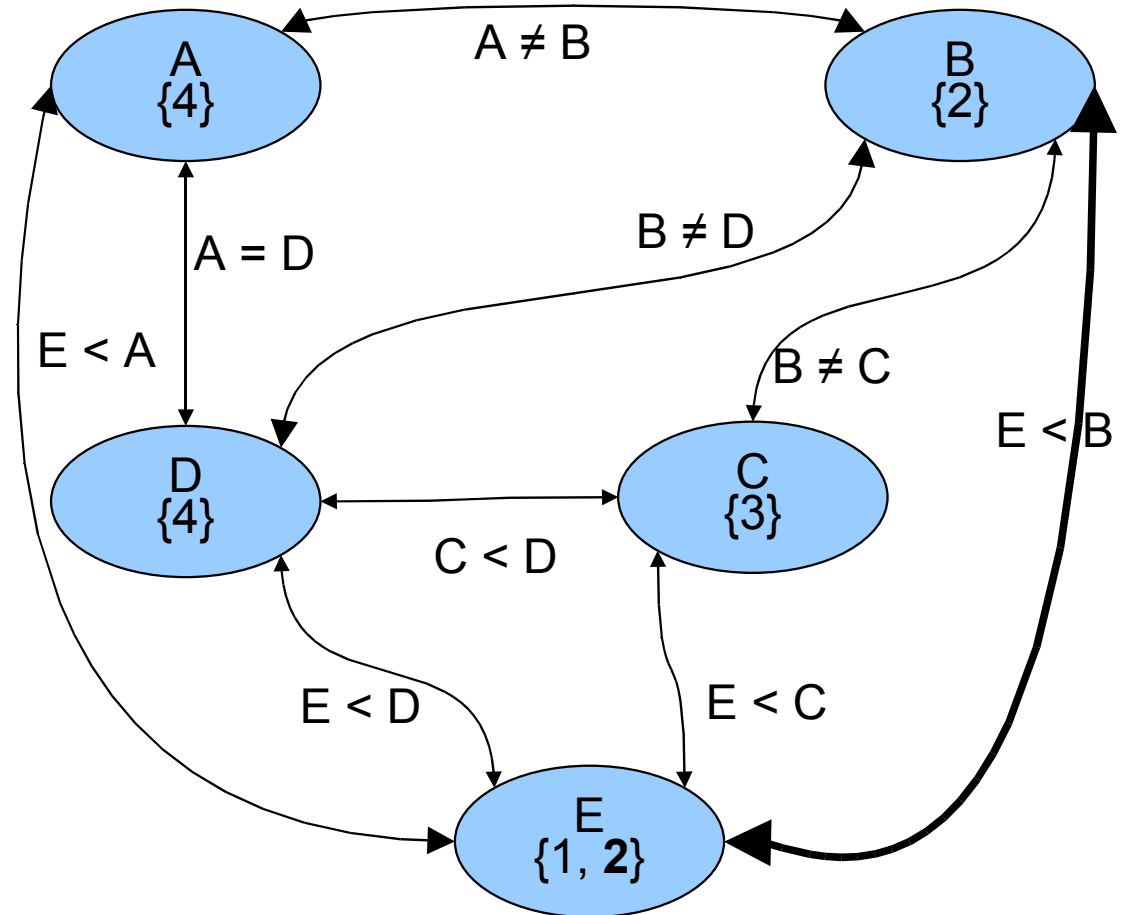
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle E, A \rangle$
- ✓ **$\langle A, B \rangle$**
- ✓ **$\langle C, B \rangle$**
- ✓ **$\langle E, B \rangle$**



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

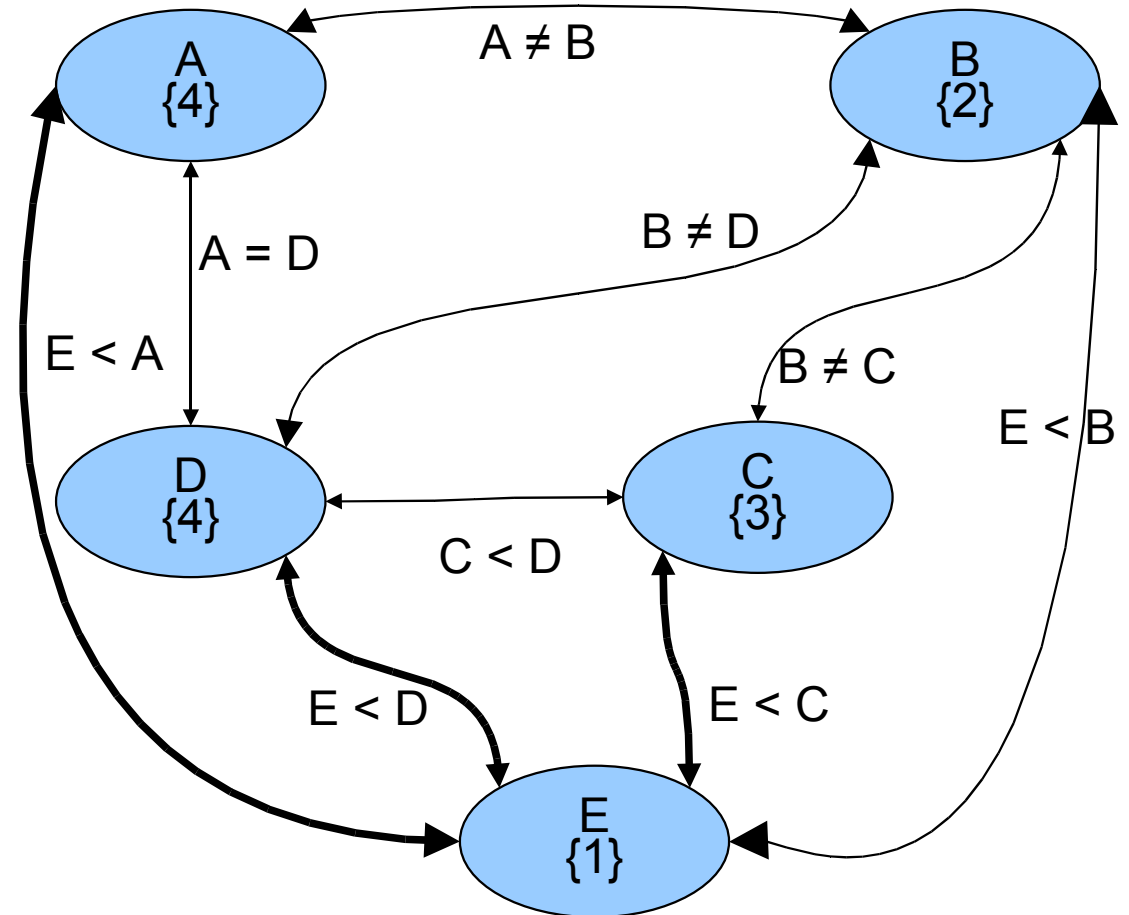
- ✓ $\langle E, D \rangle$
- ✓ $\langle B, A \rangle$
- ✓ $\langle E, A \rangle$
- ✓ $\langle A, B \rangle$
- ✓ $\langle C, B \rangle$
- ✓ $\langle E, B \rangle$ - tira 2 de E



Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

- ✓ $\langle A, E \rangle$
- ✓ $\langle D, E \rangle$
- ✓ $\langle C, E \rangle$



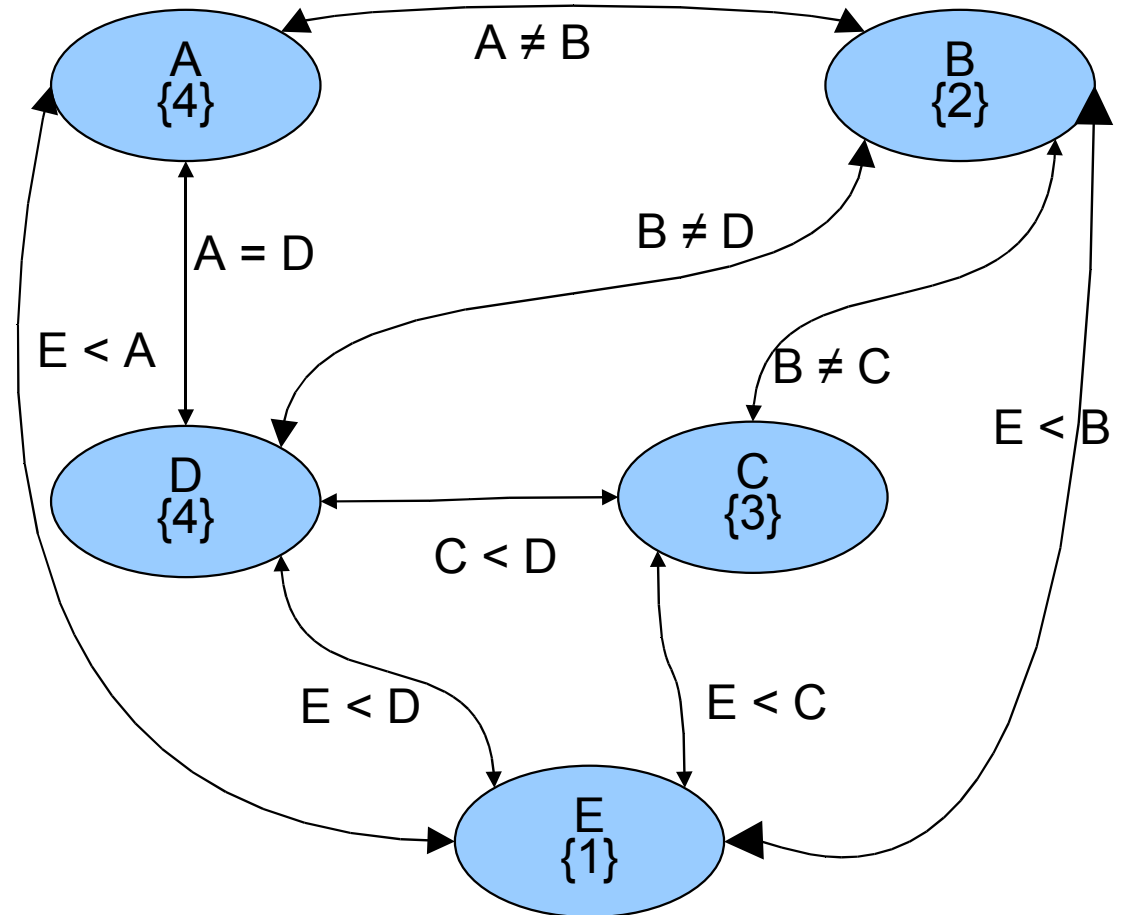
Algoritmo de consistência de arcos AC-3

□ TDA

✓ $\langle A, E \rangle$

✓ $\langle D, E \rangle$

✓ $\langle C, E \rangle$



Resultados do algoritmo AC-3

- Um domínio é vazio
 - Não existe solução para o problema
- Cada domínio tem somente um valor
 - Existe somente uma solução para o problema
- Alguns domínios tem mais que um valor
 - Dividir o domínio e aplicar recursivamente o AC-3
 - É melhor dividir o menor domínio
 - Inicialmente todos os arcos são arco-consistentes exceto aqueles que apontam para o domínio que foi dividido