Regra de Bayes e Redes Bayesianas

Departamento de Informática – DIN
Universidade Estadual de Maringá – UEM
Avenida Colombo, 5790 – CEP: 87020-400 – Maringá - PR
Frederico S. Progiante – E-mail: lambari_sp@hotmail.com
Fernando Vinícius – E-mail: fv.magro@gmail.com
Willian Alexandre dos Santos – E-mail: guitarnoise@pop.com.br

Resumo: O raciocínio bayesiano é baseado na teoria formal das probabilidades (Regra de Bayes[1]) e é usado, extensivamente, em várias áreas atuais de pesquisa. O presente artigo aborda questões básicas a respeito de modelos probabilísticos, teoria de grafos e sua representação em redes bayesianas. Mostraremos como e onde podemos aplicar a regra de bayes e redes bayesianas.

• Introdução

A inteligência artificial tem sido matéria de estudo dos seres humanos por mais de 2000 anos. O sonho do desenvolvimento de uma máquina pensante tem sido fonte de pesquisa desde o desenvolvimento das primeiras máquinas computadas, em meados dos anos 40. A união destas duas áreas de pesquisa deu origem à disciplina chamada Inteligência Artificial [3].

Atualmente, estudos em inteligência artificial podem ser divididos em duas grandes áreas: o desenvolvimento de sistemas que agem como humanos (robôs) e o desenvolvimento de sistemas que agem racionalmente [3].

Dentro do contexto dos sistemas que agem racionalmente, duas abordagens principais podem ser utilizadas: raciocínio lógico e raciocínio probabilístico. O raciocínio lógico pondera sobre o conhecimento prévio a respeito do problema e, sobre esta base de conhecimento retira suas conclusões. Esta abordagem, apesar de poderosa, pode não ser útil em situações onde não se conhece previamente todo o escopo do problema, para estes casos, o raciocínio probabilístico surge como uma boa opção.

Um sistema que possa atuar em situações de incerteza deve ser capaz de atribuir níveis de confiabilidade para todas as sentenças em sua base de conhecimento, e ainda, estabelecer relações entre as sentenças [3].

Como foi dito por Bhatnagar, 1986:

> "O conhecimento incerto é aquele que apresenta deficiências. Em algum momento, os dados podem ser uma representação não exata, parcial ou aproximada da realidade" [2].

---

[1] Também conhecido como Lei de Bayes ou teorema de Bayes publicado pelo matemático Thomas Bayes em 1763.

A teoria matemática da probabilidade fornece meios para descrever e manipular o conhecimento incerto. Um de seus resultados mais úteis é o teorema de bayes, que mostra uma maneira de calcular a probabilidade de um evento em particular, dado algum conjunto de observações que tenhamos feito. Uma rede bayesiana constitui-se num grafo orientado, onde cada nó representa uma variável, e cada arco representa uma relação de dependência probabilística (a influência que uma variável tem em relação à outra) [1].

As redes bayesianas relaxam as restrições do modelo bayesiano completo e mostram como os dados de um domínio (ou mesmo a ausência de dados) podem dividir e focar o raciocínio. É importante observar que o modelo baseia-se em probabilidades prévias e informações com um certo nível de incerteza, para representar o conhecimento. Um modelo totalmente incerto não seria de grande utilidade e não teria ponto de partida para a manipulação de suas situações e a geração de novas representações [2].

- ## Raciocínio sobre incerteza

A principal vantagem de raciocínio probabilístico sobre raciocínio lógico é fato de que agentes podem tomar decisões racionais mesmo quando não existe informação suficiente para se provar que uma ação funcionará [3]. Alguns fatores podem condicionar a falta de informação em uma base de conhecimento, os principais são:

  - Impossibilidade: Em alguns casos, o trabalho exigido para a inserção de todos os antecedentes ou conseqüentes que configurem uma base de conhecimento onde quaisquer inferências a respeito do domínio do problema podem ser efetuadas, pode ser muito oneroso [3].
  - Ignorância Teórica: Em alguns casos não se possui o conhecimento de todo domínio do problema [3].

- ## Teorema de Bayes

O modelo bayesiano interpreta a probabilidade de uma proposição como o grau de crença de um agente na veracidade dessa proposição. Por exemplo, um dentista pode dizer: “na minha opinião, eu espero que a probabilidade de cárie seja aproximadamente 0.1”. P(A|W) é o grau de crença do agente na veracidade da proposição A, dado sua experiência e conhecimento W. Nesse sentido, toda probabilidade é condicionada ao conhecimento do agente, diferentemente do enfoque em que se considera as probabilidades como sendo aspectos reais do universo não dependentes do conhecimento do agente [4].

A inferência bayesiana repousa sobre o celebrado teorema de bayes, dado pela equação abaixo:

$$P(H \mid e) = \frac{P(e \mid H)P(H)}{P(e)}$$

Figura 1 – Teorema de Bayes

- $P(H)$ é a probabilidade de ocorrer H;
- $P(H|e)$ é a probabilidade condicional de H, isto é, a probabilidade de H após conhecer a evidência e;
- $P(e|H)$ é a probabilidade condicional de e, isto é, probabilidade de e após conhecer a evidência H;

Dado que $P(H|e)+P(\neg H|e) = 1$, tem-se que $P(e|H)P(H)+P(e|\neg H)P(\neg H) = P(e)$. Deste modo, pode-se expressar a fórmula da inversão em termos proporcionais, sem o fator de normalização P(e), como na equação abaixo:

$$P(H|e)= \alpha\, P(e|H)P(H)$$

Figura 2 – Teorema de Bayes sem o fator de normalização

- ## Aplicações do Teorema de Bayes

A regra de bayes é amplamente utilizada na prática, pois existem muitos casos em que fazemos boas estimativas probabilísticas. Para sua aplicação, requer-se [5]:

- Conhecer as probabilidades *a priori* p(decisão);

- As probabilidades condicionais p(x|decisão);

A seguir, demonstraremos situações onde é utilizada a regra de bayes:

Exemplo 1: O presente exemplo foi retirado de [5]. Determine se um paciente tem cancro (h1)ou não (h2), sabendo que o paciente foi submetido a um exame de laboratório para detectar se tinha cancro, e o resultado do exame deu positivo. Este exame devolve um resultado positivo (+) correto em apenas 98% dos casos em que a doença está efetivamente presente, e um resultado negativo (-) correto em apenas 97% dos casos em que a doença não está presente. Além disso, 0.008 da população total sofre de cancro.

Tabela 1 – Dados do exemplo 1

Probabilidade de ocorrer o evento	Evento
P(+ | h1) = 0.98	Probabilidade do resultado do exame ser correto, dado que o paciente possui cancro.
P(- | h1) = 0.02	Probabilidade do resultado do exame ser incorreto, dado que o do paciente possui cancro.
P(h1)=0.008	Probabilidade de a população sofrer de cancro
P(- | h2) = 0.97	Probabilidade do resultado do exame ser correto, dado que o paciente não possui cancro.
P(+ | h2) = 0.03	Probabilidade do resultado do exame ser incorreto, dado que o do paciente não possui cancro.
P(h2)=1-P(h1) = 0.992	Probabilidade da população não possuir cancro.

Para um novo doente o teste é positivo. Qual deverá ser o diagnóstico?

P(h1 | +) = ?   P(h2 | +) = ?

Como:

$$P(h1|+) = \frac{P(+|h1)P(h1)}{P(+)} = \frac{X}{K} \rightarrow \quad P(h1 | +) = P(+ | h1) . P(h1)$$

$$P(h2|+) = \frac{P(+|h2)P(h2)}{P(+)} = \frac{Y}{K} \rightarrow \quad P(h2 | +) = P(+ | h2) . P(h2)$$

Então, a hipótese resume-se a:

P(h1 | +) = (+ | h1) . P(h1) → (0,98) X (0,008) = 0,00784

P(h2 | +) = P(+ | h2).P(h2) → (0,03) X (0,992) = 0,029

Logo, o doente não sofre de cancro, pois $H_{máx}$ = h2

Exemplo 2: O seguinte exemplo foi retirado de [6]. Pacientes com problemas cardíacos são sujeitos a um eletrocardiograma (ECG). Os resultados são classificados:

- positivos (+ECG) sugerindo doença cardíaca (+DC)
- negativos (-ECG) no caso de não haver doença cardíaca (-DC)

Assumindo que um dado paciente realizou um eletrocardiograma positivo pretende-se saber qual a probabilidade deste ter doença cardíaca ?

→ P(+DC | + ECD)

Sabendo que:

– 10 pessoas em 100 têm um ataque cardíaco

– 90 pessoas em 100 que tiveram doença cardíaca produziram um eletrocardiograma positivo

– 95 pessoas em 100 que não tiveram doença cardíaca produziram um eletrocardiograma negativo

Resolução:

- 10 pessoas em 100 têm um ataque cardíaco

  → P(+DC) = 0.1

  → P(-DC) = 1- P(+DC) = 1 - 0.1 = 0.9

- 90 pessoas em 100 que tiveram doença cardíaca produziram um eletrocardiograma positivo (+ECD)

  → P(+ECD | +DC) = 0.9

- 95 pessoas em 100 que não tiveram doença cardíaca produziram um eletrocardiograma negativo (-ECD)

- → P (-ECD | -DC) = 0.95

  → P (+ECD | -DC) = 1 - P(-ECD | -DC) = 1 - 0.95 = 0.05

P(+ECD) = P(+ECD | +DC) * P(+DC) + P(+ECD | -DC) * P(-DC)

= 0.9 * 0.1 + 0.05 * 0.9 = 0,135

P(+DC | + ECD) = (P(+ECD | +DC) * P(+DC)) / P(+ECD)

P(+DC | + ECD) = 0.1 * 0.9 / 0,135 = 0.67 → 67%

Logo a probabilidade do paciente ter doença cardíaca, sabendo que seu exame foi positivo é de 67%.

Exemplo 3: O atual exemplo foi extraído de [7]. Um médico sabe que a meningite faz o paciente ter uma rigidez no pescoço, digamos, durante 50% do tempo. O médico também conhece alguns fatos incondicionais: a probabilidade a *priori* de um paciente ter meningite é 1/50.000, e a probabilidade *a priori* de qualquer paciente ter uma rigidez no pescoço é 1/20. Sendo *s* a proposição de que o paciente tem uma rigidez no pescoço e *m* a proposição de que o paciente tem meningite, temos:

P(*s*|*m*) = 0,5

P(*m*) = 1/50.000

P(*s*) = 1/20

P(m|*s*) = $\frac{P(s\mid m)P(m)}{P(s)} = \frac{0{,}5 * 1/50.000}{1/20}$ =0,0002 = 0.02% = 1 a cada 5.000

Ou seja, esperamos que apenas 1 em 5.000 pacientes com rigidez no pescoço tenha meningite. Embora a rigidez no pescoço seja uma indicação bastante forte de meningite (com probabilidade 0,5), a probabilidade de o paciente estar acometido de meningite permanece pequena. Isso ocorre porque a probabilidade *a priori* sobre rigidez no pescoço é muito mais alta que a probabilidade *a priori* sobra a meningite.

- ## Redes de Bayes

Matematicamente, uma rede bayesiana é uma representação compacta de uma tabela de conjunção de probabilidades do universo do problema. Por outro lado, do ponto de vista de um especialista, redes bayesianas constituem um modelo gráfico que representa de forma simples as relações de causalidade das variáveis de um sistema [3].

Uma rede bayesiana consiste do seguinte:

- Um conjunto de variáveis e um conjunto de arcos ligando as variáveis.
- Cada variável possui um conjunto limitado de estados mutuamente exclusivos.
- As variáveis e arcos formam um grafo dirigido sem ciclos.
- Para cada variável A que possui como pais B_1, ..., B_n, existe uma tabela P(A| B_1, ..., B_n).

Caso A não possua um pai, a tabela de probabilidades é reduzida para uma probabilidade incondicional P(A). Uma vez definida a topologia da rede, basta especificar as probabilidades dos nós que participam em dependências diretas, e utilizar estas para computar as demais probabilidades que se deseje [3].

A construção de uma rede bayesiana exige que certos cuidados sejam tomados de forma a permitir que a tabela conjunção de probabilidades resultante seja uma boa representação do problema. Para sua construção utilizaremos como base a equação abaixo [3] :

$$P(x_1, ..., x_n) = \Pi\ P(x_i|Pais(X_i)) \text{ para } 0 \geq i \geq n \qquad (1)$$

Assim, cada entrada da tabela é representada pelo produto dos elementos apropriados das tabelas de probabilidades condicionais (CPT). As CPTs constituem então uma representação distribuída da tabela de conjunção de probabilidades do problema [3].

Então: $P(x_1, ..., x_n) = \Pi\ P(x_i|Pais(X_i))$ para $0\geq i\geq n$, será reescrita para

$$P(x_1, ..., x_n) = P(x_n| x_{n-1}, ... x_1)\ P(x_{n-1}, ... x_1)$$

Este processo será repetido, reduzindo cada conjunção de probabilidades em uma probabilidade condicional e uma conjunção menor.

$$P(x_1, ..., x_n) = P(x_n| x_{n-1}, ... x_1)\ P(x_{n-1}| x_{n-2}, ... x_1)...\ P(x_2| x_1)\ P(x_1) = \Pi\ P(x_i|xi_{-1}, ... x_1) \text{ para } 0\geq i\geq n$$

Comparando esta equação com (1), observamos que a especificação de uma tabela de conjunção de probabilidades é equivalente com a declaração geral:

$$P(X_i|X_i -1, ..., X_1) = P(X_i|Pais(X_i)) \text{ para } Pais(X_i) \subseteq \{ xi_{-1}, ... x_1) \qquad (2)$$

Esta equação expressa que, uma rede bayesiana é a representação correta de um domínio se e somente se, cada nó é condicionalmente independente de seus predecessores, dado seu pai. Portanto, para se construir uma rede cuja estrutura represente devidamente o domínio do problema, é necessário que para todo nó da rede esta propriedade seja atendida. Intuitivamente, os pais de um nó X_i devem conter todos os nós $X_1, ..., X_{i-1}$ que influenciem diretamente X_i [3].

Então, um procedimento geral para construção de redes Bayesianas seria:

1. Escolha um conjunto de variáveis X_i que descrevam o domínio.
2. Escolha uma ordem para as variáveis.
3. Enquanto existir variáveis:
    a. Escolha uma variável X_i e adicione um nó na rede.

    b. Determine os nós Pais(X_i) dentre os nós que já estejam na rede e que satisfaçam a equação (2).

    c. Defina a tabela de probabilidades condicionais para X_i.

O fato de que cada nó ser conectado aos nós mais antigos da rede, garante que o grafo será sempre acíclico.

• Aplicações de redes de bayes

Com o uso do teorema de bayes, as redes bayesianas possuem um grande campo de utilização. Nesse sentido, uma rede bayesiana possui dois componentes principais:

a) uma estrutura, S, que define relacionamento qualitativo causal entre os nós.

b) parâmetros numéricos, Θ, que quantificam a relação probabilística causal entre os nós da estrutura.

A seguir, exemplificaremos aplicações de redes bayesianas:

Exemplo 1: O seguinte exemplo é proveniente de [7]. Você possui um novo alarme contra ladrões em casa. Este alarme é muito confiável na detecção de ladrões, entretanto, ele também pode disparar caso ocorra um terremoto. Você tem dois vizinhos, João e Maria, os quais prometeram telefonar-lhe no trabalho caso o alarme dispare. João sempre liga quando ouve o alarme, entretanto, algumas vezes confunde o alarme com o telefone e também liga nestes casos. Maria, por outro lado, gosta de ouvir música alta e às vezes não escuta o alarme .Este domínio pode ser representado como apresenta a Figura 3.

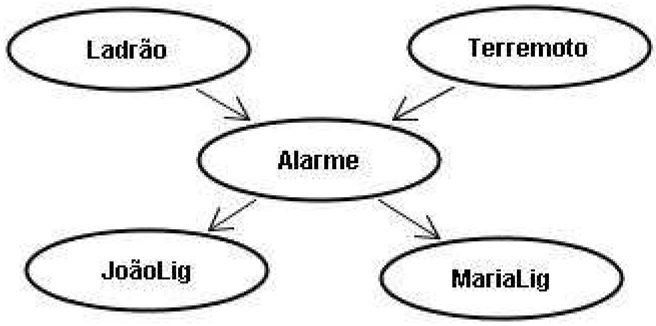


Figura 3 – Rede bayesiana referente ao exemplo 4

Repare que a rede não possui nós indicando que Maria está ouvindo música, ou que o telefone está tocando e atrapalhando o entendimento de João. Estes fatos estão implícitos, associados à incerteza relacionada pelos arcos Alarme→ JoãoLig e MariaLig, pois, poderia ser muito dispendioso (ou até mesmo impossível) se obter tais probabilidades, ou ainda, tais informações poderiam não ser relevantes. Assim, as probabilidades devem resumir as condições em que o alarme pode falhar (falta de bateria, campainha estragada, etc.) e ainda, as condições em que João e Maria podem falhar (não estava presente, não ouviu o alarme, estava de mau-humor, etc.). Desta forma, o sistema pode lidar com uma vasta gama de possibilidades, ao menos de forma aproximada.

Uma vez definida a topologia, é necessário se definir a tabela de probabilidades condicionais (CPT) para cada nó. Cada linha na tabela contém a probabilidade condicional para cada caso condicional dos nós pais. Um caso condicional é uma possível combinação dos valores para os nós pais. Por exemplo, para a variável aleatória Alarme temos:

Tabela 2 – Tabela de probabilidades condicionais referente ao exemplo 4

Ladrão	**Terremoto**	**P(Alarme|Ladrão, Terremoto)**	
		Verdadeiro	Falso
Verdadeiro	Verdadeiro	0,95	0,050
Verdadeiro	Falso	0,95	0,050
Falso	Verdadeiro	0,29	0,71
Falso	Falso	0,001	0,999

A Figura 4 apresenta a rede bayesiana para o exemplo 4 e suas probabilidades condicionais.

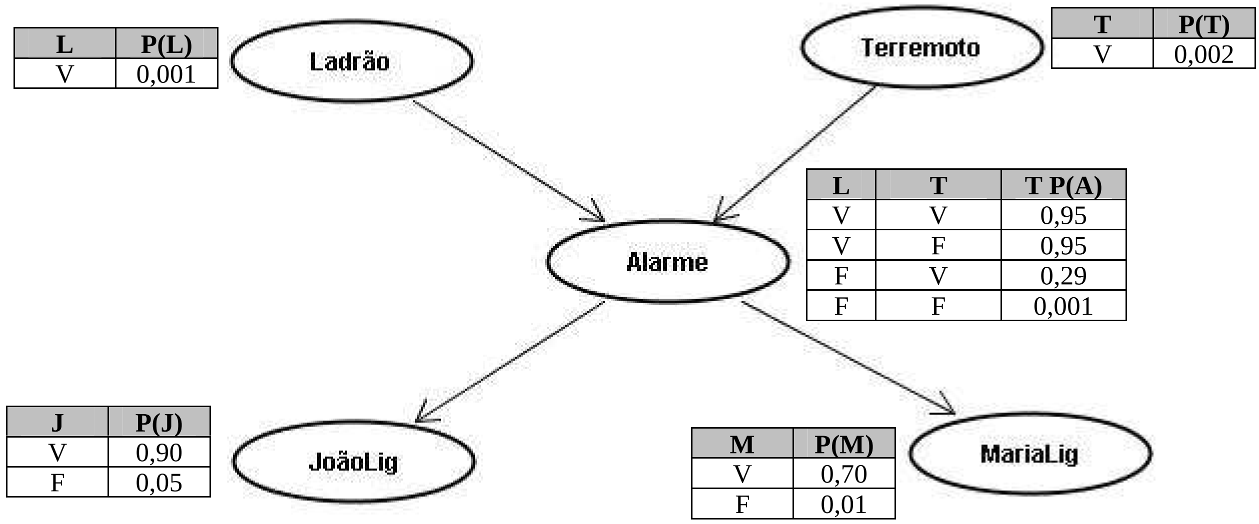


Figura 4 – Rede bayesiana e probabilidades condicionais referente ao exemplo 4

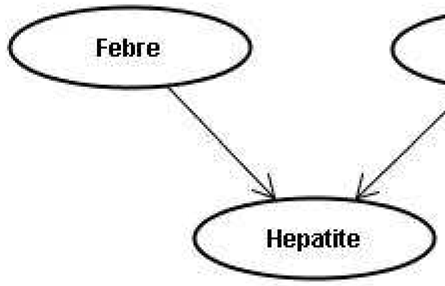
Considere que se deseja calcular a probabilidade do alarme ter tocado, mas, nem um ladrão nem um terremoto aconteceram, e ambos, João em Maria ligaram, ou *P(J^M^A^¬L^¬T).*

P(J^M^A^¬L^¬T) = P(J|A)P(M|A)P(A|¬L^¬T)P(¬L) P(¬T)= 0.9 x 0.7 x 0.001 x 0.999 x 0.998 = 0.00062 = 0,062% de certeza que alguém vai ligar nessa situação.

Exemplo 2: No presente exemplo, retirado de [8] (Figura 5), podemos observar um domínio simples modelado a partir de uma rede bayesiana. Trata-se de um problema didático (um exemplo hipotético), que lida com o diagnóstico da hepatite. Possui três variáveis: febre, icterícia e hepatite. Observe-se que as variáveis febre e icterícia estão associadas a tabelas de estados que indicam suas probabilidades a priori. As probabilidades a priori são os elementos responsáveis pelo tratamento da indeterminação. Quando o usuário não disser, ou não souber dizer o valor de uma evidência, a rede bayesiana usará, na inferência, essa probabilidade a priori, que foi definida pelo especialista como uma espécie de "valor padrão".

A variável hepatite está associada a uma tabela de estados que descreve sua relação probabilística com as variáveis anteriores. Assim descreve-se que a evidenciação de febre e icterícia tem influência definida sobre o diagnóstico da hepatite. O valor dessa variável vai ser definido conforme o valor das evidências, e esse comportamento é que fica descrito nessa tabela de estados. O especialista, durante a modelagem da rede, indicará, para cada combinação de respostas das evidências relacionadas a esse diagnóstico, um valor de resultado. A inferência que ocorre na rede durante uma consulta se dá, então, por algoritmos multiplicativos, que vão propagando as probabilidades e definindo os valore finais dos diagnósticos.

Sim	0,1
Não	0,9



Sim	0,01
Não	0,99

Icterícia	Sim		Não	
Febre	Sim	Não	Sim	Não
Sim	0,95	0,7	0,2	0,01
Não	0,05	0,3	0,8	0,99

Figura 5 – Exemplo de um domínio modelado através de redes bayesianas

O formalismo de redes bayesianas permite que se façam tanto redes de diagnóstico quanto redes causais. A rede do exemplo anterior (Figura 5) é uma rede de diagnóstico. Esse tipo de rede funciona da seguinte forma: o usuário (do sistema especialista) vai indicar que evidências ele observou no caso analisado, e o sistema concluirá a presença ou ausência de certos diagnósticos. Dando um exemplo (para deixar mais claro o conceito), uma rede de diagnóstico modelada para descobrir a presença de um certo vírus no organismo de uma pessoa terá como evidências variáveis com os sintomas, por exemplo “febre”, “dor”, e como diagnóstico possível a “presença do vírus”. As redes causais, diferentemente, são aquelas em que o usuário constata um diagnóstico, e quer que o sistema lhe responda quais são as causas mais prováveis. Também para exemplificar imaginemos um sistema especialista que trata das casas de queda de folhas num pomar. Haverá uma variável diagnóstico “queda de folhas” e variáveis causais associadas a esse diagnóstico, como “seca”, “doenças”. Nas redes de diagnóstico o usuário diz as evidências e o sistema responde o diagnóstico.

Exemplo 3: O exemplo a seguir é oriundo de [9]. Atualmente a utilização das Redes Bayesianas tem crescido bastante para a resolução de problemas relacionados à WEB. A filtragem de SPAM é usualmente feita através da utilização de filtros que não contém inteligência. Embora ainda não se tenha um mecanismo computacional suficientemente eficiente para barrar o SPAM, é sabido que ele pode ser facilmente identificado com sucesso por seres humanos. Portanto pode-se imaginar que o tipo de problema a ser resolvido é um problema de inteligência artificial. Uma das características que torna a difícil a detecção automática de SPAM, é a grande capacidade de adaptação das pessoas que os distribuem na Internet (SPAMERS). Na Figura 6 é apresentado um caso de SPAM “adaptado”' para escapar dos filtros tradicionais (aqueles que não possuem capacidade de aprendizado). Neste exemplo, as palavras são “cortadas”' por comentários introduzidos apenas para despistar os mecanismos anti-spam [9].

```
<br>
Ge<!--##email##-->ne<!--sMSe-->ric Vi<!
--sMSe-->ag<!--sMSe-->ra is now av<!--s
MSe-->ail<!--sMSe-->able to co<!--sMSe-
->nsu<!--sMSe-->me<!--sMSe-->rs<br> As
l<!--sMSe-->ow a<!--sMSe-->s $2.<!--sMS
e-->25 per do<!--sMSe-->se (5<!--sMSe--
><!--sMSe-->0 mg)<br> No Do<!--sMSe-->c
t<!--sMSe-->or's Co<!--sMSe-->nsu<!--sM
Se-->lta<!--sMSe-->tion required<br>"S<
!--sMSe-->il<!--sMSe-->agra is as go<!-
-sMSe-->od as V<!--sMSe-->i<!--sMSe-->a
g<!--sMSe-->ra - ju<!--sMSe-->st ch<!--
sMSe-->ea<!--sMSe-->per!"<br>
<br>
```

Figura 6 – Exemplo de SPAM html "adaptado"

A Figura 7 mostra o exemplo apresentado sem as *tags* html, da forma como ela é mostrada para o usuário. Neste caso, um mecanismo anti-spam que trabalhe sobre a mensagem em html, deve ter a capacidade de "aprender" as *tags* introduzidas nos comentários pelos SPAMERS.

```
Generic Viagra is now
available to
consumers
As low as $2.5 per dose (50 mg)

No Doctor's
Consultation required

"Silagra is as good as
Viagra - just
cheaper!"
```

Figura 7 – SPAM "adaptado" apresentado ao usuário

A detecção de SPAM, portanto passa a ser um caso típico de detecção de padrões, um problema que pode ser atacado por técnicas de Inteligência Artificial, utilizando-se de Redes Bayesianas (Figura 8).

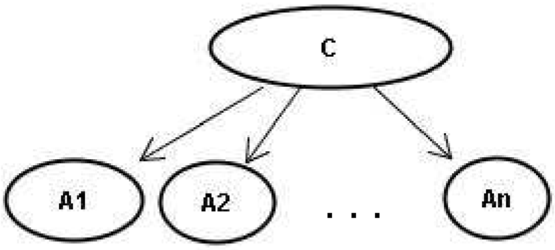


Figura 8 – Estrutura da rede

Na Figura 8, pode-se observar que o nodo "C" é o nodo que serve como variável de classificação. As folhas da árvores são independentes entre si, e representam as variáveis representativas e importantes para o mecanismo de classificação.

Nas folhas, foram inseridos nodos de palavras "boas" e "ruins" com probabilidades associadas.

Quando uma mensagem é submetida ao mecanismo, as palavras (ou *tokens*) são registrados como evidências, e para isto as variáveis (representadas nas folhas) são marcadas como "possui" e "não-possui” conforme a mensagem. A entrada destas evidências fazem com que ocorra uma propagação das probabilidades, que influência a distribuição de probabilidades no nodo “pai” responsável final pela classificação. Todo esse processo está ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Rede Bayesiana de uma mensagem filtrada.

Diante desse modelo, foi implementado um sistema chamado BogoFilter [9], um software livre que nos mostrou características bastante importantes e desejáveis para identificar os padrões de SPAM, apresentando baixos índices de erros e altos índices de acerto em mensagens classificadas como SPAM.

- ## Conclusão

Hoje, o teorema de bayes pode ser aplicado a quase todas as áreas do conhecimento, nas pesquisas científicas ou no cotidiano das pessoas. As economias mundiais não vivem mais sem a previsão de inflação, desempregos ou da alta ou baixa da cotação das moedas.

Diante de situações de incerteza, as redes bayesianas constituem uma forma natural para representação de informações condicionalmente independentes. Além disso, possibilitam a representação compacta de uma tabela de conjunção de probabilidades. Em outras palavras, as redes bayesianas oferecem uma boa solução a problemas nos quais conclusões não podem ser obtidas apenas do domínio do problema, exigindo assim, o uso de probabilidades.

- ## Referências Bibliográficas:

[1] LADEIRA, M., FLORES, C.D.; HOHER, C. & VICARI, R.M. Tratamento Eficiente da Incerteza em Sistema de Apoio à Decisão. 27o SEMISH da SBC. Curitiba, 17 a 21 de julho de 2000.

[2] LUSTOSA, Volney Gadelha. Universidade Católica de Brasília – Disponível em http://www.ricesu.com.br/colabora/n8/artigos/n_8/id03c.htm. Acessado em 06/11/2006.

[3] MARQUES, Roberto Ligeiro; DUTRA, Inês. Universidade Federal do Rio de Janeiro – Disponível em http://www.cos.ufrj.br/~ines/courses/cos740/leila/cos740/Bayesianas.pdf. Acessado em 06/11/2006

[4] LUNA, José Eduardo Oshoa. Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - Disponível em http://www.dct.ufms.br/mestrado/dissertacoes/jose_eduardo.pdf. Acessado em 06/11/2006.

[5] GAMA, João. Universidade do Porto – Portugal - Disponível em http://www.niaad.liacc.up.pt/~jgama/Aulas_ECD/bayes.pdf. Acessado em 06/11/06.

[6] RAMOS, Carlos Fernando da Silva. Instituto Politécnico do Porto – Portugal – Disponível em http://www.dei.isep.ipp.pt/~csr/SP/SP-Bayes.ppt. Acessado em 07/11/06.

[7] RUSSEL, Stuart; NORVIG, Peter: Inteligência Artificial. Campus, São Paulo, 2004. 1040p.

[8] PEROTTO, Filipo Studzinski. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Disponível em http://www.sbc.org.br/reic/edicoes/2001e1/cientificos/Modelagem_do_Conhecimento_Sistemas_Especialistas_e_o_Projeto_SEAMED.pdf. Acessado em 06/11/2006.

[9] REAL, Rodrigo. Universidade Federeal do Rio Grande do Sul – Disponível em http://www.inf.ufrgs.br/procpar/disc/cmp135/trabs/rodrigo/T2/html_spam/index.html. Acessado em 09/11/2006.